

Sumário

Resumo	ii
Abstract	iv
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	viii
1 Introdução	1
1.1 Separação das Correntes de Contorno Oeste	1
1.2 Modelos de Processos de Separação	10
1.3 Objetivos	14
2 Formulação do Modelo Quase-Geostrófico	16
2.1 Dinâmica de Contornos	16
2.2 Conservação de Vorticidade Potencial	18
2.3 O Algoritmo da Inversibilidade	21
2.4 Configurações de Vorticidade Potencial	23
2.5 O Modelo Linear	25
2.6 O Modelo Não-Linear	30
2.6.1 Solução para a Função de Corrente Retilínea - $\bar{\psi}$	32
2.6.2 Solução para a Função de Corrente Beta - ψ_β	37
2.6.3 Solução para a Função de Corrente Perturbada - ψ'	39
2.6.4 Esquema Numérico de Dinâmica de Contornos	42

3	Resultados e Discussão	45
3.1	Parâmetros do Modelo	45
3.2	Resultados do Modelo Linear	46
3.3	Resultados do Modelo Não-Linear	66
3.3.1	Obtenção dos Estados Estacionários	66
3.3.2	Resultados da Evolução temporal dos Meandros	72
4	Sumário e Conclusões	98
4.1	Principais Resultados Obtidos	98
4.2	Sugestões para Futuros Trabalhos	101
	Referências Bibliográficas	102
	A Experimentos do Modelo Não-Linear	
	B Lista de Símbolos	

Resumo

Meandros e vórtices podem se desenvolver em regiões de separação de correntes de contorno oeste (CCO's). Buscou-se entender aqui o papel da instabilidade barotrópica para a formação dessas estruturas em CCO's que se separam da costa. A partir da técnica de Dinâmica de Contornos, utilizou-se modelos semi-teóricos, com três frentes separando quatro regiões de vorticidade potencial (VP). A solução para a extensão das CCO's, representada por um jato zonal infinito, foi executada para estimar parâmetros de estabilidade linear. Um modelo não-linear, que acompanha a evolução temporal do sistema de jatos curvilíneos, foi desenvolvido a partir de distribuições iniciais de VP. Para considerar o efeito β , introduziu-se uma deriva estacionária para oeste em todo o domínio. Os resultados do modelo linear mostraram que quanto mais negativas as velocidades nas bordas do jato zonal, maiores os saltos de VP, mais instáveis se apresentam as correntes, e menores as velocidades de fase e de grupo das ondas de vorticidade associadas. No caso em que o transporte do jato integrado foi meridionalmente nulo, ondas infinitamente longas foram também instáveis. Constatou-se que quanto menor a distância entre as frentes, maior a faixa dos comprimentos de ondas instáveis gerados, e mais curtas se tornaram as ondas mais linearmente instáveis. Padrões meandantes com formação de vórtices em ambos os lados do jato zonal foram obtidos com o modelo não-linear. Nos casos sem contrafluxos nas bordas da correntes, a região de confluência atuou como elemento estabilizador, e a emissão de estruturas vorticais se deu a muitos raios de deformação da costa. Já, nos casos em que incluiu-se contrafluxos, vórtices de separação foram formados, porém permaneceram praticamente estacionados próximos à região do eixo da CCO. Embora todas as configurações de escoamento analisadas fossem curvilíneas, todos os casos de estudo corroboraram as previsões ditadas pelo estudo de jatos paralelos (via modelo linear), em termos de comprimento de onda e velocidade de fase. O efeito β rudimentar, aqui considerado, atuou excitando ondas mais curtas do que nos experimentos análogos do plano f , assemelhando-se ao modelo de *Silveira et al.* [1999]. Conclui-se que instabilidade barotrópica também pode ser responsável pela formação dos padrões meandantes e vórtices em CCO's.

Palavras-chave: correntes de contorno oeste, dinâmica de contornos

Abstract

Finite Amplitude Meanders and eddies can be formed in regions where western boundary currents (WBC's) separate from continental coast. This thesis aimed to investigate the role of barotropic instability in the development of such meanders and eddy structures. A "Contour Dynamics" model was built to address the thesis goal. The model was based on the converging inertial boundary current model. Four uniform PV regions were separated by three fronts. The study was pursued by a linear and a nonlinear version of the model. The linear model consisted of the evaluation of parameters of linear stability on a WBC extension, represented by an infinite zonal jet. The solution was obtained by applying the *Flierl et al.* [2000] method. The nonlinear model connected the WBC extension by two converging symmetric WBC's and the nonlinear temporal evolution of the system was studied from arbitrary initial PV distributions. The results of the linear model showed that the more negative the velocities at the border of the zonal jet were, greater were the PV jumps, more unstable were the currents, and slower were phase speeds and group velocities of the associated vorticity waves. All studied cases presented a unstable long wave cut off, except for the experiment with the meridionally integrated jet transport was null. It was also noted that the effect of decreasing the distance between the PV fronts caused a larger the band of unstable wavelengths and the most unstable waves became shorter. The results of the nonlinear model revealed meandering patterns with eddy formation in both sides of the WBC extension as time evolved. In the cases without counterflows on the borders of the WBC extension, the confluence region acted as a stabilizer element, and the vortex structures produced at many deformation radii from the coast. In the cases where there are counterflows, and therefore, there were increased horizontal shear, separation eddies were formed. These eddies however remained practically stationary near the axis of the WBC region centered at about one deformation radius from the model coastline. It seemed clear that they lacked mechanisms to self-propagate from the region.

keywords: Western Boundary Currents, Contour Dynamics

Lista de Figuras

1.1	Linhas de Corrente à superfície.	2
1.2	Campo de Função de Corrente- COADS	4
1.3	Esquema Explicativo para a teoria de Parsons-Veronis	6
1.4	Separação das CCO's	8
1.5	Imagem e esquema da Corrente do Golfo	9
1.6	imagem satélite da Confluência Brasil-Malvinas	11
1.7	Propagação de ondas longas na confluência de CCO's	12
2.1	Perfil vertical do oceano de $1\frac{1}{2}$ -camadas.	19
2.2	Fluxograma do algoritmo da inversibilidade.	22
2.3	Configuração das frentes de VP	23
2.4	Região do jato zonal infinito.	26
2.5	Esquemas das configurações das frentes de vorticidade potencial.	31
2.6	Frentes de VP superpostas às isolinhas da função de corrente.	36
2.7	Campo de função de corrente Beta - ψ_β	37
2.8	Função de Bessel.	41
2.9	Grade de diferenças finitas de u e v	43
3.1	Experimento com o modelo linear L1	50
3.2	Experimento com o modelo linear L2	51
3.3	Experimento com o modelo linear L4	53
3.4	Experimento com o modelo linear L5	55
3.5	Superposição de L1 , L2 , L4 e L5	56
3.6	Experimento com o modelo linear L3	57

3.7	Experimento com o modelo linear L8	59
3.8	Experimento com o modelo linear L13	60
3.9	Superposição de L3 , L8 e L13	61
3.10	Experimento com o modelo não-linear. Estado estacionário. (EE1) ($\Delta y = 1.5$).	68
3.11	Experimento com o modelo não-linear. Estado estacionário. EE2 ($\Delta y = 1.0$).	69
3.12	Experimento EE1 ($\Delta y = 1.5$ e $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$). Aplicação do Teorema de <i>Arnol'd</i> [1966]	70
3.13	Experimento NL2 com o modelo não-linear. ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$ e $\Delta y = 1.0$).	75
3.14	Diagramas de velocidades para NL2 em $t = 10$	76
3.15	Diagramas de velocidades para NL2 em $t = 30$	77
3.16	Experimento NL71 com o modelo não-linear. ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$ e $\Delta y = 1.5$).	79
3.17	Diagramas de velocidades para NL71 em $t = 10$	80
3.18	Diagramas de velocidades para NL71 em $t = 40$	81
3.19	Experimento NL45 com o modelo não-linear. ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.25$ e $\Delta y = 1.0$).	82
3.20	Diagramas de velocidades para NL45 em $t = 5$	83
3.21	Diagramas de velocidades para NL45 em $t = 15$	84
3.22	Experimento NL88 com o modelo não-linear. ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.1$ e $\Delta y = 0.5$).	87
3.23	Diagramas de velocidades para NL88 em $t = 5$	88
3.24	Diagramas de velocidades para NL88 em $t = 10$	89
3.25	Experimento NL3 com o modelo não-linear. ($\beta = 0.05$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$ e $\Delta y = 1.0$).	92
3.26	Diagramas de velocidades para NL3 em $t = 10$	93
3.27	Diagramas de velocidades para NL3 em $t = 15$	94
3.28	Experimento NL52 com o modelo não-linear. ($\beta = 0.05$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.25$ e $\Delta y = 1.0$).	95

3.29	Diagramas de velocidades para NL52 em $t = 5$	96
3.30	Diagramas de velocidades para NL52 em $t = 15$	97

Lista de Tabelas

2.1	Escalas de Não-dimensionalização dos Modelos.	21
3.1	Tabela dos Experimentos do Modelo linear para $\Delta y = 1.0$	48
3.2	Tabela dos Experimentos do Modelo Linear para $\Delta y = 0.5$	48
3.3	Tabela dos Experimentos do Modelo Linear para $\Delta y = 1.5$	49
3.4	Velocidades das frentes externas de VP para estabilidade neutra.	49
3.5	Resumo dos parâmetros de estabilidade do modelo linear ($\Delta y = 1.0$)	58
3.6	Resumo dos parâmetros de estabilidade do modelo linear ($\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.1$)	62
3.7	Comparação entre os jatos equivalente-barotrópicos e baroclínicos	64
3.8	Relação dos Experimentos do estado estacionário.	66
3.9	Tabela comparativa de estabilidade de jatos não-paralelos	71
3.10	Relação dos Experimentos do modelo não-linear discutidos.	73
A.1	Relação dos experimentos realizados com o modelo não-linear. ($\Delta y = 1.0$)	
A.2	Relação dos experimentos realizados com o modelo não-linear. ($\Delta y = 1.0$)	
A.3	Relação dos experimentos realizados com o modelo não-linear. ($\Delta y = 1.0$)	
A.4	Relação dos experimentos realizados com o modelo não-linear. ($\Delta y = 1.0$)	
A.5	Relação dos experimentos realizados com o modelo não-linear. ($\Delta y = 1.5$)	
A.6	Relação dos experimentos realizados com o modelo não-linear. ($\Delta y = 0.5$)	

Capítulo 1

Introdução

1.1 Separação das Correntes de Contorno Oeste

Em larga escala, a circulação do oceano, em sua parte superior, é caracterizada pela presença de células meridionalmente organizadas, conhecidas como “giros oceânicos”. Estas células existem em resposta à ação da tensão de cisalhamento imposta pelo vento na superfície do oceano.

A Figura 1.1 representa a circulação global da superfície do oceano, onde observamos claramente os giros centrados em latitudes subtropicais. Os giros equatoriais, tropicais e subpolares aparecem menos evidentes, em função da resolução dos dados que compõem a figura. Devemos mencionar também que estes giros são assimétricos. As correntes que margeiam os continentes a oeste das bacias oceânicas são denominadas Correntes de Contorno Oeste (CCO's) que, como é sabido, possuem intensidade e velocidade maiores que as suas recíprocas no leste da bacia oceânica. A intensificação da borda oeste dos giros é consequência da esfericidade da Terra *Stommel* [1948].

Em alguns casos, normalmente para médias latitudes, duas CCO's, componentes de sistemas de giros adjacentes, se encontram e, conseqüentemente se afastam da costa. A região, formada a partir desta separação, possui características de uma frente oceânica, dividindo duas áreas de diferentes temperaturas e/ou outras propriedades físicas.

Estas frentes oceânicas adquirem as características de jatos geofísicos aproxi-

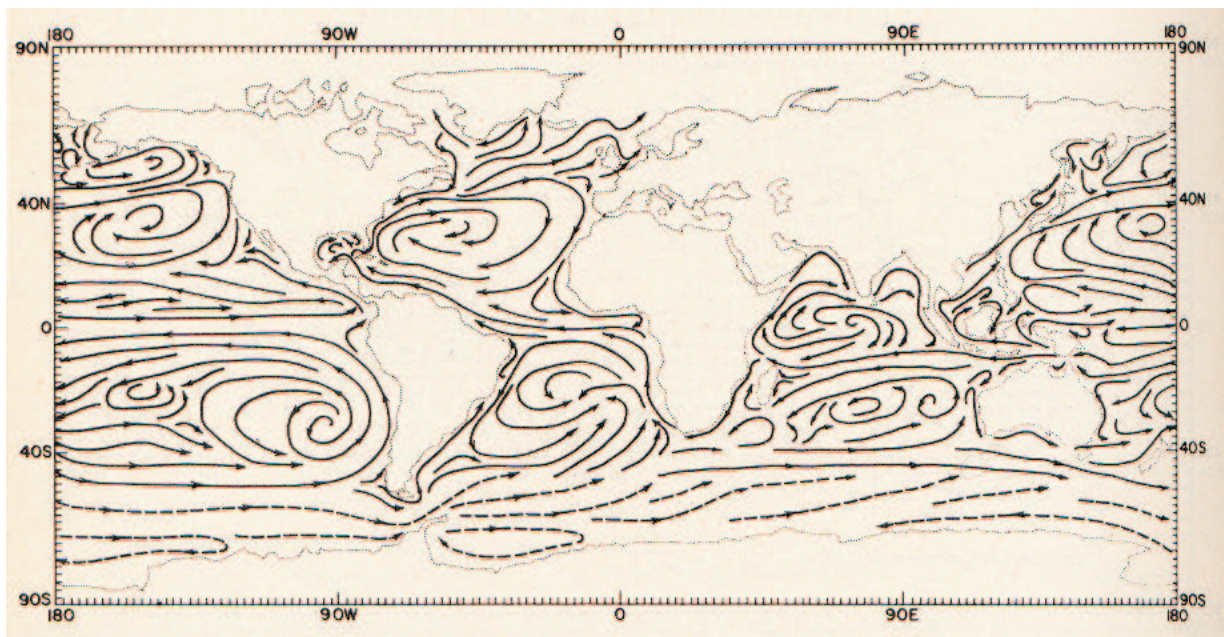


Figura 1.1: Linhas de corrente à superfície plotadas a partir de dados de deriva de navios, para o mês de julho, em uma grade cuja resolução é de $5^\circ \times 5^\circ$. De acordo com *Meehl* [1982].

madamente zonais, que delimitam as bordas zonais dos sistemas de giros. Estes jatos são algumas vezes referidos como “extensões” das CCO’s na literatura oceanográfica.

Esses podem vir a se tornar instáveis, ficando assim suscetíveis à formação de meandramentos e vórtices. A maneira pela qual essas estruturas se desenvolverão parece estar relacionada com o modo de separação das CCO’s, *Campos & Olson* [1991].

Embora o nosso enfoque não seja o estudo específico do porquê, mas sim da maneira pela qual a separação dessas correntes ocorre, faz-se informativo uma breve explanação a respeito de possíveis causas e as formas de separação encontradas.

Abordaremos, de acordo com *Agra & Nof* [1993], três das principais hipóteses que explicam a separação das correntes de contorno oeste. A primeira hipótese advém da relação de *Sverdrup* [1947]. Esta concepção se baseia na distribuição da tensão de cisalhamento do vento sobre a superfície de uma bacia oceânica, forçando a circulação em larga escala:

$$\beta V = \frac{1}{\rho} \vec{k} \cdot (\nabla \times \vec{\tau}) , \quad (1.1)$$

sendo V o transporte de massa na direção meridional integrado na vertical, β indica a variação meridional do parâmetro de Coriolis, ρ a densidade da água do mar e $\vec{\tau}$ a tensão de cisalhamento do vento.

A distribuição da tensão de cisalhamento do vento apresentará locais específicos, dentro da bacia oceânica, nos quais o rotacional do vento se anula, e por conseguinte, o transporte meridional também, como mostra a Eq.(1.1). Isto, conseqüentemente, provocará um desvio na trajetória das correntes que fluem na direção meridional, fazendo com que aquelas assumam a direção zonal, rumo ao interior do oceano.

Podemos notar que a Teoria de Sverdrup, a rigor, não resolve o sistema de CCO’s, tendo em vista que a sua solução se limita ao interior do oceano, fora da camada limite lateral, como mostra a Figura 1.2. Todavia, é possível aplicar a Teoria de Sverdrup para inferir a existência das CCO’s, uma vez que o princípio da continuidade é válido no oceano, ou seja, a quantidade de água fluindo na porção interior do giro tem que ser compensada por corrente intensa confinada na borda oeste.

A segunda hipótese é devido a *Parsons* [1969] e *Veronis* [1973]. Este último

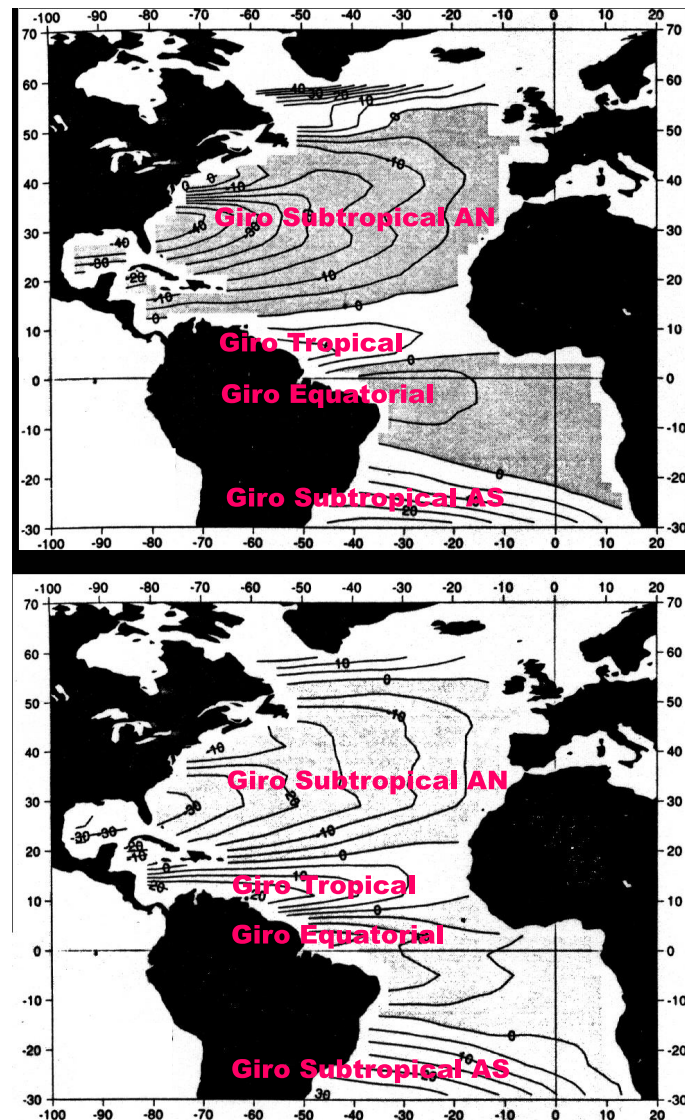


Figura 1.2: Campo de função de corrente para o Oceano Atlântico obtido através dos dados de tensão de cisalhamento do vento, do conjunto climático COADS (Comprehensive Ocean-Atmosphere Data Set). Nota-se a presença dos sistemas de giros subtropical e equatorial para verão (painel superior) e inverno no hemisfério sul (painel inferior). De acordo com *Mayer & Weisberg [1992]*.

autor estudou a circulação em larga escala dos oceanos, levando em consideração como forçante, tão somente a tensão de cisalhamento do vento à superfície. As bacias oceânicas foram aproximadas por retângulos e, na vertical aproximadas à duas camadas (a inferior sem movimento) não acopladas, impedindo a transferência de energia através da termoclina. *Gangopadhyay et al.*[1992] relacionaram o transporte total meridional em uma dada latitude (T_1) com o transporte geostrófico (T_g) e o transporte de Ekman (T_E) de modo que $T_1 = T_g - T_E$. Além disso, o transporte geostrófico é dependente das espessuras da termoclina nas extremidades leste (h_e) e oeste (h_w) da bacia oceânica, segundo a expressão $T_g = \frac{g'}{2f}(h_e^2 - h_w^2)$, onde g' é a gravidade reduzida e f o parâmetro de Coriolis. Nos extremos norte e/ou sul da bacia oceânica T_1 deve ser nulo, já que se trata de uma bacia fechada. Consequentemente T_g passa a ser balanceado exclusivamente pelo T_E . Se T_E aumenta, o único parâmetro que poderá ser alterado para reduzir T_g e equilibrar a igualdade, é h_w . Portanto, onde T_E alcançar determinado valor que faça h_w tender a zero, saberemos que aquele local será a região na qual a CCO se curvará em direção ao interior do oceano. Este fenômeno ocorre, segundo *Gangopadhyay et al.* [1992] nas proximidades das latitudes 35° a 40°N para o caso da Corrente do Golfo.

A Figura 1.3 ilustra o exemplo para a Corrente do Golfo na qual o transporte geostrófico, representado por T_g , se mantém em equilíbrio com o transporte de Ekman, que está representado por T_E . A profundidade da termoclina próximo ao contorno oeste h_w sofre efeito direto deste balanço.

Por fim, a terceira hipótese é a teoria da “colisão” entre duas correntes de contorno oeste de mesmo sentido e direções opostas, que foi apresentada por *Agra & Nof* [1993]. Neste caso, as bordas de dois giros adjacentes originam uma região de confluência entre duas correntes de contorno oeste, tal como a região da Confluência Brasil-Malvinas. A separação pode então ser pensada como um processo inercial. Para que sejam incluídas no contexto de *Agra & Nof* [1993], as CCO's tem que possuir intensidades de mesma ordem de grandeza, para que exista a colisão e a separação da costa. Pois caso as CCO's sejam de ordem de grandeza diferentes, a de maior intensidade “invadirá” a outra, e poderá não ocorrer a separação.

Abordadas algumas das principais teorias sobre as causas da separação das

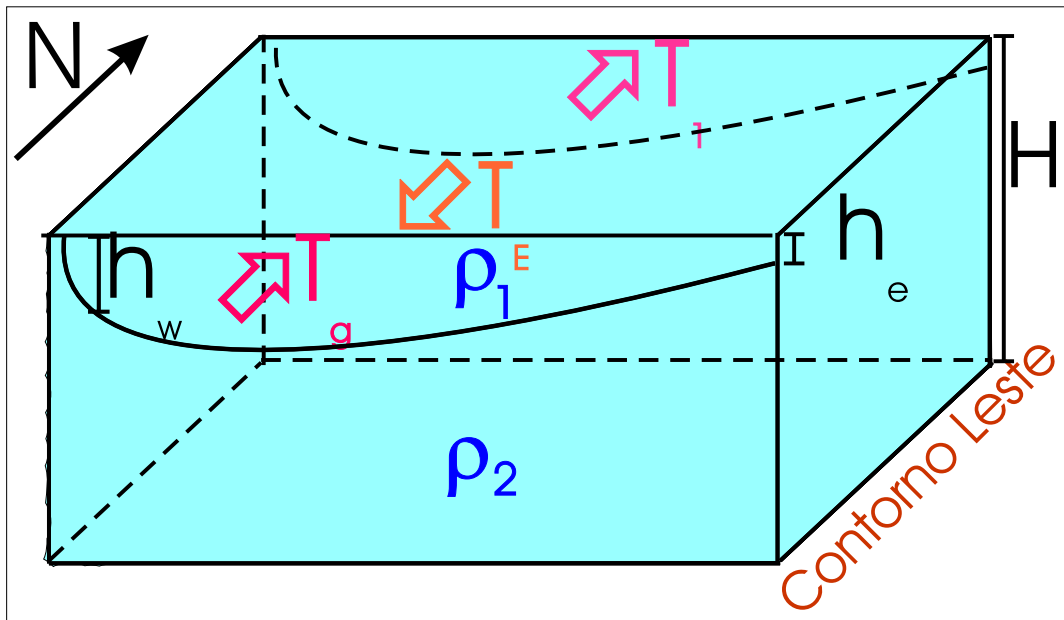


Figura 1.3: O esquema representa a vista em perspectiva de uma bacia oceânica no hemisfério norte, onde T_1 representa o transporte de uma corrente de contorno oeste, T_E o transporte de Ekman, h_w e h_e as profundidades da termoclina próximas aos contornos oeste e leste, respectivamente, e H é a profundidade total da bacia. Baseado em *Gangopadhyay et al.*[1992].

correntes de contorno oeste, passaremos a uma concisa descrição e análise do modo pelo qual se dá a separação de tais correntes.

De uma maneira geral, podem-se descrever dois tipos bem caracterizados de separação de CCO's:

- **Separação Suave** Ocorre quando a CCO se separa do continente com meandros de pequena amplitude que eventualmente aumentam no interior do oceano, fora da camada limite oeste, e emitem vórtices como se a extensão da CCO fosse um jato geofísico infinito [Figura 1.4 painel superior]. Exemplos de CCO com separação suave são a Corrente do Golfo e o Kuroshio;
- **Separação em Retroflexão** é a que a CCO se separa do continente formando um largo meandro anticiclônico (chamado de lóbulo da retroflexão), sucedido por meandros que decaem em amplitude na direção do interior da bacia [Figura 1.4 painel inferior]. Vórtices são emitidos próximo à costa no lóbulo da retroflexão e/ou no cavado primário. Exemplos de CCO que retrofletem são a Corrente do Brasil, Corrente do Leste da Austrália e a Corrente das Agulhas.

Exemplifiquemos agora, o processo de formação de vórtices nas CCO's. A Corrente do Golfo, que se separa suavemente da costa nas proximidades do Cabo Hatteras (36°N), com a formação de vórtices no interior da bacia oceânica. A Figura 1.5.a (painel superior) apresenta distribuição de temperatura da superfície do mar na região da Corrente do Golfo, originários do satélite NOAA (imagens AVHRR). Nota-se que a separação suave dessa corrente é sucedida pela formação de diversos meandros e vórtices, sendo que os de núcleo quente estão mais realçados. A Figura 1.5.b (painel superior) consiste na interpretação gráfica da Figura 1.5.a, demarcando o eixo da Corrente do Golfo e seus meandros e vórtices. Mostra também os vórtices de núcleo frio (cyclônicos) emitidos pela corrente.

Em *Richardson* [1993], encontramos uma descrição para essas formações vorticais que são em sua maioria associadas ao estrangulamento de meandros, quando então os vórtices surgem aleatoriamente entre 50° e 75°W . Estes vórtices possuem em média, 150 km de diâmetro. A Figura 1.5 mostra justamente um meandro anticiclônico se

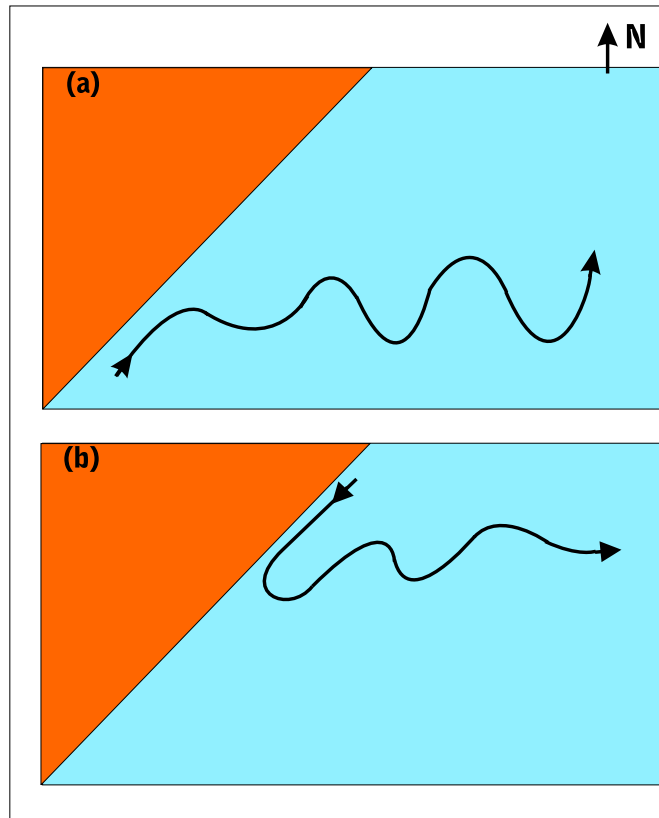


Figura 1.4: Formas de Separação de Correntes de Contorno Oeste: (a) Separação Suave; e (b) Retroflexão. Adaptado de *Silveira et al.* [1999].

estrangulando para emitir um vórtice de núcleo frio, ilustrando a afirmação do autor supra citado.

No Atlântico Sul, conforme descrito em *Garzoli & Garrafo* [1989], a Corrente do Brasil flui aproximadamente na direção meridional para o Sul, até a latitude em torno de 36°S na qual tem início a sua separação do continente, estendendo-se até 38°S , moldando os limites inferiores do giro subtropical do Atlântico Sul. Esta separação é devida à confluência com as águas de origens subpolares da Corrente das Malvinas.

De acordo com *Olson et al.* [1988] este fenômeno ocorre junto à quebra da plataforma continental. Esses autores se valeram de observações de derivadores e imagens de satélites. Monitoraram os deslocamentos da frente Brasil-Malvinas, fazendo uma análise da sua variabilidade temporal. *Olson et al.* [1988] puderam então concluir que

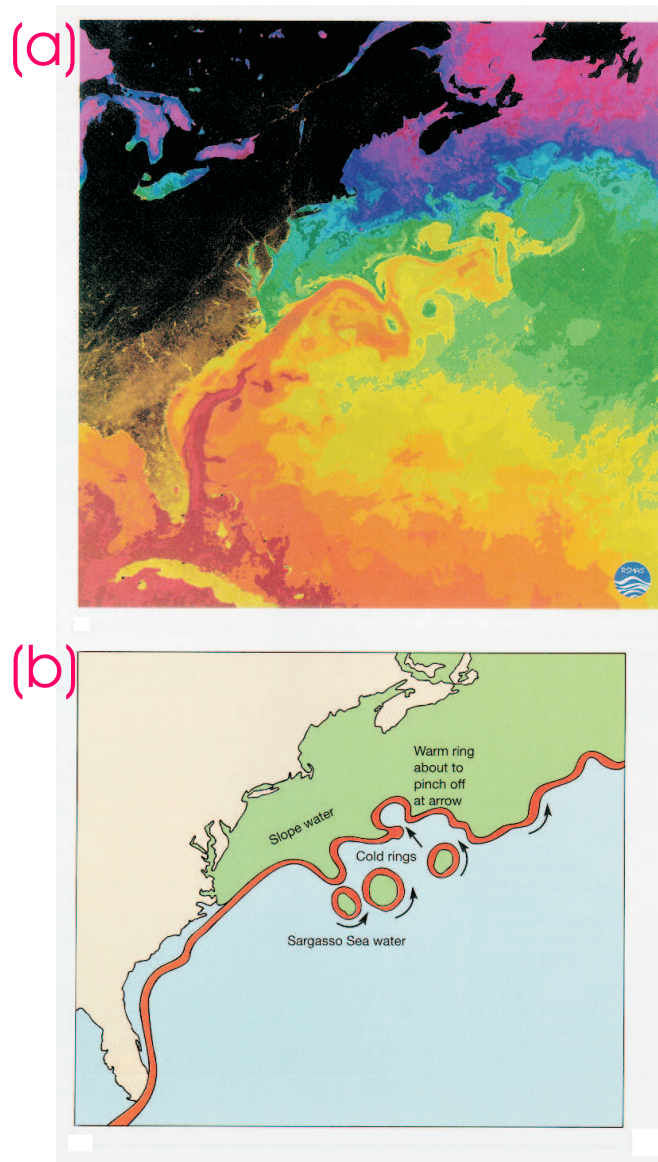


Figura 1.5: (a): Imagem do Oceano Atlântico Norte mapeando a temperatura à superfície, do satélite NOAA, que mostra a separação da Corrente do Golfo. Temperaturas mais altas são representadas por tons de vermelho, enquanto que as mais baixas por tons de azul. (b): Representação esquemática do mesmo fenômeno, destacando o eixo da Corrente do Golfo e os vórtices ciclônicos de núcleo frio. De acordo com *Thurman* [1991].

os comprimentos de onda típicos dos meandros observados estavam entre 400 e 500 km, concluíram ainda que o lóbulo da retroflexão da Corrente do Brasil periodicamente se alonga para o sul e emite grandes vórtices ciclônicos dentro do giro subpolar. Também foram constatados vórtices ciclônicos se desenvolvendo a partir de meandros ciclônicos a leste do lóbulo de retroflexão.

Podemos distinguir na Figura 1.6 dentro da região da Confluência Brasil-Malvinas, quatro regiões distintas onde os valores das temperaturas não se alteram gradativamente, isto é, existem gradientes acentuados dessa propriedade. Notamos também que, conforme *Olson et al.* [1988] observaram, a frente Brasil-Malvinas sofre os efeitos sazonais e altera significativamente a sua posição.

1.2 Modelos de Processos de Separação

Embora alguns trabalhos existentes tenham respondido a questões importantes sobre a separação de CCO's, a maioria se dedicou à investigação de estados estacionários, ignorando o efeito da instabilidade geofísica no processo de acentuação do meandramento e conseqüente formação de vórtices . Os estudos que foram realizados abordando os efeitos da instabilidade, geralmente são simulações numéricas, onde não se torna simples isolar um determinado mecanismo que atue na evolução do sistema dinâmico.

Ou & De Ruijter [1986] utilizaram um modelo aproximado na vertical por duas camadas, a partir de uma linha de costa inclinada, para examinar a separação de uma corrente de contorno inercial, e a conseqüente trajetória para o interior do oceano. Nesse trabalho, a separação de correntes de contorno acontece quando a interface entre as camadas aflora, e onde ocorre uma grande curvatura na linha de costa. Sugerem ainda que os efeitos β e inercial exercem um papel dominante na forma de separação por retroflexão da Corrente das Agulhas.

Um modelo barotrópico para estudar a dinâmica de jatos colidindo junto ao contorno oeste foi empregado por *Cessi* [1991] , considerando o atrito lateral como fator preponderante para a dinâmica de separação das correntes de contorno. Concluiu que a prematura separação está associada à aparição de vórtices junto à costa. *Cessi* [1991]

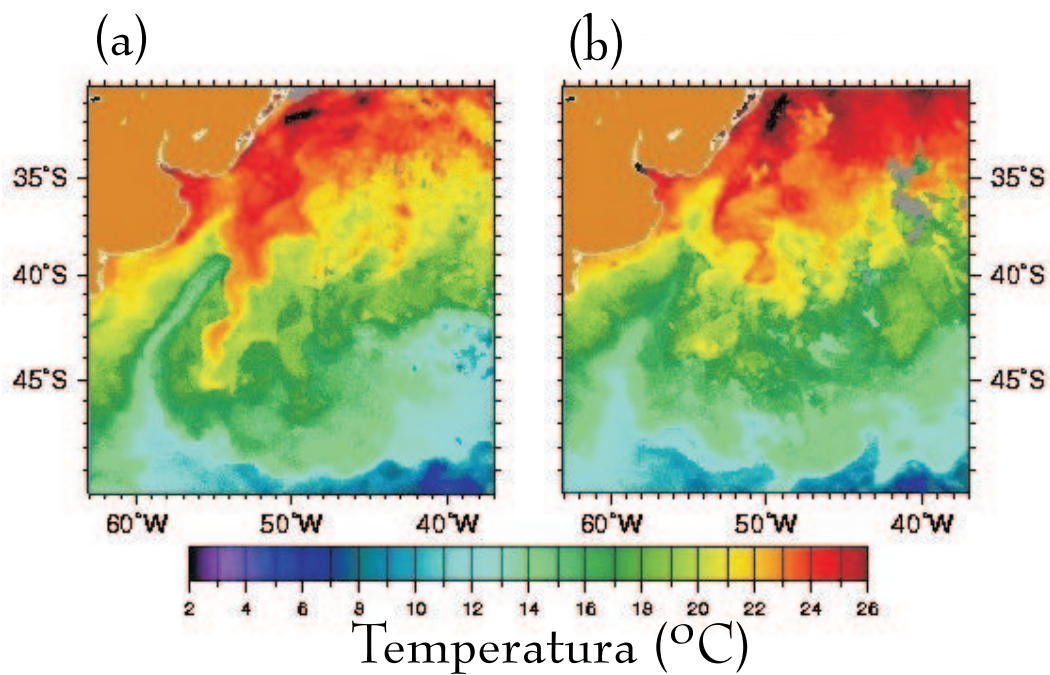


Figura 1.6: Imagem satélite mostrando a distribuição de temperatura à superfície para região da Confluência Brasil-Malvinas. (a) verão do hemisfério sul; (b): inverno do hemisfério sul. Documentos do programa *South Atlantic Climate Change (SACC)*.

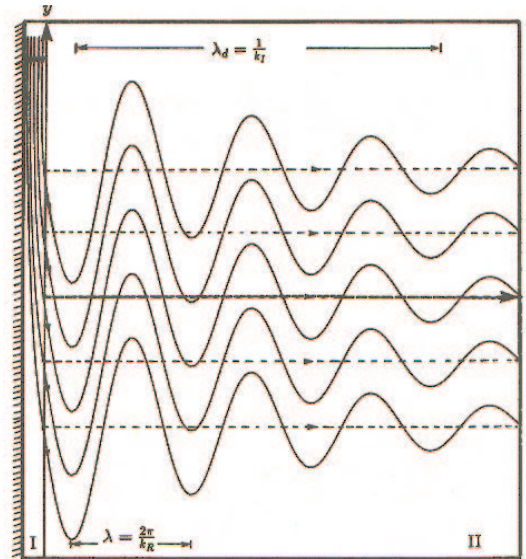


Figura 1.7: Formação e propagação de ondas longas na região das CCO's. A região (I) caracteriza a “camada” de contorno oeste, enquanto que a região (II) representa o interior do oceano. De acordo com *Campos & Olson* [1991].

concluiu também que a separação prematura pode ser obtida com o estado estacionário.

Campos & Olson [1991] pesquisaram o crescimento de ondas longas espacialmente amortecidas em extensões de correntes de contorno oeste, que formam um escoamento médio zonal, utilizando modelo analítico quase-geostrófico e barotrópico, consideraram também o atrito lateral. Explicaram ainda o caso de ondas de baixa frequência que são submetidas a um crescimento linear de amplitude no tempo, mas espacialmente amortecidas. Um esquema representativo da geração e propagação de ondas longas em médias latitudes nas regiões de separação das CCO's, realizado por *Campos & Olson* [1991], está mostrado na Figura 1.7.

Agra & Nof [1993] foram os primeiros a examinar aquela região sob a ótica inercial. Tinham por objetivo o cálculo da velocidade, extensão e variação do ângulo formado entre o jato inercial e o eixo perpendicular à costa. Para tanto, utilizaram um modelo invíscido, barotrópico aproximado ao plano f , e um outro modelo baroclínico com as mesmas aproximações. Com o primeiro modelo concluíram que as CCO's coli-

dem e seguem juntas para o interior do oceano. Com o modelo baroclínico, concluíram que mesmo para CCO's com intensidades muito diferentes, o processo de separação acontece de modo similar ao visto no modelo barotrópico.

Silveira et al. [1999], que a partir de agora chamaremos de *SFB99*, desenvolveram modelos quase-geostróficos, em um oceano com $1\frac{1}{2}$ -camadas (também conhecidos como equivalente barotrópico ou de gravidade reduzida), para investigar teoricamente a formação de ondas e meandros associados à separação de CCO's. Nesse trabalho, foi estudada, entre outros tópicos, a variabilidade temporal, bem como os efeitos do transporte assimétrico de duas CCO's convergindo para o interior do oceano como um jato zonal geofísico.

SFB99 concluíram, que para todas as configurações nas quais os jatos são simétricos e a costa é meridional, torna-se possível a determinação do estado estacionário do sistema. Assim como, para os casos assimétricos e costa meridional, a determinação numérica de estados estacionários, não foi possível. Os experimentos similares aos de *Pratt & Stern* [1986] foram realizados sob a influência da presença do contorno oeste, e para grande parte deles, ondas longas foram excitadas. A introdução de grandes anomalias de vorticidade potencial (VP) originou um lento decaimento ou crescimento temporário de ondas longas amortecidas, isto representa o movimento de onda quase-estacionária encontrado nas extensões das correntes de contorno oeste.

A inclinação da costa em *SFB99* introduz um desbalanço de momentum. Isto ocasionou o aparecimento de um padrão de ondas longas espacialmente amortecidas. Concluem que o lento crescimento linear observado no padrão das ondas, é provavelmente associado ao momentum introduzido no modelo, ao longo do continente. O modelo de *SFB99* apresenta características semelhantes ao modelo viscoso de *Campos & Olson* [1991].

A aplicação do modelo de *SFB99* para três diferentes sistemas de separação de correntes de contorno, reproduz qualitativamente, padrões e comprimentos de ondas similares aos que se tem observado nessas regiões.

SFB99 reproduziram os padrões observados em CCO's por introduzir um desbalanço de momentum localmente, uma assimetria em transporte das CCO's no sistema, ou inclinando a linha de costa.

Os modelos de *SFB99* no entanto falharam em reproduzir a amplitude correta das ondas de vorticidade nas CCO's e também na obtenção de vórtices de separação. A razão disso deve repousar na estrutura de VP extremamente simplificada (vide Figura 1.4), representada por duas regiões homogêneas de sinais opostos. Tal estrutura simplificada não permite o desenvolvimento de instabilidades de cisalhamento lateral ou barotrópicas.

1.3 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é investigar o papel da instabilidade barotrópica na formação de estruturas vorticais por correntes de contorno oeste que se separam da costa.

Para tanto, desenvolveremos e aplicaremos modelo geostrófico a partir daquele de *SFB99*, mas com uma estrutura de vorticidade potencial mais complexa a fim de tornar possível a ocorrência de instabilidade.

Assim, os objetivos específicos são os seguintes:

- Explorar as conseqüências da distribuição horizontal de vorticidade potencial em correntes de contorno oeste no desenvolvimento de instabilidade barotrópica;
- Pesquisar a validade da aplicação de teoremas de instabilidade de jatos zonais infinitos na previsão de propriedades de estabilidade linear do sistema de CCO's em separação;
- Investigar a importância na direção de propagação das ondas instáveis na geração de vórtices de separação.

Este trabalho está apresentado da seguinte maneira: a metodologia, as configurações e o desenvolvimento do modelo hidrodinâmico, estão descritos no Capítulo 2 (Formulação do Modelo Quase-Geostrófico). Os estudos de casos, os estados estacionários e as evoluções das perturbações, serão apresentados, detalhados e discutidos no Capítulo 3 (Resultados e Discussão). No Capítulo 4 (Sumário e Conclusões), estão

as conclusões a que chegamos após algumas comparações com estudos anteriores, bem como sugestões para futuros trabalhos e tema de estudo.

Capítulo 2

Formulação do Modelo

Quase-Geostrófico

2.1 Dinâmica de Contornos

A técnica chamada de Dinâmica de Contornos (DC) é uma ferramenta de extrema valia para pesquisar a dinâmica de jatos geofísicos em um oceano quase-geostrófico. Podemos encontrar em *Pullin* [1992] uma revisão sobre esta técnica cujo cerne é aproximar a estrutura de vorticidade potencial (VP) por regiões uniformes separadas por descontinuidades. Desta forma, a dinâmica do problema é restringida apenas às interfaces entre as regiões. Um recurso matemático que se mostra bastante aceitável para resolver estes problemas com regiões de descontinuidades, é a utilização da função degrau para representar os campos de VP.

A principal conveniência do uso da Dinâmica de Contornos, é o fato de que podemos nos valer da definição de VP e utilizarmos a relação de inversibilidade, que propicia a determinação dos padrões de velocidade a partir dos campos de VP, e vice-versa. Sendo assim, estudamos as características dinâmicas do problema com relativa brevidade, obtendo as informações de como o sistema evolui, e inferência sobre as suas causas.

Alguns autores têm utilizado esta técnica e desenvolvido modelos para examinar diversos problemas envolvendo a dinâmica de jatos geofísicos inerciais e correntes

de contorno oeste. Por exemplo, *Stern* [1985] investigou a evolução temporal de perturbações de amplitude finita em um escoamento barotrópico quase-geostrófico que separa regiões onde a diferença de vorticidade potencial é significativa, utilizando apenas uma frente de VP. Obteve sucesso em reproduzir a formação de filamentos de VP observados com frequência na Corrente do Golfo.

O modelo de DC de *Pratt & Stern* [1986], permitiu o estudo da formação, evolução e o destacamento de vórtices de núcleos quentes e frios, como na Corrente do Golfo. Este modelo foi desenvolvido como um jato zonal inercial associado a uma única frente de VP para um oceano aproximado à $1\frac{1}{2}$ -camadas.

Pratt et al. [1991] fizeram um estudo dando continuidade ao trabalho de *Pratt & Stern* [1986]. Foi adicionada outra frente de VP, de maneira que se pudessem dispor de três regiões de VP constante, com sinais alternados, e assim, satisfazendo a uma das condições necessárias para a ocorrência de instabilidade barotrópica. Os resultados obtidos foram muito semelhantes aos observados para a mesma região da Corrente do Golfo, mostrando que a instabilidade barotrópica tem um importante papel na geração e desenvolvimento de meandros e vórtices.

Um modelo de duas camadas foi desenvolvido por *Meacham* [1991] para estudar os efeitos baroclínicos na formação de vórtices e meandros na Corrente do Golfo. Foram estabelecidas duas frentes de VP, sendo cada uma em cada camada. A partir de um meandro barotrópico inicial sobre as frentes de VP, obteve crescimento baroclínico seguido de formação e destacamento de vórtices. Concluiu que o meandro evolui baroclinicamente, e também se formam dipolos os quais permitem que os vórtices se destaquem do eixo da corrente.

Flierl [1999] pesquisou o desenvolvimento de meandros na Corrente do Golfo e em outros jatos inerciais semelhantes utilizando um modelo de DC idêntico ao de *Meacham* [1991] juntamente com outro modelo de equações primitivas. Foram dispostas duas linhas de VP sendo que cada uma delas atuando em uma camada vertical. Observou que os processos baroclínicos exercem um papel relevante na evolução dos meandros de alta amplitude, como também o modo barotrópico é de fundamental importância para a dinâmica de ondas longas.

Para conduzir uma investigação teórica sobre a forma de separação de correntes

de contorno oeste, *SFB99* desenvolveram modelos de $1\frac{1}{2}$ -camadas, alicerçados na DC, com aproximações dos planos f e β (similarmente à *Yano & Flierl* [1992]), quase-geostrófica, e com regiões de VP homogêneas separadas por uma única frente. *SFB99* posicionaram uma frente de VP retilínea na direção zonal, e, diferentemente do que fizeram *Pratt & Stern* [1986], conectaram-na à costa. Isto é possível se considerarmos duas correntes de contorno de mesmo transporte convergindo e se separando para formar um jato zonal. (O Modelo Simétrico).

O outro modelo apresentado por *SFB99* possui uma assimetria do transporte de massa das correntes de contorno oeste (Modelo Assimétrico), conseqüentemente, a frente de VP sofre uma deformação e se inclina hiperbolicamente na direção da corrente cujo transporte for mais intenso, como mostra a Figura 1.4. Uma das conclusões a que chegaram com o modelo assimétrico foi a não obtenção de estados estacionários, quando a costa foi posicionada meridionalmente. Isto se deve ao desbalanço de momento caracterizado pela assimetria de transporte.

Os modelos de *SFB99* procuraram pesquisar, não somente os estados estacionários, mas também a evolução temporal dos fenômenos da separação das CCO's, bem como formação de padrões de retroflexão.

2.2 Conservação de Vorticidade Potencial

Os modelos a serem apresentados nesta dissertação são considerados semi-teóricos pois as expressões que definem vorticidade potencial são determinadas analiticamente e avaliadas numericamente a cada passo de tempo. Além disso, a evolução do sistema de correntes no tempo também é feita numericamente. Os modelos foram desenvolvidos a partir de *SFB99*, contudo nos reteremos a casos onde a linha de costa tiver a orientação meridional. Formulamos a estrutura vertical do modelo como um oceano de $1\frac{1}{2}$ -camadas, com “tampa rígida” conforme ilustrado na Figura 2.1. Além disso, o oceano será invíscido e inercial e utilizaremos as aproximações quase-geostrófica nos planos f e β . Estes modelos serão aplicados apenas para médias latitudes.

O efeito β será introduzido no sistema de uma forma “rudimentar” para que não haja um conflito com a imposição da DC que requer regiões de VP homogêneas. Isto

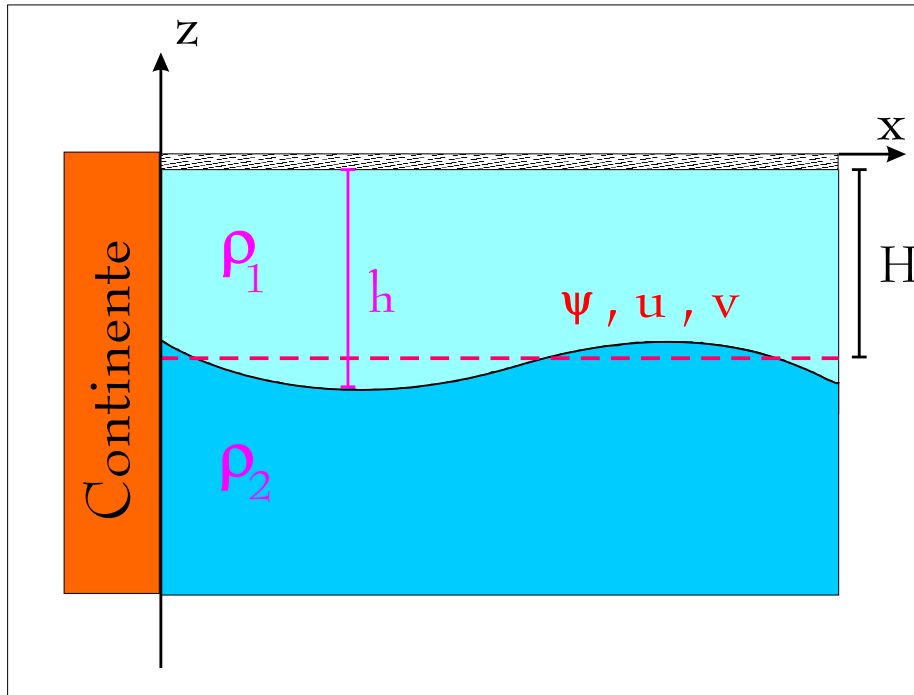


Figura 2.1: Esquema representativo do perfil vertical do oceano de $1\frac{1}{2}$ -camadas. ρ_1 representa a densidade da camada ativa, e ρ_2 a da camada infinitamente profunda.

porque β representa uma variação linear (contínua) do parâmetro de Coriolis, dentro do domínio. Este efeito β simplificado se dará em forma apenas de uma deriva para oeste estacionária no interior do oceano, sem possibilidade de aparecimento de ondas planetárias.

Em um oceano configurado como descrito acima, a VP é conservada em todo o domínio. Portanto, podemos escrever:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right] q = 0, \quad (2.1)$$

onde q é a VP quase-geostrófica; u e v , como convencionalmente em oceanografia, representam, respectivamente, as componentes zonal e meridional da velocidade (geostrófica, neste caso).

Considerando-se outra vez a aproximação quase-geostrófica, podemos escrever a equação que exprime a relação de inversibilidade:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{R_d^2} \right) \psi + \beta y = q, \quad (2.2)$$

onde R_d é o Raio de Deformação de Rossby e sua expressão é $R_d = \frac{\sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho_0} g H_{at}}}{f_0}$,

sendo que $\Delta\rho$ representa a diferença de densidade entre as duas camadas, H_{at} é a espessura média da camada ativa e g é a aceleração da gravidade. ψ é a função de corrente quase-geostrófica e se relaciona com a velocidade geostrófica conforme as expressões que se seguem:

$$u = - \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad (2.3)$$

e

$$v = \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (2.4)$$

Conseqüentemente, aplicamos as Eqs. (2.3) e (2.4) em (2.1), e obtemos:

$$\frac{d}{dt} q = \left[\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \right] q = 0. \quad (2.5)$$

Na Eq.(2.2), o termo $-\frac{1}{R_d^2}\psi$ representa a parcela de vorticidade relacionada ao estiramento do tubo de vórtice. Já o termo βy representa a parcela de vorticidade

potencial associada ao gradiente da vorticidade planetária, assim como $\nabla^2\psi$ exprime a parcela de vorticidade potencial relacionada à vorticidade geostrófica relativa.

A não-dimensionalização da Eq. (2.2) pelas escalas da Tabela 2.1 conduz a:

$$(\nabla^2 - 1)\psi + \beta_*y = q, \quad (2.6)$$

onde β_* representa o parâmetro de Rossby não-dimensionalizado, e que a partir de agora, omitiremos o asterisco.

Notemos pela Tabela 2.1, que em função de neste trabalho estarmos interessados tipicamente em estruturas de meso-escala, utilizamos R_d como nossa escala característica de comprimento. Para médias latitudes, o R_d tem como valor aproximado de 50 km, em meso-escala.

Tabela 2.1: Escalas de Não-dimensionalização dos Modelos.

Quantidade	Escala
comprimento horizontal	R_d
velocidade horizontal	U
tempo	$R_d U^{-1}$
vorticidade potencial	$U R_d^{-1}$
parâmetro de Rossby	$U R_d^{-2}$
$U =$ velocidade no centro do jato no plano- f	

2.3 O Algoritmo da Inversibilidade

O algoritmo de inversibilidade é o cerne do modelo quase-geostrófico e está esquematizado na Figura 2.2. Este é composto pelas Eqs.(2.3), (2.4) e (2.6). Conforme ilustrado, a partir de uma distribuição inicial de VP, invertemos a relação de inversibilidade (2.6) para obtermos a função de corrente. Com as expressões (2.3) e (2.4) calculamos as velocidades. A evolução temporal do sistema é feita ao utilizarmos a Eq.(2.5), e assim obtemos a distribuição de vorticidade potencial (q) para o instante

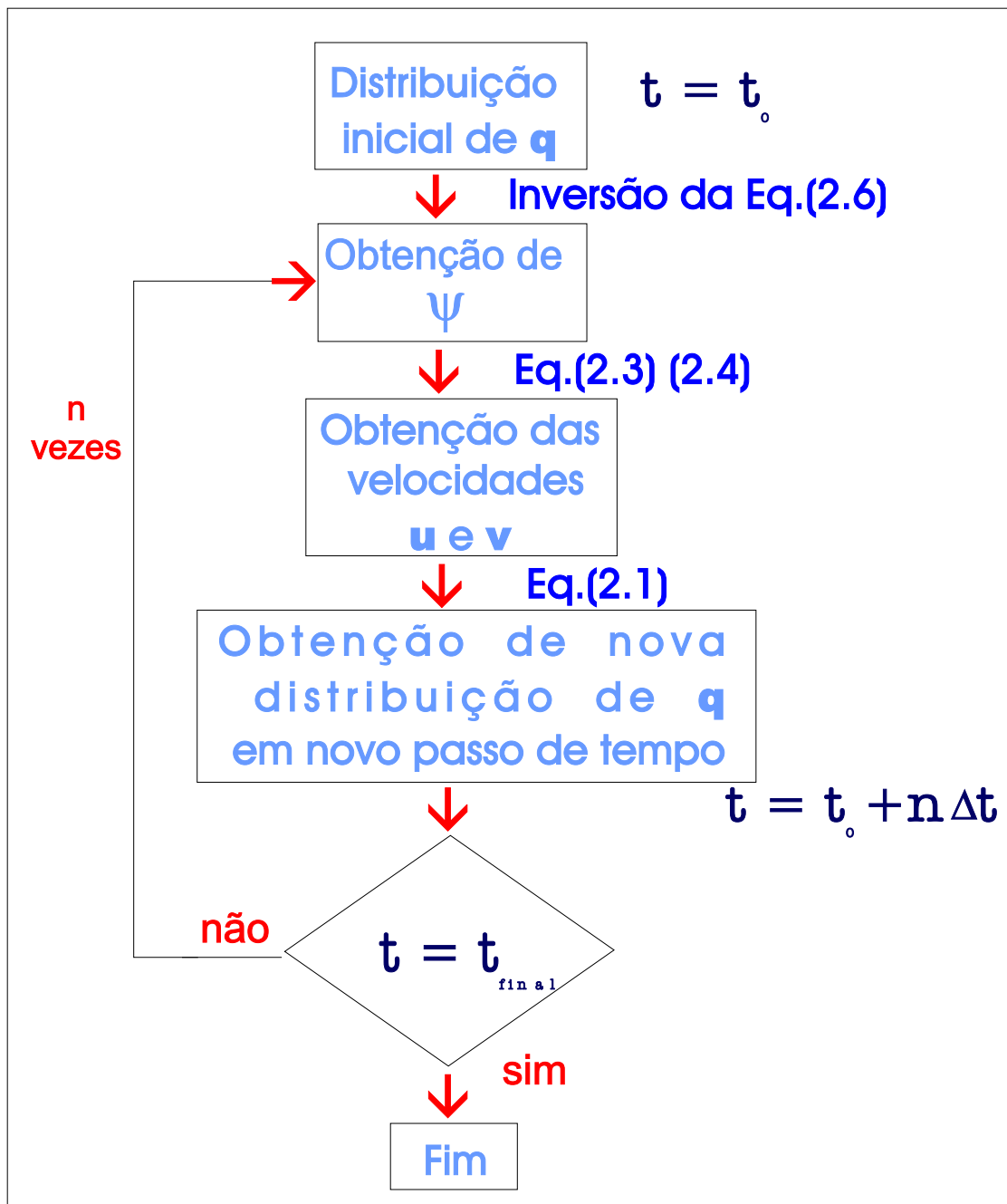


Figura 2.2: Fluxograma que representa o algoritmo da inversibilidade.

de tempo seguinte. Esta nova distribuição de q é utilizada para calcularmos ψ , u e v novamente. Estes serão empregados na Eq.(2.5) e o sistema evolui mais um passo de tempo.

Em DC, como veremos mais adiante, expressões para u e v são obtidas a partir de integrais de linha envolvendo q diretamente. A Eq.(2.5) é empregada em sua forma lagrangeana, onde as frentes de VP são assumidas como um elenco de parcelas de fluido.

2.4 Configurações de Vorticidade Potencial

Conforme mencionado na Seção 2.2, os modelos a serem apresentados nesta dissertação seguem aquele devido à *SFB99*. Entretanto, aqui buscamos uma configuração de VP mais complexa. Ao invés de duas regiões de VP homogêneas, como em *SFB99* (vide Figura 1.4), consideraremos quatro regiões com valores de VP distintos.

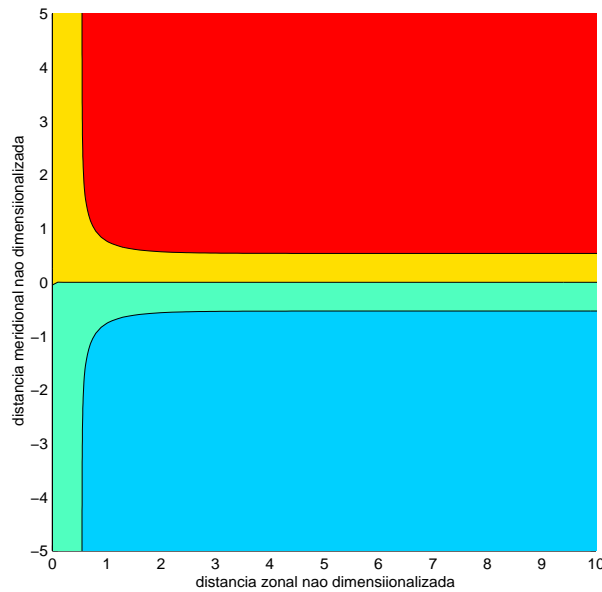


Figura 2.3: Configuração das frentes de VP, similar ao estado estacionário.

São então, três as frentes (ou contornos) de VP em nossos modelos. Antecipamos que o estado estacionário apresenta frentes com o padrão mostrado na Figura 2.3.

A frente central, como a única frente do modelo de *SFB99*, é conectada à costa, e esta conexão representa o ponto de confluência entre os sistemas de correntes. Como o modelo visa o estudo da separação de CCO's, por inversibilidade, assumiremos que a frente central está associada ao centro da corrente. Esta corrente, que se torna zonal à medida que se afasta da borda oeste, terá sempre a velocidade para leste em nossas configurações.

As frentes externas estão associadas às bordas das CCO's. As velocidades nestas podem representar contrafluxos, de sentido oposto à daquela na frente central, ou terem o mesmo sentido da velocidade na frente central. Neste último caso, trata-se de uma estrutura convergente, semelhante àquelas examinadas por *SFB99*. As frentes externas não poderão se conectar à costa, logo, assumirão um formato hiperbólico, seguindo o modelo assimétrico de *SFB99*.

O fato de acrescentarmos mais duas frentes de VP em relação ao modelo de *SFB99*, fará com que haja um aumento considerável de parâmetros a se analisar. Entretanto, vamos nos ater apenas a uma parte deles, fixando os demais. Voltaremos a esta questão em seções posteriores.

Valendo-nos da relação de inversibilidade, arbitraremos velocidades zonais para cada uma das frentes, sendo que a velocidade zonal sobre a frente central, longe do contorno oeste assumirá o valor unitário, conforme dito a cima, enquanto que as velocidades nas frentes externas variarão sentido e intensidade, contudo, sempre terão o mesmo valor entre si. Isto garantirá a simetria de transporte entre as correntes de contorno do modelo.

Devemos mencionar que *SFB99* não obtiveram estados estacionários para os experimentos com modelos de CCO's convergentes com transportes desiguais, ao longo da borda oeste meridionalmente orientados, devido a desbalanço de momentum.

Analisaremos, concomitantemente às velocidades, os efeitos da variação da distância que separa as frentes externas de VP em relação à frente central. Cabe salientar que, as distâncias dessas frentes ao contorno também manterão a simetria, como apresenta a Figura 2.5.b.

Os padrões de escoamento que estudaremos aqui, apesar de serem altamente idealizados, possuem uma complexidade que é o bastante para que não seja possível ob-

termos soluções analíticas, tanto para o estado básico como perturbado, como discutido por *SFB99*.

Os padrões de escoamento não paralelos são de difícil tratamento. O Teorema de *Arnol'd* [1966] estabelece as condições necessárias para que um sistema curvilíneo seja estável. Este teorema no entanto não fornece a determinação da relação de dispersão e parâmetros importantes para a caracterização das propriedades lineares, como a taxa de crescimento, etc.

O modelo de jatos não paralelos de *SFB99*, mesmo violando o Teorema de *Arnol'd* [1966], se mostrou estável. Como resolveremos um problema onde as configurações são semelhantes às apresentadas por *SFB99*, e temos interesse em pesquisar padrões barotropicamente instáveis, analisaremos o jato inercial longe da costa a fim de estimar as propriedades que tornariam este jato zonal instável, e posteriormente faremos a sua junção com o continente.

Neste jato zonal no interior do oceano, basta que escolhamos os campos de vorticidade potencial de tal forma que o seu gradiente meridional mude de sinal no interior do domínio. Tal escolha nos dará uma condição necessária (porém não suficiente) para a existência de instabilidade de cisalhamento horizontal, ou barotrópica, de acordo com o Teorema de Rayleigh.

2.5 O Modelo Linear

Chamaremos de Modelo Linear ao conjunto de cálculos que utilizaremos para determinar os valores do gradiente de VP e o perfil meridional da velocidade zonal, longe do contorno oeste em função de escolhas de \bar{v} nos contornos. Os cálculos do Modelo Linear são efetuados para a região onde a influência do continente não se faz presente. Então, os campos de VP serão definidos através da seguinte expressão:

$$q(y) = q_o + \sum_{n=1}^3 \Delta_n \mathcal{H}(y - \bar{y}_n - \eta_n(x, t)) , \quad (2.7)$$

sendo y_n o posicionamento médio da n-ésima frente, Δ_n o salto de VP através da n-ésima frente, η_n as amplitudes das perturbações na n-ésima frente.

A Figura 2.4 mostra esquematicamente a distribuição das regiões homogêneas de VP, como também os saltos de VP presentes em cada frente.

Como já dito, consideremos aqui a região suficientemente afastada da barreira meridional, como mostra a Figura 2.4, ou seja, onde $x \rightarrow \infty$. A solução consiste em resolver o problema análogo ao do jato zonal infinito de *Pratt & Stern* [1986] associada à uma única frente de VP. Para tanto, seguiremos a técnica de *Flierl et al.* [2000] aplicada a um modelo de três frentes em um oceano de $1\frac{1}{2}$ -camadas sob a aproximação do plano f .

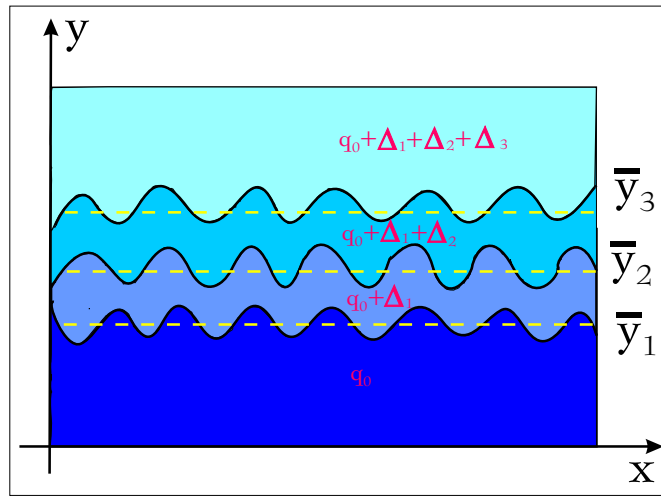


Figura 2.4: Região suficientemente afastada do continente na qual aplica-se a técnica de *Flierl et al.* [2000].

A relação de inversibilidade que resolve este problema é a Eq. (2.6). Subdividimos esta solução em duas parcelas, que são as relativas ao estado básico $\bar{\psi}$ e o estado perturbado ψ' associado a ondas de pequena amplitude, de modo que tenhamos:

$$\psi = \bar{\psi}(x, y) + \psi'(x, y, t). \quad (2.8)$$

Considerando uma solução ondulatória para ψ' , podemos escrever:

$$\psi' = \phi(y)e^{ik(x-ct)}, \quad (2.9)$$

onde c é a velocidade de fase e k é o número de onda.

Sendo assim, as soluções para η e v' também serão ondulatórias e do tipo:

$$\eta_n = \hat{\eta}_n e^{ik(x-ct)}, \quad (2.10)$$

n é o índice de cada frente, e

$$v' = \hat{v} e^{ik(x-ct)}. \quad (2.11)$$

Analogamente à Eq.(2.8), faremos também o desmembramento em q :

$$q = \bar{q} + q', \quad (2.12)$$

onde:

$$\bar{q} = q_o + \sum_{n=1}^3 \Delta_n \mathcal{H}(y - \bar{y}_n), \quad (2.13)$$

e,

$$q' = \sum_{n=1}^3 \Delta_n [\mathcal{H}(y - \bar{y}_n - \eta_n(x, t)) - \mathcal{H}(y - \bar{y}_n)]. \quad (2.14)$$

Podemos assim, escrever as relações de inversibilidade para ambas as soluções:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - 1 \right) \bar{\psi} = \bar{q}, \quad (2.15)$$

e

$$(\nabla^2 - 1)\psi' = q'. \quad (2.16)$$

Aplicando as relações (2.3) e (2.4) para função de corrente nas Eqs.(2.15) e (2.16), respectivamente, obtemos, após a linearização e assumindo ondas de pequena amplitude:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - 1 \right) \bar{u}(y) = - \sum_{n=1}^3 \Delta_n \delta(y - \bar{y}_n), \quad (2.17)$$

e

$$(\nabla^2 - 1)v' = - \sum_{n=1}^3 \Delta_n \delta(y - \bar{y}_n - \hat{\eta}_n) \left(\frac{\partial \eta_n}{\partial x} \right). \quad (2.18)$$

A equação da conservação da VP quase-geostrófica, ante a solução do tipo da Eq.(2.11), assume a forma de:

$$v' = \frac{\partial \eta_n}{\partial t} + u \frac{\partial \eta_n}{\partial x}. \quad (2.19)$$

Substituindo η_n e v' em (2.18) e (2.19) pelas suas soluções ondulatórias e linearizando as equações obtemos, respectivamente:

$$(\nabla^2 - 1)\hat{v} = -ik \sum_{n=1}^3 \left[\Delta_n \delta(y - \bar{y}_n) \frac{\partial}{\partial x} \hat{\eta}_n \right], \quad (2.20)$$

e

$$\hat{v} = ik\hat{\eta}_n [(\bar{u}(y) - c)] . \quad (2.21)$$

As soluções para (2.17) e (2.20) são obtidas a partir do método das Funções de Green, que satisfazem a:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} + (k^2 + 1) G(y|y') = \delta(y - y') . \quad (2.22)$$

A solução de (2.22) é

$$G_k(y|y') = \frac{1}{2\sqrt{k^2 + 1}} e^{-\sqrt{k^2 + 1}|y - y'|} . \quad (2.23)$$

Para o caso particular $k = 0$, a Função de Green toma a forma de:

$$G_0(y|y') = \frac{1}{2} e^{-|y - y'|} . \quad (2.24)$$

Aplicando (2.23) e (2.24) nas equações de \bar{u} e v' , obtemos:

$$\bar{u} = \sum_{n=1}^3 \Delta_n G_0(y|\bar{y}_n) , \quad (2.25)$$

e

$$\hat{v} = -ik \sum_{n=1}^3 \Delta_n G_k(y|y_n) \hat{\eta}_n . \quad (2.26)$$

De posse das Eqs.(2.21), (2.25) e (2.26), podemos encontrar a relação de dispersão avaliando a Eq.(2.21), que é aplicada em cada um dos três contornos, desta forma

$$M_k \hat{\eta}_n = 0 , \quad (2.27)$$

onde M_k é a matriz quadrada 3×3 dada por

$$M_k n = \begin{pmatrix} \bar{u}(\bar{y}_1) - c + G_k(y|\bar{y}_1)\Delta_1 & G_k(y|\bar{y}_2)\Delta_2 & G_k(y|\bar{y}_3)\Delta_3 \\ G_k(y|\bar{y}_1)\Delta_1 & \bar{u}(\bar{y}_2) - c + G_k(y|\bar{y}_2)\Delta_2 & G_k(y|\bar{y}_3)\Delta_3 \\ G_k(y|\bar{y}_1)\Delta_1 & G_k(y|\bar{y}_2)\Delta_2 & \bar{u}(\bar{y}_3) - c + G_k(y|\bar{y}_3)\Delta_3 \\ . & . & . \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

A solução não trivial para c é encontrada fazendo:

$$\det(M_k) = 0. \quad (2.29)$$

Como o resultado da Eq.(2.29), para a velocidade de fase c , mostra-se por demais extenso e tedioso, optamos por apresentar apenas a expressão polinomial daquele determinante,

$$\begin{aligned} \det(M_k) = & -c^3 + c^2 \left[G_k(y|\bar{y}_1) \Delta_1 + G_k(y|\bar{y}_3) \Delta_3 + G_k(y|\bar{y}_2) \Delta_2 + \bar{u}(\bar{y}_1) \right. \\ & \left. + \bar{u}(\bar{y}_2) + \bar{u}(\bar{y}_3) \right] - c \left[\bar{u}(\bar{y}_1) \bar{u}(\bar{y}_2) + \bar{u}(\bar{y}_2) \bar{u}(\bar{y}_3) + G_k(y|\bar{y}_2) \Delta_2 \bar{u}(\bar{y}_3) \right. \\ & \left. + \bar{u}(\bar{y}_2) G_k(y|\bar{y}_3) \Delta_3 + \bar{u}(\bar{y}_3) + \bar{u}(\bar{y}_1) G_k(y|\bar{y}_2) \Delta_2 + \bar{u}(\bar{y}_1) G_k(y|\bar{y}_3) \Delta_3 \right. \\ & \left. + G_k(y|\bar{y}_1) \Delta_1 + G_k(y|\bar{y}_1) \Delta_1 \bar{u}(\bar{y}_2) \right] + \left[\bar{u}(\bar{y}_1) \bar{u}(\bar{y}_2) \bar{u}(\bar{y}_3) \right. \\ & \left. + \bar{u}(\bar{y}_1) G_k(y|\bar{y}_2) \Delta_2 \bar{u}(\bar{y}_3) + \bar{u}(\bar{y}_1) \bar{u}(\bar{y}_2) G_k(y|\bar{y}_3) \Delta_3 \right]. \end{aligned} \quad (2.30)$$

A partir da equação da relação de dispersão, podemos obter um número complexo c , cujas partes reais e imaginárias se relacionam, respectivamente, a velocidade de fase (c_r) e a taxa de crescimento das ondas (σ).

$$c = c_r + ic_i = c + \frac{i\sigma}{k}. \quad (2.31)$$

Podemos obter também os valores da frequência (ω) e da velocidade de grupo (c_g), expressos por:

$$\omega = kc, \quad (2.32)$$

e

$$c_g = \frac{d\omega}{dk}. \quad (2.33)$$

Com a Eq.(2.25), obtemos o perfil meridional dos jatos zonais. Na prática, aquela equação é resolvida de forma invertida, isto porque a escolha de valores de $\bar{u}(\bar{y}_n)$ é mais intuitiva do que a dos saltos de VP em cada frente, isto é, os ($\Delta_{n's}$).

2.6 O Modelo Não-Linear

O modelo não-linear determina a evolução não-linear do sistema a partir de distribuições iniciais de VP. O formalismo apresentado a seguir segue *SFB99*. A diferença é que aqui, conforme descrito na Seção (2.2), são quatro regiões distintas de VP homogêneas, separadas por três frentes. A frente central é conectada com a costa, enquanto as duas externas, como veremos a seguir, tendem a ter o formato hiperbólico, como mostra a Figura 2.3.

Conforme a Eq.(2.7), a relação de inversibilidade pode, longe da costa, ser escrita como:

$$(\nabla^2 - 1)\psi + \beta y = q_o + \sum_{n=1}^3 \Delta_n \mathcal{H}(y - \bar{y}_n - \eta_n(x, t)) . \quad (2.34)$$

Seguindo *SFB99*, utilizamos a natureza linear da Eq.(2.34) para aplicar o princípio da superposição e subdividir a função de corrente geostrófica ψ em três partes:

$$\psi = \bar{\psi} + \beta\psi_\beta + \psi' , \quad (2.35)$$

onde denominamos de $\bar{\psi}$, a **função de corrente retilínea**, associada à posição retilínea das frentes de VP conforme a Figura 2.5.b mostra. A relação de inversibilidade relacionando $\bar{\psi}$ e \bar{q} , longe do contorno oeste, é conforme as Eqs.(2.13) e (2.15) da seção anterior,

$$\begin{aligned} (\nabla^2 - 1)\bar{\psi} &= \bar{q} \\ &= q_o + \sum_{n=1}^3 \Delta_n \mathcal{H}(y - \bar{y}_n) . \end{aligned} \quad (2.36)$$

À componente ψ_β , denominamos **função de corrente “beta”** visto que é incluída para viabilizar a solução para o plano β em uma distribuição de VP descontínua.

A relação de inversibilidade para ψ_β é dada por

$$(\nabla^2 - 1)\psi_\beta = -y . \quad (2.37)$$

A componente ψ' , a qual denominamos **função de corrente perturbada**, corresponde ao campo de função de corrente associado aos desvios espaço-temporal

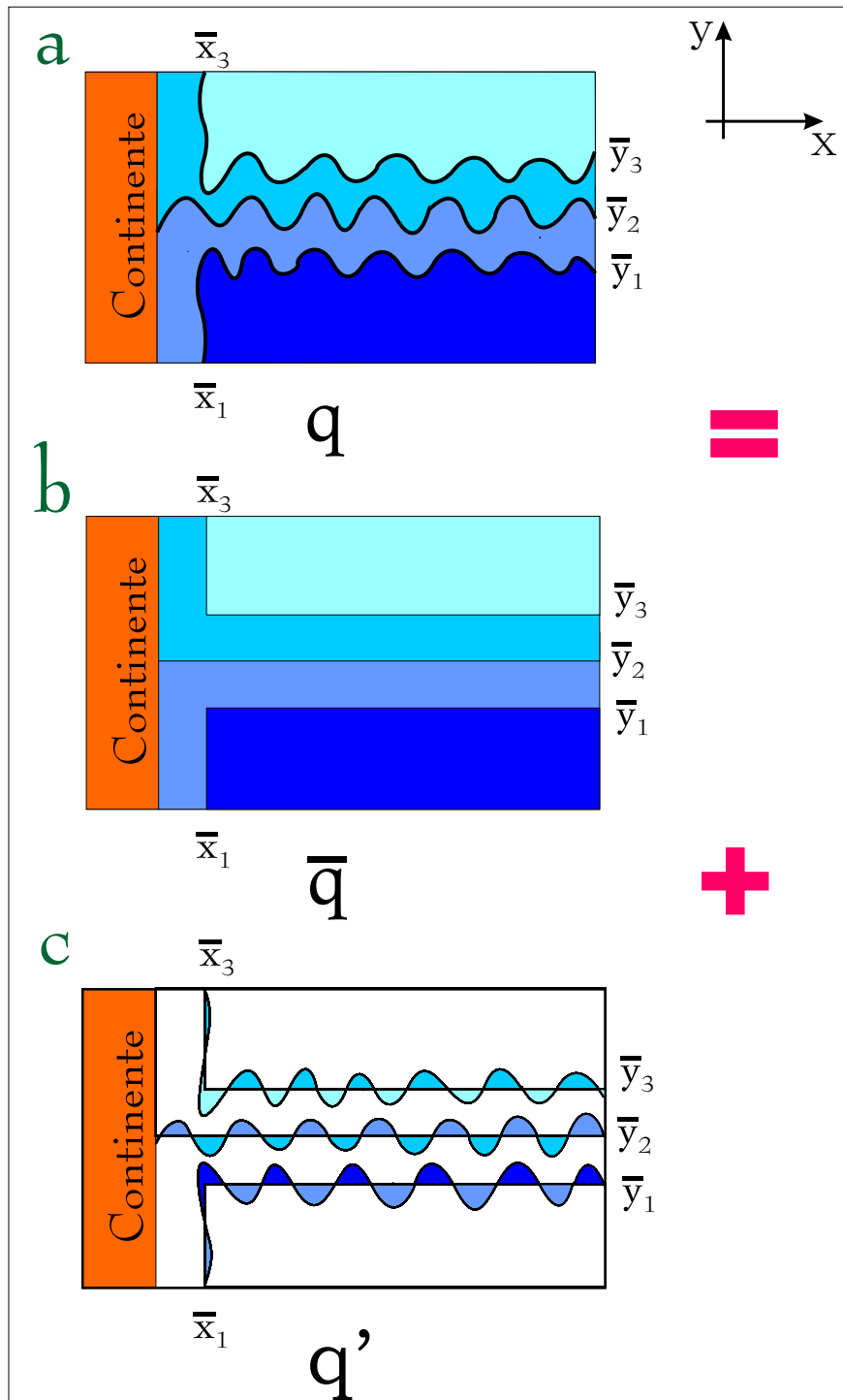


Figura 2.5: Esquemas das configurações das frentes de vorticidade potencial. (a): formas genéricas das frentes de VP. (b): Formas arbitradas para as frentes de VP. (c): Formas das perturbações das frentes de VP.

dependentes relativamente à distribuição de ψ' . Assim, conforme definido nas Eqs.(2.14) e (2.16)

$$\begin{aligned} (\nabla^2 - 1)\psi' &= q' \\ &= \sum_{n=1}^3 \Delta_n [\mathcal{H}(y - \bar{y}_n - \eta_n) - \mathcal{H}(y - \bar{y}_n)] . \end{aligned} \quad (2.38)$$

A distribuição de q' está mostrada na Figura 2.5.c. Todos os três campos satisfazem à condição de contorno $\psi = 0$ na costa ($x = 0$) para que o princípio da superposição seja aplicado irrestritamente, a intuito de ilustração, no caso do plano f ($\beta = 0$), os campos de \bar{q} e q' podem ser esquematizados como na Figura 2.5.

Devemos ressaltar que apesar de $\bar{\psi} + \beta\psi_\beta$ ser não dependente do tempo, nem $\bar{\psi} + \beta\psi_\beta$ representar um estado estacionário, tampouco ψ' representa as perturbações sobre este estado. A separação de ψ em componentes, conforme descrito em *SFB99*, é feita para facilitar a aplicação da técnica de Dinâmica de Contornos em domínios e contornos semi-infinitos. Tal procedimento foi originalmente sugerido por *Stern* [1985] e *Pratt & Stern* [1986]. Retornaremos a este assunto nas subseções a seguir, onde descreveremos como os cálculos de $\bar{\psi}$, ψ_β e ψ' são realizados.

2.6.1 Solução para a Função de Corrente Retilínea - $\bar{\psi}$

A função de corrente retilínea é resolvida pela solução da Eq.(2.36), levando-se em consideração a distribuição de \bar{q} presente na Figura 2.5.b.

A solução da Eq.(2.36) requer quatro condições de contorno:

- i) $\bar{\psi} = 0$ em $x = 0$,
- ii) $\bar{\psi} = 0$ em $x \rightarrow \infty$,
- iii) $\bar{\psi} = 0$ em $y \rightarrow -\infty$, e
- iv) $\bar{\psi} = 0$ em $y \rightarrow \infty$.

A expressão para $\bar{\psi}(\infty, y)$ é obtida pela integração das equações do modelo linear, isto é, a partir das expressões de $\bar{w}(\infty, y)$ visto que no interior do oceano a corrente é puramente zonal. Assim, temos

$$\bar{\psi}(\infty, y) = \begin{cases} -q_o + a_0 e^y & y < \bar{y}_1 \\ -(q_o + \Delta_1) + a_{11} e^y + a_{12} e^{-y} & \bar{y}_1 < y < \bar{y}_2 \\ -(q_o + \Delta_1 + \Delta_2) + a_{21} e^y + a_{22} e^{-y} & \bar{y}_2 < y < \bar{y}_3 \\ -(q_o + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3) + a_3 e^{-y} & y > \bar{y}_3 \end{cases}, \quad (2.39)$$

onde as constantes a_0 , a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} e a_3 são dadas por

$$a_0 = -\frac{\Delta_1}{2} e^{-\bar{y}_1} - \frac{\Delta_2}{2} e^{-\bar{y}_2} - \frac{\Delta_3}{2} e^{-\bar{y}_3}, \quad (2.40)$$

$$a_{11} = -\frac{\Delta_2}{2} e^{-\bar{y}_2} - \frac{\Delta_3}{2} e^{-\bar{y}_3}, \quad (2.41)$$

$$a_{12} = \frac{\Delta_1}{2} e^{\bar{y}_1}, \quad (2.42)$$

$$a_{21} = \frac{\Delta_1}{2} e^{\bar{y}_1} + \frac{\Delta_2}{2} e^{\bar{y}_2}, \quad (2.43)$$

e

$$a_3 = \frac{\Delta_1}{2} e^{\bar{y}_1} + \frac{\Delta_2}{2} e^{\bar{y}_2} - \frac{\Delta_3}{2} e^{\bar{y}_3}. \quad (2.44)$$

Vale lembrar que os valores dos saltos de VP foram determinados pelo modelo linear. A exceção aqui é que o valor q_o da região de VP mais ao sul do modelo, vide Figura 2.5 deixa de ser um parâmetro livre em um oceano semi-infinito. A frente central de VP, que tem posição latitudinal média \bar{y}_2 , como vemos na Figura 2.5, se conecta com a costa. Logo, o valor de $\bar{\psi}$ tem de ser o mesmo que para $\bar{\psi}(x = 0)$, conforme a condição (i). Aplicando-se tal condição, obtemos

$$q_o = -\Delta_1 - \frac{1}{2} \left[\Delta_2 + \Delta_3 e^{-(\bar{y}_3 - \bar{y}_2)} - \Delta_1 e^{-(\bar{y}_2 - \bar{y}_1)} \right]. \quad (2.45)$$

Antes de apresentarmos as soluções para $\bar{\psi}$ nos extremos norte e sul do modelo, conforme as condições (iii) e (iv), devemos comentar o porque das formas retilíneas dos contornos externos de \bar{q} . Como mostrado acima, o valor da função de corrente da frente central que se conecta com a costa tem de ser zero, e por consequência, os valores de

$\bar{\psi}$ sobre as frentes externas não são nulos. Para comprovar tal fato, basta avaliarmos a Eq.(2.39) para $y = \bar{y}_1$ e $y = \bar{y}_3$.

Para um estado estacionário ($\frac{\partial}{\partial t}q = 0$), a conservação de VP se reduz a

$$J(\psi, q) = \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial y} \frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad (2.46)$$

a qual pode ser reescrita como,

$$\nabla q \times \nabla \psi = 0, \quad (2.47)$$

que mostra que gradientes de ψ e q tem de ser coincidentes. Em outras palavras, isolinhas de VP e linhas de corrente tem de coincidir para que tenhamos um estado estacionário em um oceano quase-geostrófico.

Como queremos estudar a separação de correntes de contorno oeste, longe da região de confluência, seja ao sul ou ao norte do domínio, as correntes de contorno tenderão a ser paralelas ao contorno oeste. E se existir estado estacionário, as frentes de VP terão de ser coincidentes às linhas de corrente, paralelas à costa. As distâncias \bar{x}_1 e \bar{x}_3 que as frentes de VP se situariam da costa teriam de ser as mesmas que separam as frentes externas da frente central no interior do oceano. Ou seja,

$$\bar{x}_1 = \bar{y}_2 - \bar{y}_1 \quad (2.48)$$

e

$$\bar{x}_3 = \bar{y}_3 - \bar{y}_2. \quad (2.49)$$

Logo, os formatos das frentes externas em \bar{q} representam as assíntotas das frentes de VP ao sul e norte do domínio num estado estacionário ainda desconhecido. Adiantamos que os contornos externos estacionários terão a forma de hipérboles.

Tendo em vista esta discussão, resolvemos $\bar{\psi}$ nos extremos sul e norte do domínio.

Para $y \rightarrow -\infty$, a solução é a seguinte equação diferencial

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - 1 \right) \bar{\psi} = \begin{cases} q_0, & x > \bar{x}_1 \\ q_0 + \Delta_1 & x < \bar{x}_1 \end{cases}. \quad (2.50)$$

Considerando-se o valor de $\bar{\psi}$ no contorno oeste e a continuidade da função de corrente através da frente, chegamos a

$$\bar{\psi} = \begin{cases} -(q_0 + \Delta_1) + b_1 e^x + b_2 e^{-x} & x < \bar{x}_1 \\ -q_0 + b_3 e^{-x} & x > \bar{x}_1 \end{cases}, \quad (2.51)$$

onde as constantes b_1 , b_2 e b_3 são dadas por

$$b_1 = \frac{\Delta_1}{2} e^{-\bar{x}_1}, \quad (2.52)$$

$$b_2 = q_0 + \Delta_1 \left(1 - \frac{1}{2} e^{-\bar{x}_1}\right), \quad (2.53)$$

e

$$b_3 = (q_0 + \Delta_1) - \frac{\Delta_1}{2} (e^{\bar{x}_1} + e^{-\bar{x}_1}). \quad (2.54)$$

Para $y \rightarrow \infty$, resolvemos a seguinte equação

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - 1\right) \bar{\psi} = \begin{cases} q_0 + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 & x > \bar{x}_3 \\ q_0 + \Delta_1 + \Delta_2 & x < \bar{x}_3 \end{cases}, \quad (2.55)$$

de forma similar à Eq.(2.50). A solução então é dada por

$$\bar{\psi} = \begin{cases} -(q_0 + \Delta_1 + \Delta_2) + c_1 e^x + c_2 e^{-x}, & x < \bar{x}_3 \\ -(q_0 + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3) + c_3 e^{-x}, & x > \bar{x}_3 \end{cases}, \quad (2.56)$$

onde os coeficientes são

$$c_1 = -\frac{\Delta_3}{2} e^{-\bar{x}_3}, \quad (2.57)$$

$$c_2 = (q_0 + \Delta_1 + \Delta_2) + \frac{\Delta_3}{2} (e^{\bar{x}_3}), \quad (2.58)$$

e

$$c_3 = (q_0 + \Delta_1 + \Delta_2) + \frac{\Delta_3}{2} (e^{\bar{x}_3} + e^{-\bar{x}_3}). \quad (2.59)$$

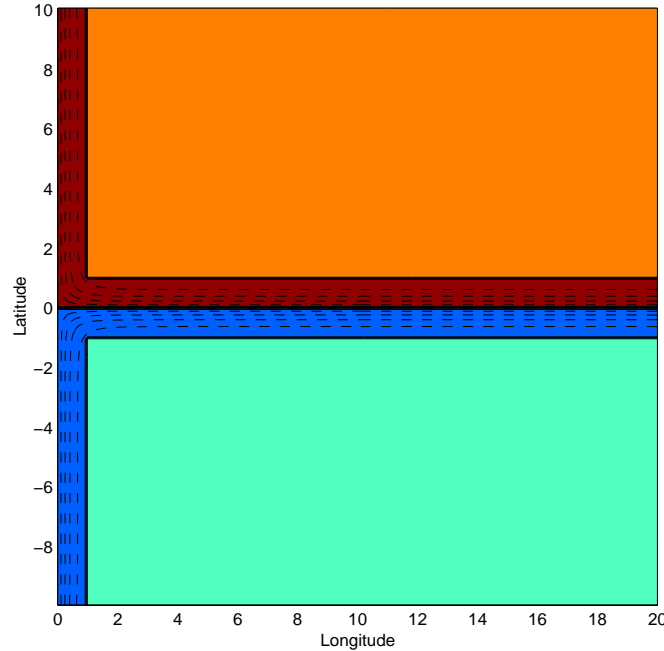


Figura 2.6: Configuração retilínea das frentes de VP superpostas às isolinhas da função de corrente ($\bar{\psi}$).

Apesar da estrutura do sistema de correntes, não é possível solução analítica para a região próxima à confluência das CCO's. Assim, obtemos $\bar{\psi}$ numericamente por iteração utilizando as Eqs.(2.39), (2.51) e (2.56) como condições de contorno para o domínio e considerando o campo \bar{q} esquematizado na Figura 2.5.b, como também pode ser observado na Figura 2.6, que as linhas de $\bar{\psi}$ estão indicando as formas das frentes externas de VP.

O esquema numérico de iteração foi realizado a partir de uma grade de 20×20 , sendo a resolução de 0.1, conforme mostra a Figura 2.9. Estabelecemos que as distâncias laterais do domínio teriam vinte raios de deformação, distribuídos tomando-se dez raios de deformação para o norte e dez para o sul a partir do eixo central do jato infinito zonal, enquanto que o eixo leste-oeste tem sua origem junto ao contorno oeste. Isto foi feito para que possamos considerar a fronteira leste suficientemente distante das influências da barreira continental.

Os valores de $\bar{\psi}$ foram obtidos de acordo com a iteração da equação em dife-

renças finitas

$$\bar{\psi}(i, j) = \frac{\bar{\psi}(i+1, j) + \bar{\psi}(i+2, j) + \bar{\psi}(i, j+1) + \bar{\psi}(i, j+2) - \bar{q}(i, j)\Delta l}{4 + \Delta l^2}, \quad (2.60)$$

onde os índices i e j estão relacionados com os pontos de grade conforme a Figura 2.9.

2.6.2 Solução para a Função de Corrente Beta - ψ_β

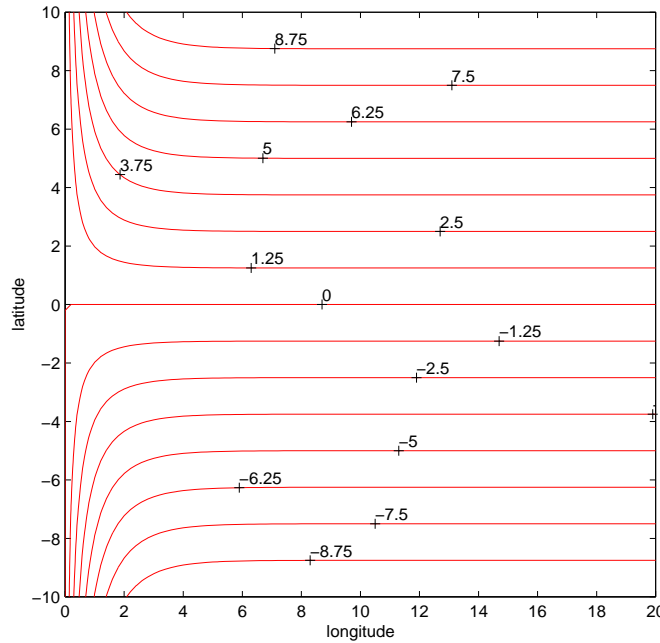


Figura 2.7: Campo de função de corrente Beta - ψ_β .

A aplicação do plano β em um modelo DC, via ψ_β , reproduz *SFB99*. Estes autores adaptaram as idéias de *Yano & Flierl* [1992] para jatos geofísicos infinitos.

Optamos aqui por repetir o desenvolvimento de *SFB99*, porém detalhando mais a física e o método desta aproximação, ausentes no artigo desses autores.

Uma das conseqüências da presença do gradiente de vorticidade planetária é a existência de ondas planetárias. Numa distribuição descontínua de VP, as ondas de vorticidade, como já exposto, confinam sua existência aos contornos que separam duas regiões homogêneas de VP (veja a Figura 2.5.a). Estas são ondas de vorticidade, mas

não são ondas planetárias. Em outras palavras, não é possível resolver estas últimas ondas em um modelo DC visto que a variação linear do gradiente de vorticidade potencial associada ao campo de vorticidade planetária não é permitida. A aproximação do campo de VP em funções degrau em modelos DC é obviamente inconsistente com variações lineares de VP. Logo, a aplicação do plano β em modelos DC pelo método de *SFB99* é rudimentar.

A forma de introduzir o efeito β no modelo é compensar o termo βy por um escoamento independente do tempo. Este escoamento impõe assim uma deriva oeste no interior do oceano, da mesma forma que as ondas planetárias propagam fase para oeste.

Esta corrente para oeste terá que sofrer uma divergência à medida em que se aproximar do continente, devido à presença daquela barreira meridional. Assumirá então uma forma semelhante à região entre dois giros inerciais apresentados por *Fofonoff* [1954], como mostra a Figura 2.7.

A solução para ψ_β é obtida considerando que uma parte do campo de VP, q_β , satisfaz a relação de inversibilidade

$$(\nabla^2 - 1)\psi_\beta^* + \beta y = q_\beta . \quad (2.61)$$

Analisando a Eq.(2.34), concluímos facilmente que q_β é nulo para que o princípio da superposição seja corretamente aplicado. Portanto, podemos escrever (2.61) como

$$(\nabla^2 - 1)\psi_\beta^* = -\beta y . \quad (2.62)$$

Mas, como β é constante, utilizaremos o seguinte artifício para não ser necessário recalcular a solução de (2.62) à medida que variamos β :

$$(\nabla^2 - 1)\psi_\beta = -y , \quad (2.63)$$

que é idêntica à Eq.(2.37). Então, ψ_β^* se relaciona com ψ_β por

$$\psi_\beta^* = \beta\psi_\beta . \quad (2.64)$$

Resolvendo a Eq.(2.61), encontramos a seguinte expressão analítica para ψ_β

$$\psi_\beta = y(1 - e^{-x}) . \quad (2.65)$$

A solução (2.65) está representada na Figura 2.7.

2.6.3 Solução para a Função de Corrente Perturbada - ψ'

A solução para a função de corrente perturbada segue *SFB99*.

Aplicando-se a Função de Green para a Eq. (2.38), obtemos a expressão abaixo

$$\psi' = \int \int_{D_n} G(x, y|x', y') q' dx' dy' , \quad (2.66)$$

onde D_n representa a área compreendida entre a n-ésima curva $\bar{y}_n(x, y) + \eta_n(x, y, t) = y$ e $\bar{y}_n(x, y)$, como mostra a Figura 2.5.c.

Desenvolvendo a Função de Heaviside em q' ,

$$\psi' = - \sum_{n=1}^3 \Delta_n \int \int_{D_n} G(x, y|x', y') dx' dy' . \quad (2.67)$$

A condição de contorno de velocidade normal nula à parede é satisfeita, em nosso oceano invíscido, utilizando o Método das Imagens, o qual usa o contorno oeste como eixo de simetria. Assim, a Função de Green é dividida em duas partes: aquela que é solução do domínio físico (G_+), e a que corresponde às imagens (G_-), conforme

$$G = G_+ + G_- . \quad (2.68)$$

De acordo com *Pratt & Stern* [1986], a função de Green pode ser representada pela Função de Bessel Modificada, conforme as relações a seguir:

$$G_+ = -\frac{1}{2\pi} K_0(r_+) , \quad (2.69)$$

e

$$G_- = \frac{1}{2\pi} K_0(r_-) , \quad (2.70)$$

onde K_0 é a Função de Bessel Modificada de ordem zero, e

$$r_+^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 , \quad (2.71)$$

e

$$r_-^2 = (x + x')^2 + (y - y')^2 . \quad (2.72)$$

As equações acima representam as distâncias do ponto considerado (x, y) até cada um dos pontos componentes das três frentes de VP (x', y') .

Substituindo (2.68) em (2.67), resulta:

$$\psi' = - \sum_{n=1}^3 \Delta_n \int \int_{D_n} (G_+ + G_-) dx' dy' . \quad (2.73)$$

Entretanto, a técnica de Dinâmica de Contornos requer que (2.73) seja escrita em termos de integrais de linha.

Para obtermos v' , fazemos $\frac{\partial}{\partial x}$ em (2.73) e chegamos a

$$v' = - \sum_{n=1}^3 \Delta_n \int \int_{D_n} \left[\frac{\partial G_+}{\partial x} + \frac{\partial G_-}{\partial x} \right] dx' dy' . \quad (2.74)$$

De acordo com *Wang* [1992], utilizamos as propriedades de simetria da Função de Green:

$$\frac{\partial G_+}{\partial x} = - \frac{\partial G_+}{\partial x'} , \quad (2.75)$$

e

$$\frac{\partial G_-}{\partial x} = \frac{\partial G_-}{\partial x'} . \quad (2.76)$$

Substituímos (2.76) e (2.75) em (2.74), e obtemos

$$v' = \sum_{n=1}^3 \Delta_n \int \int_{D_n} \left[\frac{\partial G_+}{\partial x'} - \frac{\partial G_-}{\partial x'} \right] dx' dy' . \quad (2.77)$$

Utilizamos o Teorema da Divergência a fim de transformar uma integral dupla em uma integral de linha com o mesmo significado físico, entretanto com solução menos complexa.

Considerando-se a relação

$$\frac{\partial G}{\partial x'} = \nabla \cdot (G \vec{i}') , \quad (2.78)$$

sendo que \vec{i}' representa o vetor unitário na direção x' ; podemos substituir esta relação em (2.77) e obter

$$v' = \sum_{n=1}^3 \Delta_n \int \int_{D_n} \nabla \cdot [G_+ \vec{i}' - G_- \vec{i}'] dx' dy' . \quad (2.79)$$

Aplicamos o Teorema da Divergência, e chegamos a

$$v' = \sum_{n=1}^3 \Delta_n \int_{\partial D_n} (G_+ - G_-) (\vec{i}' \vec{n}') dl' , \quad (2.80)$$

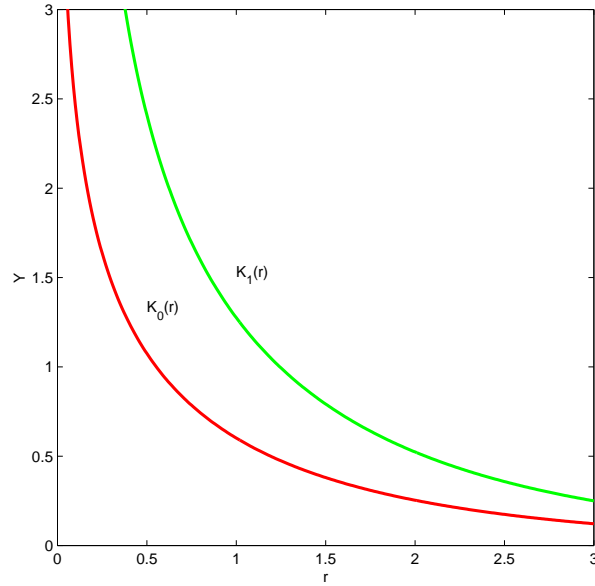


Figura 2.8: Função de Bessel modificada de primeira ordem ($K_0(r)$), e de segunda ordem ($K_1(r)$). $K_1(r)$ reduz a singularidade existente para pequenos valores do argumento.

onde dl' é um segmento infinitesimal da frente em um dado ponto. \vec{n}' é o vetor unitário perpendicular à dl' . A seguinte relação geométrica pode ser deduzida facilmente

$$dy' = -\vec{i} \cdot \vec{n}' dl' . \quad (2.81)$$

Substituímos (2.81) em (2.80), e chegamos a

$$v' = - \sum_{n=1}^3 \Delta_n \int_{\partial D_n} (G_+ - G_-) dy' . \quad (2.82)$$

Substituímos as Funções de Bessel na Eq.(2.82), e obtemos

$$v' = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^3 \Delta_n \int_{\partial D_n} [K_0(r_+) + K_0(r_-)] dy' . \quad (2.83)$$

A Função de Bessel Modificada é singular para argumentos muito pequenos, (vide Figura 2.8) semelhantemente à função logarítmica.

Sendo assim, para minimizarmos tal singularidade, utilizamos o método descrito em *Polvani* [1988] de integrais por partes, para obtermos a expressão final

$$v' = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^3 \Delta_n \left[\int_{\partial D_n} (y - y') K_1(r_+) \frac{dr_+^2}{2r_+} + \int_{\partial D_n} (y - y') K_1(r_-) \frac{dr_-^2}{2r_-} \right]. \quad (2.84)$$

Analogamente:

$$u' = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^3 \Delta_n \left[\int_{\partial D_n} (x - x') K_1(r_+) \frac{dr_+^2}{2r_+} + \int_{\partial D_n} (x + x') K_1(r_-) \frac{dr_-^2}{2r_-} \right]. \quad (2.85)$$

Com a função K_1 , a singularidade ainda persiste, entretanto em menores proporções.

Nota-se nas Eqs.(2.84) e (2.85) que as integrais correspondentes à imagem tendem a zero à medida que o ponto considerado sobre a linha de VP (x,y) se distancia do continente. Isto significa que quanto mais longe da barreira continental estiver o ponto em questão, menor será a influência do contorno.

2.6.4 Esquema Numérico de Dinâmica de Contornos

O modelo não linear de DC segue a estrutura do algoritmo da inversibilidade (Seção 2.3). Entretanto, o esquema numérico utiliza a forma lagrangeana da Eq.(2.1). Nesta forma lagrangeana, as frentes de VP são formadas por conjuntos de partículas (ou seja, parcelas de fluido) que evoluem temporalmente de acordo com

$$\frac{d}{dt} x_p^{(m)} = \bar{u}_p^{(m)} + \beta u_{\beta p}^{(m)} + u_p'^{(m)} \quad (2.86)$$

$$\frac{d}{dt} (\bar{y}_n^{(m)} + \eta_n^{(m)}) = \bar{v}_p^{(m)} + \beta v_{\beta n}^{(m)} + v_n'(m), \quad (2.87)$$

onde m corresponde à m -ésima parcela de fluido na n -ésima frente. Definimos ainda P representando o número total de frentes de VP e D o total de partículas em cada frente de VP.

Os valores associados à \bar{u} e \bar{v} são obtidos através da interpolação das posições das partículas sobre as frentes e os pontos de grade nos quais $\bar{\psi}$ foi obtido, conforme mostra a Figura 2.9.

Caso as partículas ultrapassem os limites leste, norte ou sul da matriz de \bar{u} e \bar{v} , as soluções analíticas são utilizadas.

A solução para a região próxima à margem leste da matriz é dada pela Eq.(2.39). Assim como as soluções para os contornos norte e sul estão representadas pelas Eqs.(2.51 e 2.56), como visto na Seção 2.5. E, naturalmente, para o contorno oeste, a solução é nula devido à barreira meridional.

A solução para as velocidades oriundas de ψ_β é dada analiticamente de acordo com a Eq.(2.65), e são avaliadas para cada parcela.

A solução para u' e v' é realizada através da discretização das Eqs.(2.84) e (2.85), utilizando-se a Regra do ponto Médio.

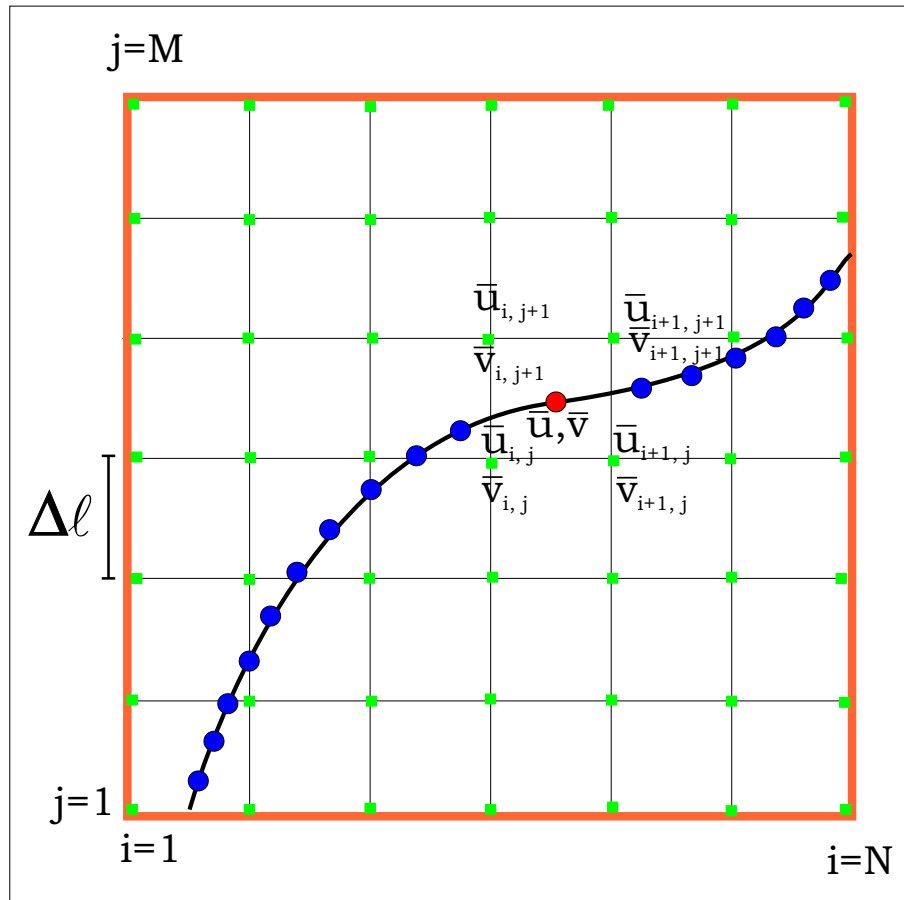


Figura 2.9: Grade de diferenças finitas utilizada para a determinação dos valores de u e v através de iteração. $\Delta l = \Delta^*x = \Delta^*y$.

$$v'_o(x, y) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^P \Delta_i \left[\sum_{m=1}^D y_o - y(n, m) K_1(r_+) \frac{dr_+^2}{2r_+} + \sum_{n=1}^D y_o - y(n, m) K_1(r_-) \frac{dr_-^2}{2r_-} \right], \quad (2.88)$$

onde,

$$r_+ = [r_{x+}^2 + r_y^2], \text{ e}$$

$$r_- = [r_{x-}^2 - r_y^2].$$

Sendo que,

$$r_{x+} = x_o - \frac{x(n, m) + x(n, m + 1)}{2}, \quad (2.89)$$

$$r_{x-} = x_o + \frac{x(n, m) + x(n, m + 1)}{2}, \quad (2.90)$$

$$r_y = y_o - \frac{y(n, m) + y(n, m + 1)}{2}, \quad (2.91)$$

$$dr_+^2 = \sqrt{(x(n, m + 2) - x_o)^2 + (y(n, m + 2) - y_o)^2 - (x(n, m + 1) - x_o)^2 - (y(n, m + 1) - y_o)^2}, \quad (2.92)$$

e

$$dr_-^2 = \sqrt{(x(n, m + 2) + x_o)^2 + (y(n, m + 2) - y_o)^2 - (x(n, m + 1) + x_o)^2 - (y(n, m + 1) - y_o)^2}. \quad (2.93)$$

Analogamente, a equação para u' assume a forma

$$u'_o(x, y) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^P \Delta_i \left[\sum_{m=1}^D x_o - x(n, m) K_1(r_+) \frac{dr_+^2}{2r_+} + \sum_{n=1}^D x_o - x(n, m) K_1(r_-) \frac{dr_-^2}{2r_-} \right], \quad (2.94)$$

Devemos mencionar que expressões se referem à avaliação da velocidade perturbada com componente u' e v' da partícula de índice *zero*. Este procedimento é repetido $P \times D$ vezes, cobrindo portanto, todas as parcelas em todas as três frentes de VP.

Capítulo 3

Resultados e Discussão

3.1 Parâmetros do Modelo

Como vimos no capítulo anterior, os parâmetros relacionados à estrutura de escoamento a serem explorados, para os modelos linear e não-linear, estão restritos às frentes externas de VP. Procuramos atribuir os valores para aquelas frentes, de forma a respeitar a simetria entre os dois hemisférios do modelo.

Cabe lembrar que as velocidades nas frentes externas terão sempre os mesmos sentido e intensidade, assim como os posicionamentos equidistantes em relação à frente central, e ao contorno oeste, de forma a estabelecermos a simetria do sistema, como mostra a Figura 2.3. A variação das velocidades foi efetuada de modo que sejam estudados casos em que aquelas assumam valores tanto positivos quanto negativos.

Assim, os modelos terão as configurações discriminadas abaixo:

- Arbitramos a posição da frente central de VP ($\overline{y}_2 = 0$) como eixo de simetria do modelo;
- A velocidade zonal associada à frente central de VP assume sempre o valor unitário ($\overline{u}_2 = 1$);
- As posições das frentes externas de VP em relação à frente central (\overline{y}_1 e \overline{y}_3) serão simétricas, distando Δy da frente central. Restringiremo-nos a valores $\Delta y = |0.5|; |1.0|; |1.5|$. Da mesma forma, os valores das distâncias entre as frentes

externas e a borda oeste do contorno (\bar{x}_1 e \bar{x}_3) acompanharão a simetria de (\bar{y}_1 e \bar{y}_3), ou seja, a distância entre a costa ($x = 0$) e as frentes é $\Delta x = \Delta y$ nos limites norte e sul do modelo.

- As velocidades zonais das frentes externas de VP (\bar{u}_1 e \bar{u}_3) são exploradas através das seguintes velocidades: 0.1, -0.1, -0.25 e -0.55.

O modelo não-linear, como veremos em detalhes, foi investigado também pela introdução de uma condição inicial imposta através da variação dos parâmetros de um meandro idealizado posto junto à costa sobre a frente central.

3.2 Resultados do Modelo Linear

O modelo linear nos permite estimar a ocorrência de instabilidade barotrópica no interior do oceano (jato zonal infinito), afastado portanto dos efeitos do contorno oeste. De acordo com as configurações e distribuição de VP através do domínio, buscamos satisfazer o Teorema de Rayleigh, todavia a região próxima ao contorno oeste não pode ser avaliada da mesma forma, devido ao formato curvilíneo que as frentes externas adquirem.

As configurações dos jatos nas proximidades do continente tenderão a assumir o formato hipérbólico. Como vimos na Seção 2.4, o Teorema de *Arnol'd* [1966] determina condições para estabilidade em escoamentos curvilíneos. Em um oceano aproximado por $1\frac{1}{2}$ -camadas, a condição para que um escoamento curvilíneo seja estável é representada por,

$$\frac{\partial Q}{\partial \Psi} > 0, \quad (3.1)$$

sendo Q e Ψ , respectivamente, os campos estacionários de VP e da função de corrente geostrófica na camada ativa.

A princípio, a violação da condição acima, possibilita que o sistema seja instável. Contudo, as configurações utilizadas por *SFB99* não satisfaziam a Eq.(3.1), e mesmo assim, não se mostraram instáveis. Consequentemente, o não cumprimento do Teorema

de *Arnol'd* [1966] será condição necessária, porém não suficiente para se obter sistemas barotropicamente instáveis.

Este trabalho propõe, além da utilização do modelo linear para obtenção do perfil meridional de \bar{u}_i e valores de Δ_i , uma análise da instabilidade barotrópica influenciando a região de separação das CCO's e a partir da aplicação dos Teoremas de *Arnol'd* [1966] e de Rayleigh.

Como veremos na discussão dos resultados do modelo não linear, dedicaremos atenção à validação das previsões do sistema linear em termos de velocidade de fase e taxa de crescimento na evolução não-linear do sistema na região próxima à costa.

Nas Tabelas 3.1, 3.2 e 3.3 estão relacionados todos os experimentos realizados com o modelo-linear. Para complementar os estudos deste modelo, construímos a Tabela 3.4 que mostra os casos particulares nos quais o modelo linear atinge a estabilidade neutra para as três diferentes posições das frentes externas de VP. Todos os experimentos do modelo linear apresentam, tanto mudança de sinal dos Δ 's das frentes externas de VP, como também possuem valores numéricos rigorosamente iguais, portanto, de acordo com a simetria do modelo.

Selecionamos a seguir alguns dos resultados dos experimentos realizados com o modelo linear. Consideremos primeiramente os efeitos da variação de velocidade nas bordas do jato zonal para um mesmo valor de Δy . Escolhemos quatro experimentos, dentre aqueles da Tabela 3.1: **L1**, **L2**, **L4** e **L5**, para os quais $\Delta y = 1.0$. Em seguida, analisaremos mais três, **L3** (Tabela 3.1), **L8** (Tabela 3.2) e **L13** (Tabela 3.3), onde fixaremos o parâmetro $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$. As Figuras 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 apresentam os gráficos que resumem os comportamentos das ondas instáveis dos quatro experimentos citados da Tabela 3.1. Uma descrição mais detalhada dos resultados obtidos é apresentada no final da seção.

Discutamos então a exploração do modelo linear examinando jatos dos experimentos **L1**, **L2**, **L4** e **L5**. A Figura 3.1 apresenta os resultados do Experimento **L1**. A Figura 3.1.a mostra o perfil meridional do jato zonal que exhibe regiões de contrafluxos nas suas bordas. Isto se deve à velocidade para oeste associada às frentes externas de VP, acarretando assim um maior cisalhamento horizontal, o que pode indicar maior instabilidade barotrópica. Calculamos o transporte zonal de volume do jato por unida-

Tabela 3.1: Tabela dos Experimentos do Modelo linear para $\Delta y = 1.0$.

Experimentos	$\overline{u_1} = \overline{u_3}$	q_o	Δ_1	Δ_2	Δ_3
L1	-0.55	0.34205	-2.1231	3.5621	-2.1231
L2	-0.25	-0.096588	-1.4292	3.0515	-1.4292
L3	-0.1	-0.31591	-1.0822	2.7963	-1.0822
L4	0.0	-0.46212	-0.85092	2.6261	-0.85092
L5	0.1	-0.60833	-0.61961	2.4559	-0.61961

Tabela 3.2: Tabela dos Experimentos do Modelo Linear para $\Delta y = 0.5$.

Experimentos	$\overline{u_1} = \overline{u_3}$	q_o	Δ_1	Δ_2	Δ_3
L6	-0.55	0.43979	-3.6592	6.4388	-3.6592
L7	-0.25	0.066311	-2.71	5.2874	-2.71
L8	-0.1	-0.12043	-2.2354	4.7117	-2.2354
L9	0.0	-0.24492	-1.919	4.3279	-1.919
L10	0.1	-0.36941	-1.6026	3.9441	-1.6026

de comprimento (T_V), e obtivemos $T_V = -0.67$, o que demonstra que o transporte líquido do jato se dá no sentido oeste devido à maior influência dos contrafluxos nos flancos do jato.

A taxa de crescimento de ondas instáveis (σ) é também mostrada na Figura 3.1.b. Seu valor máximo é de $\sigma_{max} = 0.27$, e o número de onda (k) que se relaciona com aquele valor é $k_{max} = 1.40$. O comprimento de onda longa que possui maior instabilidade é $\lambda_{max} = 4.5$ raios de deformação. Se considerarmos valores de escalas típicas de latitudes subtropicais na Tabela 2.1, o raio de deformação interno é de cerca de 50 km, então, a onda mais instável teria cerca de 225 km ($\sigma^* = 2.93$ rad/dia). Podemos observar na Figura 3.1.b, que existe um valor mínimo de número de onda (k) a partir do qual as ondas passam a ser instáveis, ou seja, é o *limite de instabilidade para ondas longas* (LIOL). Portanto, o LIOL para este experimento, é $k_{inf} = 0.18$, e

Tabela 3.3: Tabela dos Experimentos do Modelo Linear para $\Delta y = 1.5$.

Experimentos	$\bar{u}_1 = \bar{u}_3$	q_o	Δ_1	Δ_2	Δ_3
L11	-0.55	0.26418	-1.6273	2.7262	-1.6273
L12	-0.25	-0.22636	-0.99584	2.4444	-0.99584
L13	-0.1	-0.47163	-0.68012	2.3035	-0.68012
L14	0.0	-0.63515	-0.46964	2.2096	-0.46964
L15	0.1	-0.79866	-0.25916	2.1157	-0.25916

Tabela 3.4: Velocidades das frentes externas de VP, para as quais o sistema se apresenta em estabilidade neutra. ($\Delta_1 = \Delta_2 = 0$)

Configuração das Frentes (Δy)	Velocidades ($\bar{u}_1 = \bar{u}_3$)
1.0	0.3679
0.5	0.6065
1.5	0.2231

o λ correspondente é 34.9 raios de deformação. O limite superior para os valores do número de onda instável é $k_{sup} = 1.88$.

A Figura 3.1.c e d apresenta respectivamente a velocidade de fase (c) e a velocidade de grupo (c_g) das ondas instáveis existentes em **L1**. Obtivemos o valor médio da velocidade de fase ($\bar{c} = 0.0038$), bem como o da velocidade de grupo ($\bar{c}_g = 0.07$). Como as velocidades de fase e de grupo crescem no sentido dos maiores valores de k , e assumem valores negativos para os menores números de onda, podemos afirmar que as ondas longas “viajam” para oeste, enquanto as que têm os menores comprimentos de onda seguem para o sentido oposto.

Os resultados de **L2** são apresentados na Figura 3.2. O perfil meridional de velocidade do jato (Figura 3.2.a) mostra a presença de um contrafluxo menos intenso do que o visto em **L1**. Apesar disso, o cisalhamento horizontal, ainda existente, pode proporcionar instabilidade barotrópica.

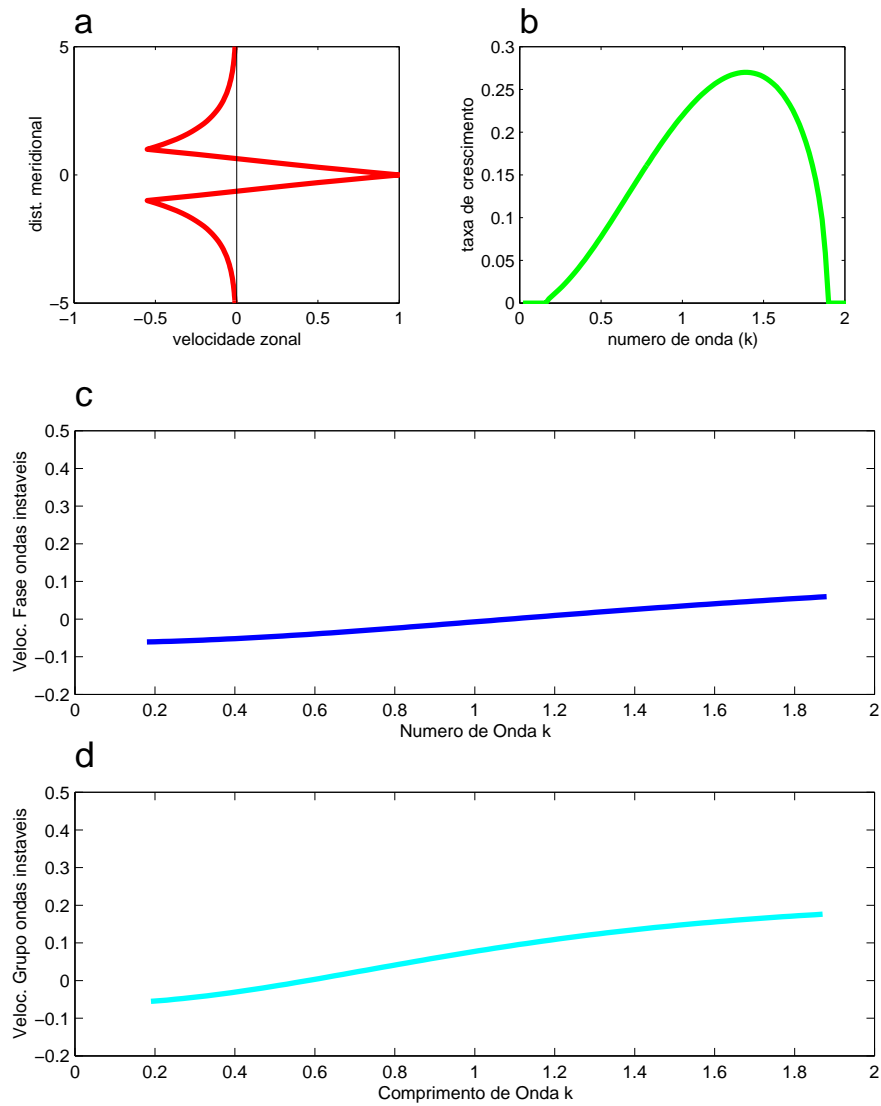


Figura 3.1: Experimento com o modelo linear **L1**. Posicionamento das frentes externas com $\Delta y = 1$; Distribuição de velocidade zonal: $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.55$.

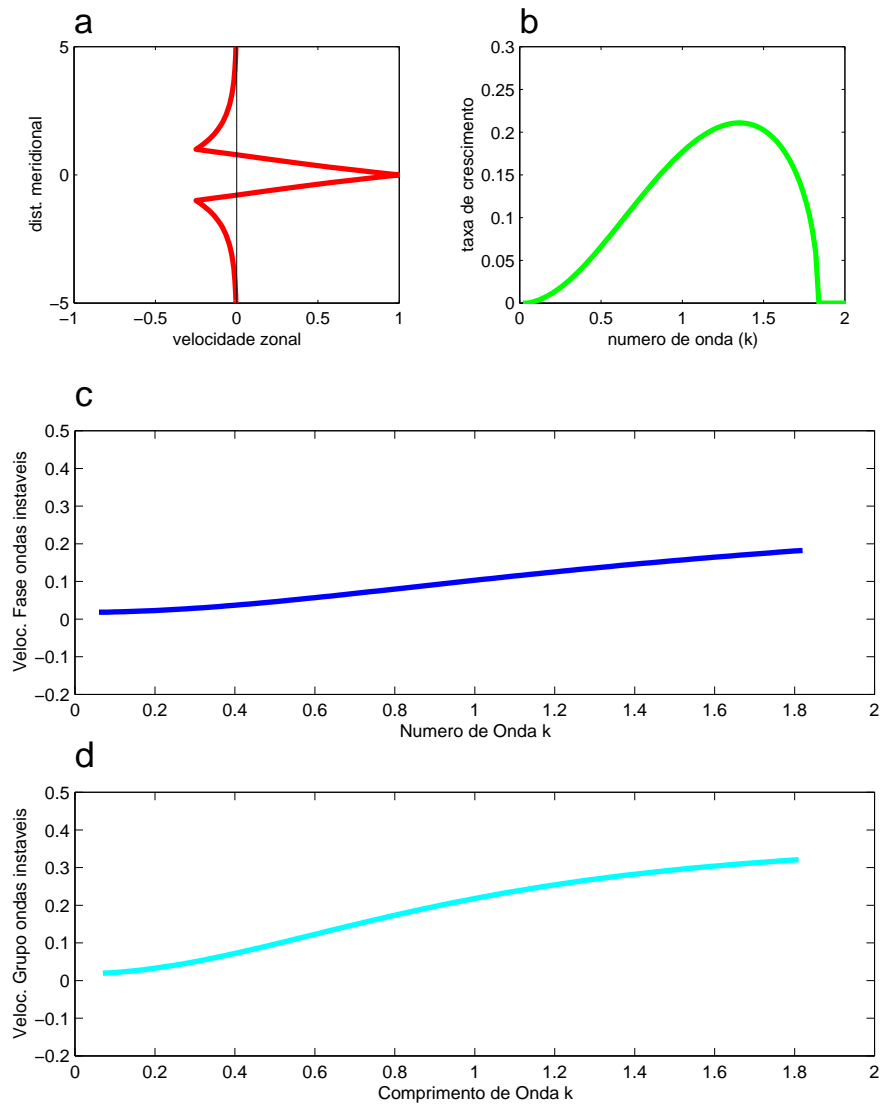


Figura 3.2: Experimento com o modelo linear **L2**. Posicionamento das frentes externas com $\Delta y = 1$; Distribuição de velocidade zonal: $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.25$.

A partir da curva da taxa de crescimento ilustrada pela Figura 3.2.b, podemos obter o valor de $k_{inf} = 0.06$ como sendo o LIOL neste experimento. Logo, este k é equivalente a uma onda cujo $\lambda = 104.7$ raios de deformação. Contudo, uma análise mais cuidadosa nos leva a concluir que, na prática, o LIOL é nulo para este experimento. O $T_V = 0.20$.

Calculamos as médias das velocidades de fase e de grupo e obtivemos, respectivamente, $\bar{c} = 0.12$ e $\bar{c}_g = 0.22$. Embora \bar{c} e \bar{c}_g tenham valores absolutos muito próximos, destacamos que \bar{c}_g é praticamente o dobro de \bar{c} , portanto consideraremos estas ondas dispersivas.

O experimento **L4** apresenta através da Figura 3.3.a, o perfil meridional do jato sob a forma triangular. Não existe velocidade nos limites laterais do jato, por isso não observamos contrafluxo, e a estrutura de velocidade fica confinada entre as frentes externas de VP. Isto resulta em uma redução do cisalhamento horizontal. Como a instabilidade barotrópica se trata de instabilidade de cisalhamento horizontal, obtemos jato menos instável em relação ao experimento **L1**. Também encontramos $T_V = 0.93$, podemos afirmar que, ao contrário de **L1**, o transporte de volume tem sentido para leste.

A taxa de crescimento em **L4** possui valor máximo de $\sigma = 0.16$. O valor de k correspondente à máxima taxa de crescimento é $k_{max} = 1.30$, e o comprimento de onda relacionado a este k vale $\lambda_{max} = 4.8$ raios de deformação. As ondas mais instáveis são associadas aos números de onda maiores que os equivalentes de **L1**. Observamos que o LIOL é $k_{inf} = 0.34$ o que equivale a cerca de 18.5 raios de deformação. A menor onda instável em **L4** é mais longa que em **L1**, ou seja a faixa de k 's instáveis são mais abrangentes para **L1** do que para **L4**.

Os valores médios das velocidades de fase e de grupo são respectivamente $\bar{c} = 0.23$ e $\bar{c}_g = 0.39$ para **L4**. Da mesma forma que **L1**, aqui as ondas instáveis são dispersivas. A Figura 3.3.c e d mostram ainda que as ondas possuem, para um mesmo k , velocidade de fase menor que a velocidade de grupo. Os limites extremos de c , para **L4** são mais altos que os registrados em **L1**.

Para o experimento **L5**, cujos resultados estão mostrados na Figura 3.4, o perfil meridional do jato apresenta, nos limites laterais, valores positivos de velocidades.

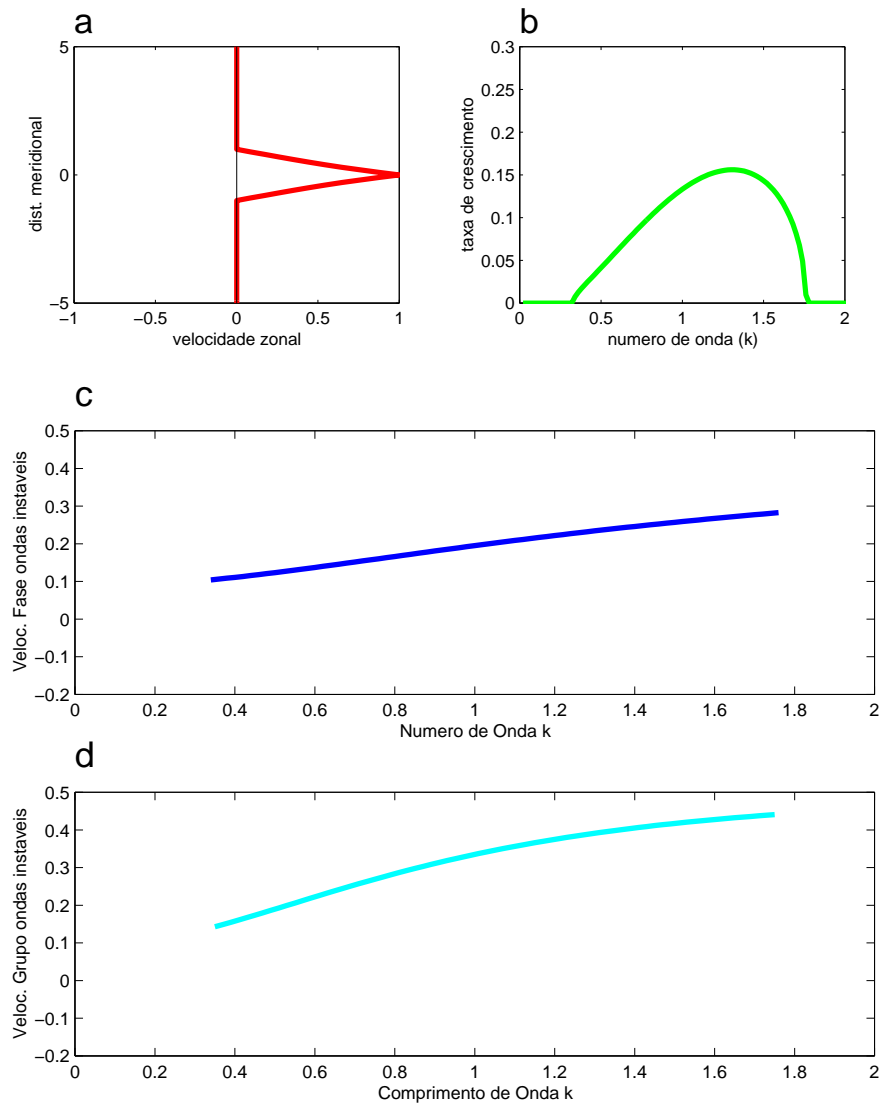


Figura 3.3: Experimento com o modelo linear **L4**. Posicionamento das frentes externas com $\Delta y = 1$; Distribuição de velocidade zonal: $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.0$.

Com isso, o transporte de volume aumenta, chegando a $T_V = 1.21$. Este perfil, sem contrafluxo reduz ainda mais o cisalhamento horizontal e conseqüentemente diminui a instabilidade do jato.

O valor máximo da taxa de crescimento das ondas instáveis em **L5** é de $\sigma_{max} = 0.13$, o menor dentre os casos analisados até aqui. O número de onda relacionado a esta taxa é $k_{max} = 1.28$, portanto, o comprimento da onda mais instável é $\lambda_{max} = 4.9$ raios de deformação. Através da Figura 3.4.b podemos reconhecer que o LIOL, $k_{inf} = 0.48$ é o que mais restringe a faixa de comprimentos de ondas longas.

As ondas instáveis se propagam com o valor médio de velocidade de fase de $\bar{c} = 0.25$ m/s, sendo que $\bar{c}_g = 0.40$. Estas ondas são tão dispersivas quanto as existentes em **L4** já que o valor da diferença entre \bar{c}_g e \bar{c} é semelhante para as duas configurações. Os valores extremos das velocidades de fase apontam o experimento **L1** como sendo o mais abrangente e o mais instável dentre os três apresentados.

A Figura 3.5 resume nossos resultados com uma superposição entre as curvas da taxa de crescimento das ondas instáveis para os experimentos **L1**, **L2**, **L4** e **L5**. A curva tracejada une os valores associados aos σ_{max} das ondas mais instáveis de acordo com cada configuração abordada. Podemos notar que à medida que aumentamos o cisalhamento horizontal (contrafluxos nas bordas do jato) provocamos um aumento de σ , fazendo com que sua curva aumente, e as ondas mais instáveis em cada experimento tenham cada vez menor comprimento de onda.

Observamos também que os limites de k , tanto inferior quanto superior, se tornam mais abrangentes proporcionalmente conforme aumentamos a instabilidade do sistema, exceção feita à curva de **L2**. Ao passo que T_V diminui de acordo com o aumento da instabilidade. Pelo fato de o contrafluxo ser intensificado, uma menor quantidade de fluido é transportada pelo jato para o sentido leste, chegando mesmo a alterar o sentido do transporte (**L1**). Outro fenômeno importante observado é o fato de quando o $T_V = 0$, o LIOL também é nulo. Cabe citar ainda, que o perfil de velocidades $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.32$, o $T_V = 0$ e o LIOL é nulo. A Tabela 3.5 exhibe um quadro com os valores dos diversos parâmetros de cada experimento.

Descreveremos, a seguir, resultados para os estudos de onde fixamos a estrutura de velocidade e Δy sofrerá alterações, como outra forma de interpretar o cisalhamento

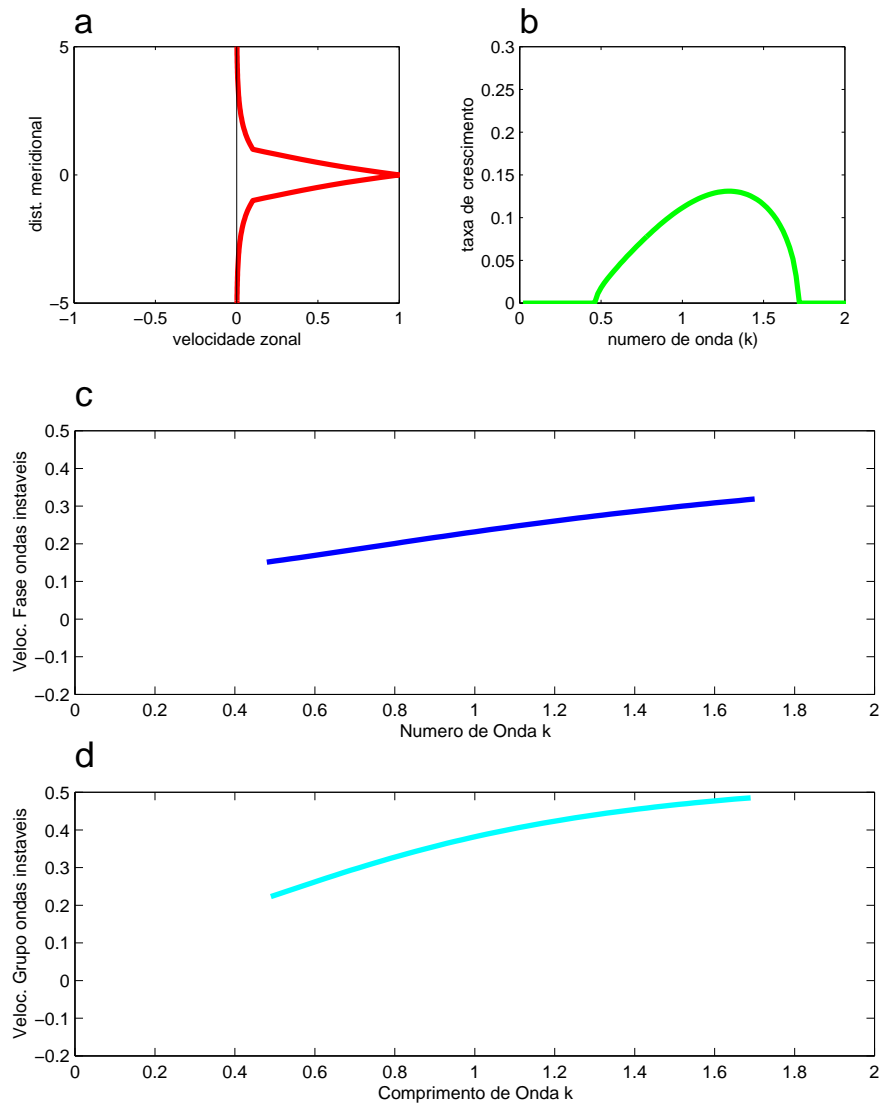


Figura 3.4: Experimento com o modelo linear **L5**. Posicionamento das frentes externas com $\Delta y = 1$; Distribuição de velocidade zonal: $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$.

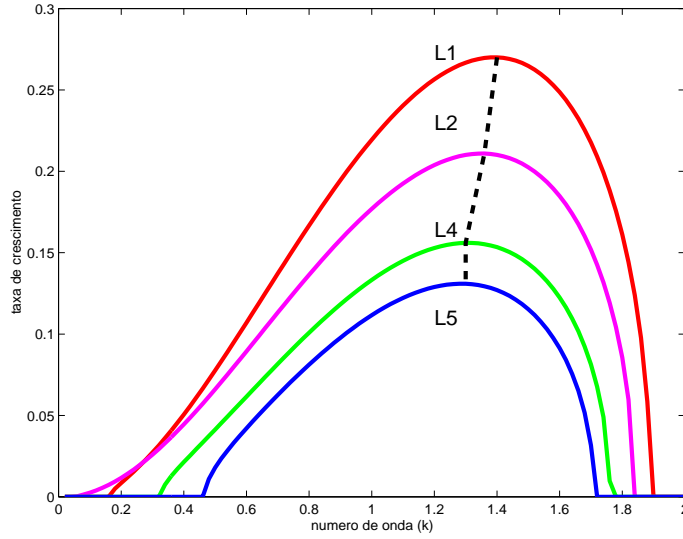


Figura 3.5: Superposição das curvas de taxa de crescimento para os experimentos **L1**, **L2**, **L4** e **L5**. ($\Delta y = 1.0$).

horizontal de velocidade.

L3 possui o perfil meridional do jato com a presença de contrafluxo nas bordas (Figura 3.6.a). Isto ocorre devido às velocidades nas frentes externas de VP em sentido oposto à velocidade no centro do jato zonal, conforme encontramos no experimento **L1**. A curva da Taxa de crescimento, apresentada na Figura 3.6.b, mostra a existência do LIOL cujo valor é $k_{inf} = 0.22$. Enquanto que para o outro extremo obtivemos $k_{sup} = 1.78$.

O transporte de volume em **L3** vale $T_V = 0.64$. Como visto na curva da taxa de crescimento (Figura 3.6.b), o valor do número de onda mais instável atingiu $k_{max} = 1.32$ e a correspondente taxa de crescimento é $\sigma_{max} = 0.18$. Então, o comprimento da onda mais instável é $\lambda_{max} = 4.8$ vezes o raio de deformação.

Os valores de $\bar{c} = 0.16$ e $\bar{c}_g = 0.27$ mostram que as ondas instáveis são dispersivas pelo fato de o valor de \bar{c} ser aproximadamente a metade de \bar{c}_g , conforme mostra a Figura 3.6.c e d. Cabe ainda citar o valor mínimo $c = 0.07$ para as ondas mais longas.

Observamos que o experimento **L8** (Figura 3.7.a) apresenta o perfil meridional

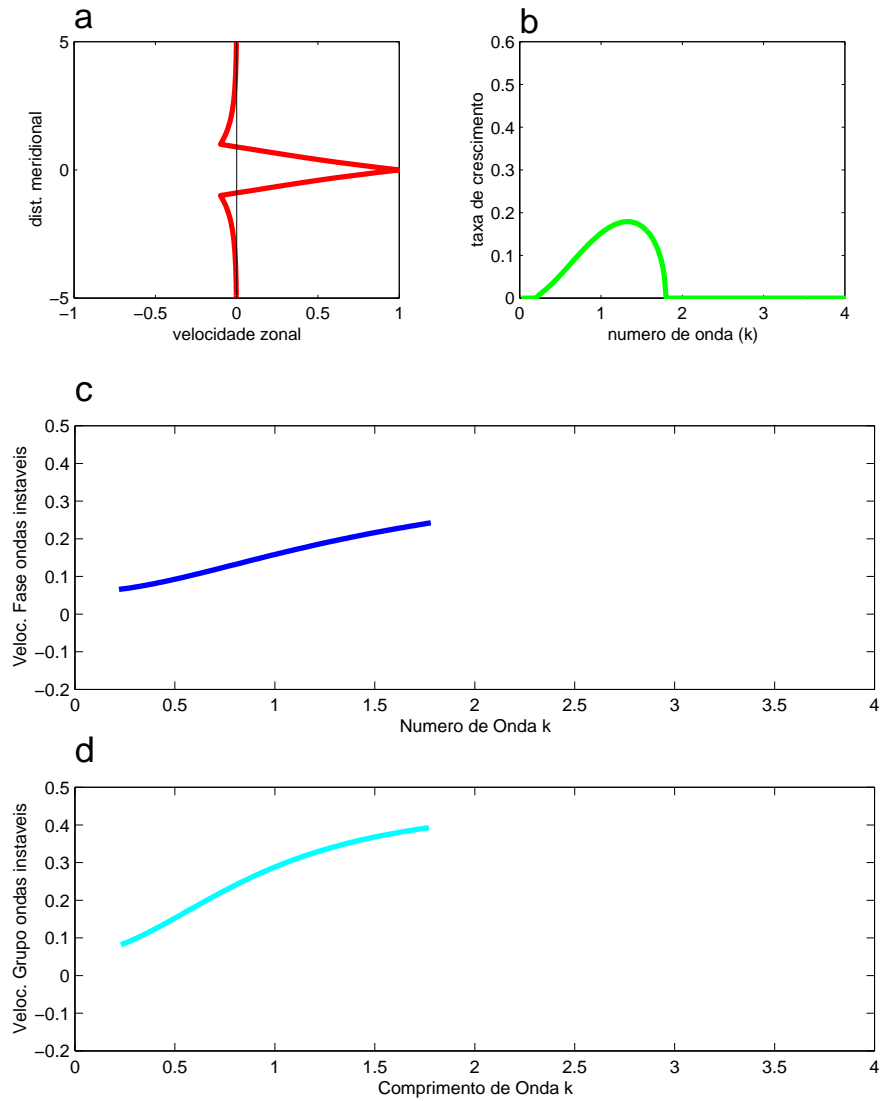


Figura 3.6: Experimento com o modelo linear **L3**. Posicionamento das frentes externas com $\Delta y = 1$; Distribuição de velocidade zonal: $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.1$.

Tabela 3.5: Resumo dos parâmetros de estabilidade do modelo linear para os casos onde $\Delta y = 1.0$.

	σ_{max}	k_{inf}	k_{sup}	k_{max}	λ_{max}	T_V	\bar{c}	\bar{c}_g
L1	0.27	0.18	1.88	1.40	4.5	-0.67	0.004	0.07
L2	0.23	0.02	1.84	1.36	4.6	0.00	0.07	0.16
L4	0.16	0.34	1.76	1.30	4.8	0.93	0.23	0.39
L5	0.13	0.48	1.70	1.28	4.9	1.21	0.25	0.40

do jato zonal com uma configuração mais delgada ($\Delta y = 0.5$) para a mesma distribuição de \bar{u} , o que mantém o contrafluxo nas extremidades laterais do jato zonal. A aproximação das frentes externas aumentou a interação entre as ondas instáveis de cada uma das frentes de VP, isto é, aumentou a influência que uma onda exerce no desenvolvimento das demais e vice-versa. Conseqüentemente, haverá um aumento da instabilidade barotrópica.

O valor do transporte de volume foi grandemente reduzido, chegando a $T_V = 0.24$. Isto se deve, não somente à região de contrafluxo nos flancos do jato zonal, como também à diminuição das distâncias entre as frentes de VP (Δy).

A taxa de crescimento máxima é $\sigma_{max} = 0.48$, e aponta um aumento do seu valor em mais de duas vezes em relação ao experimento anterior. Calculamos $k_{max} = 2.6$, o que implica em um $\lambda_{max} = 2.5$ raios de deformação, e $k_{inf} = 0.14$, portanto, o comprimento de onda correspondente é cerca de 44.9 raios de deformação, como vemos na Figura 3.7.b entretanto, cabe salientar que, pelo fato de as frentes de VP estarem posicionadas mais próximas umas das outras, as ondas de menor comprimento podem interagir com as demais. Por isso os valores de k alcançam maior faixa do que o experimento anterior, já que suas ondas instáveis se expandem em direção aos maiores valores de k (menores comprimentos de onda).

A Figura 3.7.c e d apresentam os valores de c e c_g . Calculamos $\bar{c} = 0.23$ e $\bar{c}_g = 0.38$. Como nos experimentos anteriores, as ondas instáveis são dispersivas.

O experimento **L13** apresenta, através da Figura 3.8.a, o perfil meridional

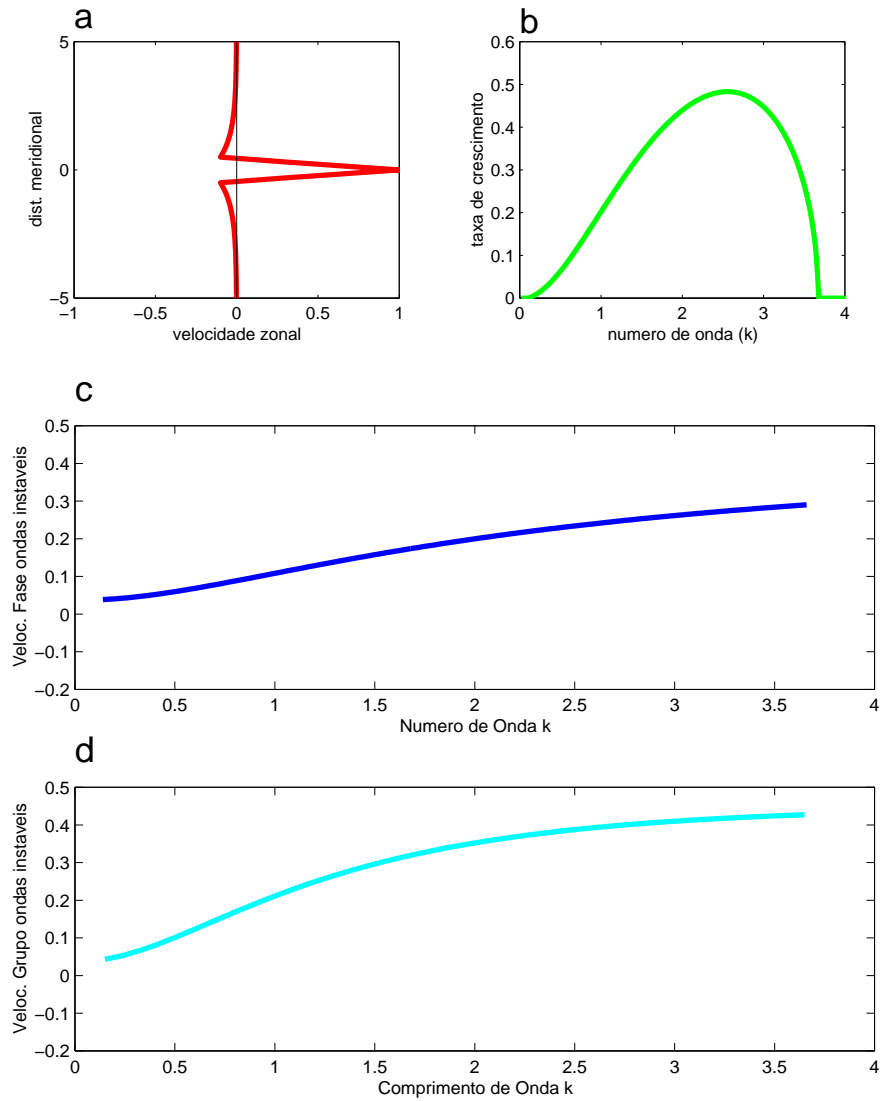


Figura 3.7: Experimento com o modelo linear **L8**. Posicionamento das frentes externas com $\Delta y = 0.5$; Distribuição de velocidade zonal: $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.1$.

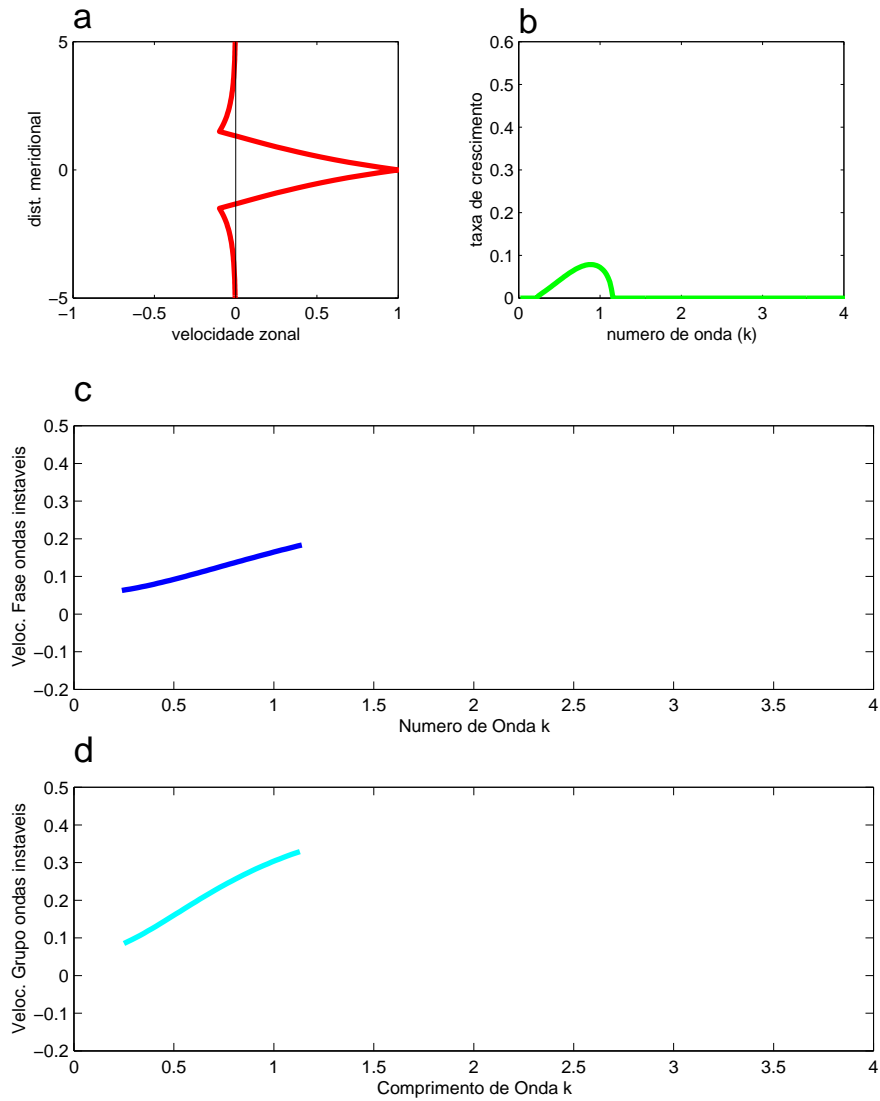


Figura 3.8: Experimento com o modelo linear **L13**. Posicionamento das frentes externas com $\Delta y = 1.5$; Distribuição de velocidade zonal: $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.1$.

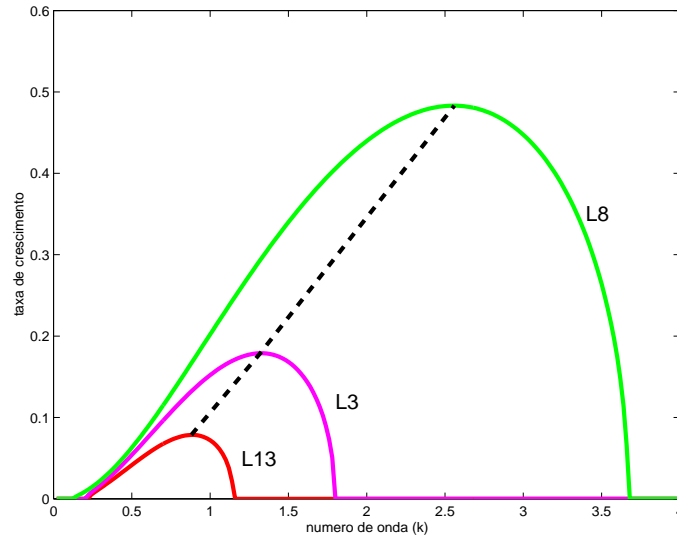


Figura 3.9: Superposição das curvas de taxa de crescimento para os experimentos **L3**, **L8** e **L13**.

do jato com suas bordas afastadas de $\Delta y = 1.5$ e como nos demais casos, existe a presença do contrafluxo nas laterais. Obtivemos $T_V = 0.95$, confirmando que todos os experimentos analisados aqui têm o transporte de volume para leste.

Notamos que a taxa de crescimento máxima, $\sigma_{max} = 0.08$, é cerca de seis vezes menor do que o calculado em **L8**. Isto ratifica a pouca instabilidade do sistema, com esta configuração. O valor de k mais instável é $k_{max} = 0.88$, e o comprimento dessa onda é $k_{max} = 7.1$ raios de deformação, que é mais de duas vezes o valor do comprimento da onda equivalente em **L8**. Isto porque, em **L13**, com as frentes mais afastadas é permitido um maior desenvolvimento das ondas longas instáveis.

Nas Figuras 3.8.c e d vemos as velocidades de fase e de grupo, sendo que os seus valores médios são respectivamente $\bar{c} = 0.12$, e $\bar{c}_g = 0.22$. Outra vez as velocidades médias possuem valores absolutos muito reduzidos, contudo a diferença entre \bar{c}_g e \bar{c} , é praticamente igual ao próprio valor de \bar{c} , o que nos leva a considerar estas ondas dispersivas.

O grau de instabilidade dos jatos em cada experimento pode ser mais facil-

Tabela 3.6: Resumo dos parâmetros de estabilidade do modelo linear para os casos onde $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.1$.

	σ_{max}	k_{inf}	k_{sup}	k_{max}	λ_{max}	T_V	\bar{c}	\bar{c}_g
L3	0.18	0.22	1.78	1.32	4.8	0.64	0.16	0.27
L8	0.48	0.14	3.66	2.56	2.5	0.24	0.25	0.39
L13	0.08	0.24	1.14	0.88	7.14	0.95	0.12	0.22

mente observado através do gráfico da Figura 3.9 e da Tabela 3.6, onde as curvas de taxa de crescimento de ondas instáveis dos experimentos **L3**, **L8** e **L13** estão plotadas superpostas. Notamos que o experimento **L8** tem uma instabilidade muito maior do que os demais experimentos, entretanto, os valores de k_{inf} dos três casos estão praticamente unidos, ao contrário do outro extremo (k_{sup}) onde os valores são bem distintos. Além disso, os k_{max} também estão mais distanciados, sendo a curva tracejada, neste caso, mais inclinada do que a da Figura 3.5. Isto se deve ao fato de o parâmetro que alteramos ser a distância entre as frentes, o que tem uma consequência direta sobre as dimensões das ondas instáveis (k), pois Δy menor permitirá as ondas com menor comprimento interagir, forçando-se mutuamente. Isto provoca uma maior distinção entre os menores comprimentos de onda instáveis de cada configuração em questão.

Podemos então confirmar que a geração de contrafluxos no perfil do jato zonal geofísico aumenta a instabilidade barotrópica devido ao aumento do cisalhamento horizontal do sistema. Como também a aproximação das frentes, umas das outras, acarreta em maior forçamento mútuo entre as ondas instáveis de cada frente de VP, o que faz com que aumente a quantidade de ondas instáveis do sistema.

Permitimos a variação do cisalhamento horizontal do jato, a fim de variar também o grau de instabilidade do sistema nos dois conjuntos de experimentos discutidos. Entretanto, cada um desses conjuntos variou o cisalhamento horizontal de maneiras diferentes. No primeiro fizemos mudanças do perfil de velocidades intensificando ou enfraquecendo o cisalhamento horizontal. Já no outro conjunto, variamos as posições das frentes externas, também permitindo mudança no cisalhamento horizontal.

Podemos dizer, à luz dos resultados apresentados, que o aumento do cisalhamento através da variação do perfil de velocidades provoca um aumento de comprimentos de ondas instáveis para ambos os extremos de k , pois existe principalmente o natural aumento da taxa de crescimento das ondas instáveis. A exceção, como vimos anteriormente, é o experimento **L2**, que estende seu limite inferior de k além do valor atingido por **L1**.

Para o segundo conjunto de experimentos, a redução de Δy permite, além do evidente aumento de cisalhamento horizontal, uma maior quantidade de comprimentos de onda interagir mutuamente, o que causa um aumento mais acentuado entre os menores comprimentos de onda. Em contrapartida, o aumento de Δy inibe a presença de onda de comprimentos menores, pois não haveria proximidade suficiente para o forçamento mútuo entre tais ondas.

Poucos são os trabalhos na literatura que permitem comparação direta com os resultados aqui apresentados. *Pratt & Stern* [1986] foram os primeiros a estudar jato zonal geofísico utilizando uma frente de VP. Entretanto, trabalharam somente com ondas estáveis.

Pratt et al. [1991] foram os únicos a efetuar estudos de jato infinito também de $\frac{1}{2}$ -camadas, representado por duas frentes de VP. À medida que variaram a distância Δy entre as duas frentes do jato, *Pratt et al.* [1991] obtiveram uma amplificação da faixa de número de ondas instáveis e uma diminuição dos comprimentos de ondas mais instáveis. Ou seja, é o equivalente do observado em nossos resultados (vide Tabela 3.6) na qual comparamos propriedade de estabilidade linear dos jatos variando a distância das frentes, com consequência de aumento de k_{sup} em resposta à diminuição de Δy .

Um estudo de instabilidade baroclínica foi efetuado por *Silveira & Flierl* [2000] no qual utilizaram duas frentes de VP e o oceano de gravidade reduzida aproximado na vertical por duas camadas ativas. A camada ativa inferior é quatro vezes mais espessa que a superior. O modelo dos autores consiste na versão baroclinicamente instável do modelo de *SFB99*, estudando a separação de CCO's. Da mesma forma que este trabalho, analisaram propriedades de estabilidade linear das extensões das CCO's baroclínicas, longe da região de confluência costeira.

Silveira & Flierl [2000] colocaram uma frente de VP em cada camada, exatamente

superpostas na vertical. Mantendo a velocidade no contorno da camada superior constante e seu sentido para leste, variaram o transporte na camada inferior de forma a obter variações no cisalhamento vertical. As curvas de taxa de crescimento se assemelham qualitativamente às observadas aqui. Além disso, podemos fazer uma analogia entre a influência do contrafluxo nas bordas dos jatos barotrópicos visto neste trabalho com o sentido dos jatos na camada inferior do modelo de *Silveira & Flierl* [2000]. A variação do sentido do núcleo do jato inferior (\bar{u}_{SF}) provoca uma variação do cisalhamento vertical, que está associada diretamente à instabilidade baroclínica. Analogamente, a variação do contrafluxo nas bordas dos jatos barotrópicos deste estudo provoca alteração no padrão de cisalhamento horizontal, que por sua vez está relacionado à instabilidade barotrópica. Portanto, quanto maior a diferença entre a velocidade das duas camadas (em direção e módulo), mais baroclinicamente instáveis eram os jatos de *Silveira & Flierl* [2000]. Da mesma forma, vimos que quanto maior a intensidade dos contrafluxos nas bordas dos jatos, mais barotropicamente instável é o sistema de correntes. Isto é evidente pela inspeção da Tabela 3.7. Comparamos os dois resultados considerando os valores dos contornos externos em nossos modelos próximos aos valores do jato na camada inferior do modelo de *Silveira & Flierl* [2000].

Tabela 3.7: Comparação entre os jatos barotrópicos das três frentes deste estudo (valores em negrito) e os jatos baroclínicos de duas frentes de *Silveira & Flierl* [2000].

experimentos	\bar{u}_{SF} e $\bar{\mathbf{u}}_1 = \bar{\mathbf{u}}_3$	k_{inf}	k_{sup}	k_{max}	\bar{c}	σ_{max}
<i>inf1</i>	-0.5	0.5	2.12	1.62	-0.07	0.21
L1	-0.55	0.18	1.88	1.40	0.0	0.27
<i>inf2</i>	-0.125	0.0	1.94	1.48	0.13	0.14
L2	-0.25	0.02	1.84	1.36	0.07	0.23
<i>inf3</i>	0.0	0.3	1.82	1.40	0.14	0.11
L4	0.0	0.34	1.76	1.30	0.23	0.16
<i>inf4</i>	0.175	0.84	1.48	1.24	0.20	0.04
L5	0.1	0.48	1.70	1.28	0.25	0.13

Os valores da velocidade no contorno da camada ativa inferior (\bar{u}_{SF}) que *Silveira & Flierl* [2000] investigaram não são numericamente iguais àqueles dos contornos externos deste trabalho (\bar{u}_1 e \bar{u}_3). Todavia, existe uma afinidade entre alguns desses experimentos, como mostra a Tabela 3.7. O experimento *inf1* apresenta o maior cisalhamento vertical, assim como o **L1** também retrata o maior cisalhamento horizontal em nosso modelo linear. Notamos que as velocidades de fase têm valores muito próximos, assim como σ_{max} e k_{max} .

O experimento *inf2* de *Silveira & Flierl* [2000] é o caso onde o LIOL é nulo, e portanto se equivale ao nosso experimento **L2**. Entre estes dois experimentos, todos os valores mostrados na Tabela 3.7 são semelhantes, exceto σ_{max} que para o nosso estudo ficou cerca de 60% acima do seu equivalente.

O experimento *inf3* representa em *Silveira & Flierl* [2000] o caso em que $\bar{u}_{SF} = 0$, e portanto, análogo ao nosso caso do jato triangular (experimento **L4**). Cabe enfatizar aqui a grande proximidade dos valores do LIOL para os dois experimentos, bem como a faixa de número de ondas instáveis tem extensão similar, embora com valores ligeiramente menores.

O experimento *inf4* de *Silveira & Flierl* [2000] apresenta $\bar{u}_{SF} > 0$, ou seja, as duas camadas ativas fluem no mesmo sentido mas o jato ainda é instável (fracamente). Esse caso é similar ao mesmo experimento **L5**, onde as velocidades \bar{u}_1 e \bar{u}_3 são positivas e não existe contrafluxo. A comparação entre os dois experimentos mostra que ambos apresentam os menores valores de σ_{max} . Embora exista essa afinidade entre esses experimentos, os valores dos parâmetros que compõe a Tabela 3.7 não estão muito próximos, como exceções vemos k_{max} e \bar{c} .

Outro trabalho que estudou propriedades de jatos zonais em Dinâmica de Contornos foi *Meacham* [1991]. Seu estudo, no entanto, lida com propriedades de um jato puramente baroclínico num oceano de duas camadas finitas. Na camada superior o valor do jato era $\bar{u}_1 = 1.0$, e na inferior $\bar{u}_2 = -0.2$. A principal característica deste jato é que não apresenta LIOL, pois o transporte integrado de um jato puramente baroclínico nas duas camadas é sempre zero.

3.3 Resultados do Modelo Não-Linear

O modelo não-linear fornecerá a evolução temporal não-linear das CCO's no sistema, ou seja, a conexão do jato zonal com a costa, como vimos na Seção 2.6.

Utilizamos para esses estudos como condição inicial, um meandro idealizado na frente central de VP, junto à costa e permitimos que o sistema evolua em resposta à perturbação introduzida. Além disso, os mesmos parâmetros explorados no modelo linear (\bar{u}_1 , \bar{u}_3 e Δy), serão aqui investigados.

Entretanto, como discutido no Capítulo 2, não conhecemos teoricamente o estado estacionário desses sistemas. Nossa primeira tarefa então é confirmar que a configuração desses estados apresenta frentes hiperbólicas. Sobre estes estados básicos é que almejamos introduzir os meandros-perturbações e acompanhar o desenvolvimento de instabilidade barotrópica.

Como vimos no Capítulo 2, as velocidades independentes do tempo (\bar{u} e \bar{v}) causam apenas advecção às parcelas de fluido, ao passo que as velocidades dependentes do tempo (u' e v') são as responsáveis pela geração de meandros e vórtices na estrutura do jato básico, portanto, com o intuito de facilitar a discussão dos resultados, chamaremos tal velocidade de **velocidade de indução de vórtices**.

Tabela 3.8: Relação dos Experimentos Realizados para a obtenção do estado estacionário.

Experimento	Δy	$\bar{u}_1 = \bar{u}_3$
EE1	1.5	0.1
EE2	1.	0.1

3.3.1 Obtenção dos Estados Estacionários

O estado estacionário é alcançado a partir do passo de tempo onde as posições das frentes não mais sofrem modificação, configurando então o campo de VP estacionário (Q), a menos que uma perturbação externa seja imposta a este sistema.

As frentes de VP em seus estados estacionários possuem formas, à princípio, desconhecidas. Podemos supor que quando o sistema não recebe perturbações externas, a sua tendência é assumir o estado estacionário, com a evolução no tempo. Portanto, o procedimento que adotamos para a obtenção dos estados estacionários, foi o de acionar o modelo não-linear com o mínimo de perturbações externas, isto é, com as frentes configuradas da maneira que acreditamos estar mais próxima da real forma do estado estacionário. Assim, o próprio modelo se ajustará buscando o estado estacionário, de acordo com o algoritmo da inversibilidade apresentado na Seção 2.3.

Obteremos também o campo para a função de corrente estacionária (Ψ). Este campo será resolvido numericamente por iteração utilizando a forma aproximada, em grade de diferenças finitas, dos contornos estacionários obtidos pelo modelo não-linear.

Apresentaremos, para exemplificar, alguns estados estacionários (vide Tabela 3.8) como também os seus respectivos campos de função de corrente (Ψ) de modo a analisarmos cada configuração à luz do Teorema de *Arnol'd* [1966].

Cabe ainda ressaltar que os estados estacionários aqui analisados foram obtidos a partir de condições iniciais nas quais as posições em forma hiperbólica dos contornos externos são coincidentes com as isolinhas de $\bar{\psi}$, conforme visto na Seção 2.4.

As Figuras 3.10 e 3.11 apresentam respectivamente os resultados dos estados estacionários para as configurações dos experimentos **EE1** e **EE2**, de acordo com a Tabela 3.8. Na Figura 3.10.a estão ilustradas as regiões homogêneas de VP, bem como seus valores. As frentes de VP no estado estacionário e as frentes nas suas condições iniciais estão mostradas superpostas na Figura 3.10.b. Podemos notar facilmente que as diferenças entre as duas situações representa a presença de sutis perturbações no sistema. Entretanto, vemos que ambos os contornos coincidem as suas posições nas extremidades das assíntotas. Logo, as frentes formadas a partir das posições de $\bar{\psi}$ e as frentes que representam o estado estacionário, são coincidentes no interior do oceano, tornando válida a solução estacionária para o jato zonal infinito apresentada na seção anterior.

O gráfico da Figura 3.10.c mostra o campo de função de corrente estacionária (Ψ). O campo de velocidades associado está representado pelos vetores. Podemos notar as maiores velocidades na região central do jato, assim como a brusca redução de sua

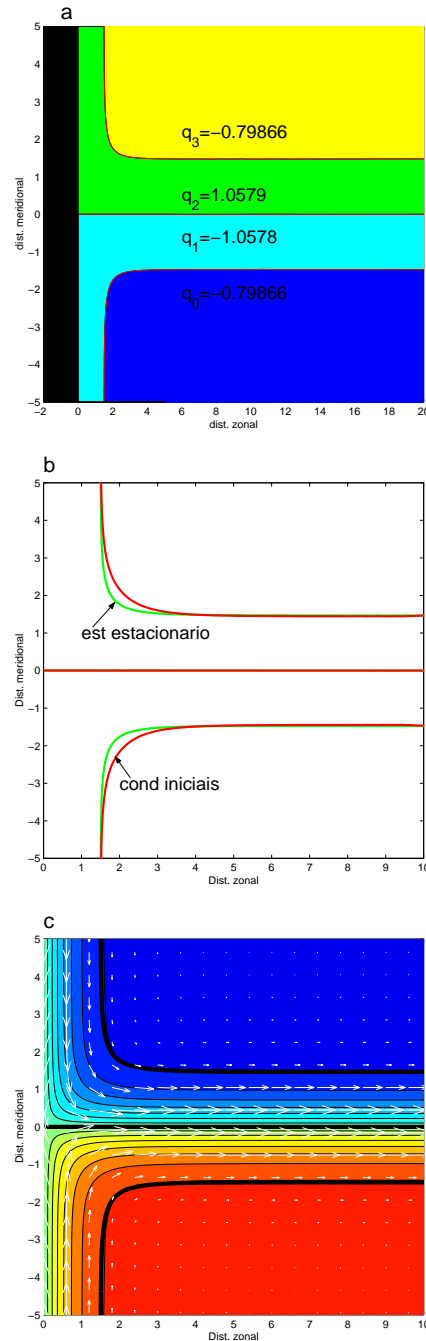


Figura 3.10: Experimento com o modelo não-linear (**NLEE1**) ($\Delta y = 1.5$). (a): Estado Estacionário. (b): Configurações das frentes de VP no estado estacionário e nas condições iniciais (forma das isolinhas de $\bar{\psi}$ que coincidem com \bar{q}). (c): Função de Corrente Estacionária. ($\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$).

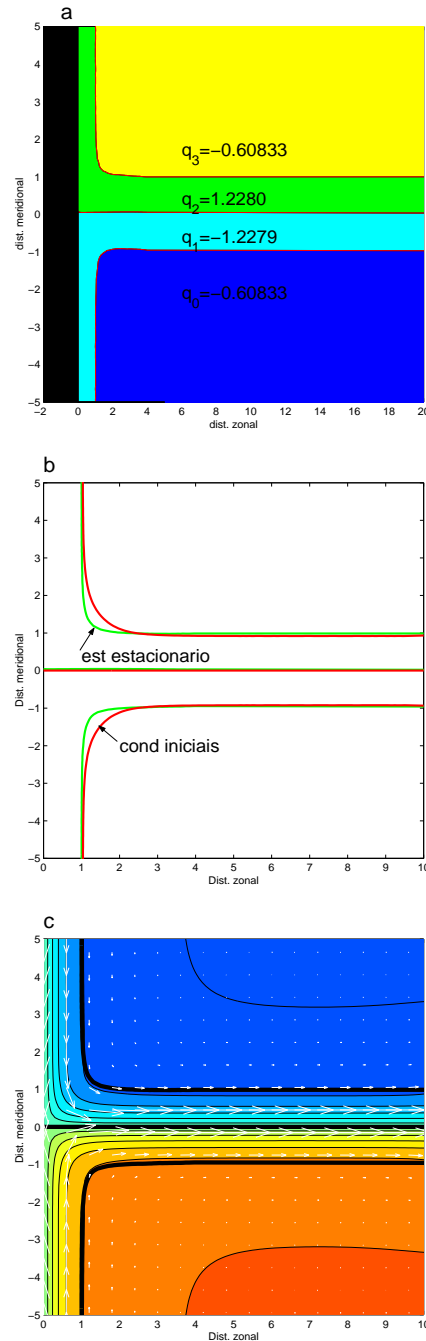


Figura 3.11: Experimento com o modelo não-linear (**EE2**) ($\Delta y = 1.0$). (a): Estado Estacionário. (b): Configurações das frentes de VP no estado estacionário e nas condições iniciais (forma das isolinhas de $\bar{\psi}$ que coincidem com \bar{q}). (c): Função de Corrente Estacionária. ($\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$).

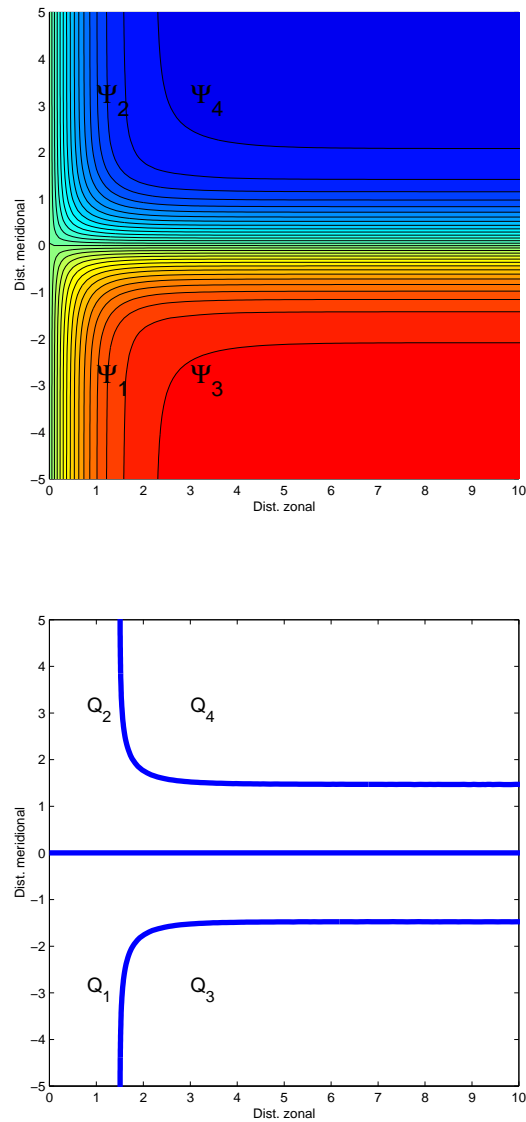


Figura 3.12: Experimento **EE1** ($\Delta y = 1.5$ e $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$). Estado estacionário. Aplicação do Teorema de *Arnol'd* [1966] para as quatro regiões de VP constante.

intensidade além das frentes externas de VP em concordância com nossas escolhas de \bar{u}_1 e \bar{u}_3 .

Uma vez determinados os estados estacionários, podemos Avaliar se os sistemas de correntes não-paralelas são estáveis segundo o Teorema de *Arnol'd* [1966]. A título de exemplificação, analisemos o experimento **EE1**. A Figura 3.12 apresenta os campos de Ψ (painel superior) e de Q (painel inferior). Destacamos quatro pontos no interior do domínio, sendo um em cada região diferente de VP. Aplicamos a Eq.(3.1) utilizando pares desses pontos. A Tabela 3.9 mostra os resultados que obtivemos com tais cálculos e comprova que o sistema de correntes não paralelas não é estável, pois não obedeceu, em nenhum dos casos ilustrados, ao Teorema de *Arnol'd* [1966].

Tabela 3.9: Tabela com resultados da aplicação do Teorema de *Arnol'd* [1966] para o experimento **EE1**.

Eq.(3.1)	Resultado	Satisfaz ao Teor. <i>Arnol'd</i> [1966]
$\frac{Q_1-Q_2}{\Psi_1-\Psi_2}$	$-3.2741 < 0$	NÃO
$\frac{Q_3-Q_4}{\Psi_3-\Psi_4}$	$-1.02 < 0$	NÃO
$\frac{Q_1-Q_4}{\Psi_1-\Psi_4}$	$-1.6771 < 0$	NÃO
$\frac{Q_2-Q_3}{\Psi_2-\Psi_3}$	$-1.1053 < 0$	NÃO

Não obtivemos as formas dos estados estacionários das configurações mais instáveis do modelo, isto se deve, provavelmente, ao posicionamento das frentes nas condições iniciais não estar próximo o bastante do estado estacionário para que o modelo não-linear seja acionado com as frentes de VP configuradas como $\bar{\psi}$ e atinjam o estado estacionário. Adicionalmente, o sistema possivelmente se instabilizou em função das perturbações existentes nas condições iniciais. Este fato, todavia, não compromete o atendimento dos objetivos deste trabalho, já que pudemos realizar o estudo da evolução do modelo não-linear a partir das mesmas condições iniciais quando adicionadas perturbações externas, como veremos a seguir.

3.3.2 Resultados da Evolução temporal dos Meandros

Faz-se necessário um estudo sobre o mecanismo pelo qual se desenvolve o crescimento de perturbações de ondas longas longe da influência da barreira continental. Para entender tal fenômeno, utilizaremos a explicação apresentada por *Cushman-Roisin* [1994], que descreve o desenvolvimento de instabilidade barotrópica em um escoamento zonal associado a uma configuração com três regiões de VP constante. Adaptemo-a então para nossos interesses, onde as configurações permitem que o gradiente horizontal de VP, na direção meridional, mude de sinal duas vezes, e não apenas uma. Perturbações impostas na frente central, criam regiões de anomalias de VP imersas em outra região de maior ou menor VP, mas com sinal oposto. Isto induz um movimento circular que origina a formação dos vórtices. A diferença de fase entre essas estruturas vorticais pode propiciar uma amplificação desses vórtices, que começam a interagir entre si, aumentando as suas dimensões e tornando o escoamento inicial em um conjunto de dipolos vorticais que seguem um escoamento básico enfraquecido.

Em alguns casos particulares, as ondas mais longas instáveis permanecem junto ao continente, podendo gerar um meandro de retroflexão e em seguida o que é conhecido como vórtice de separação. Para tais casos, constatamos que o LIOL tende a zero.

No caso em que foi possível determinar o estado estacionário, os experimentos com o modelo não-linear utilizam a imposição de um meandro idealizado apenas sobre o contorno central. As formas dos meandros-perturbações que adotamos são definidas de acordo com a expressão,

$$y = A \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) e^{-\frac{(x-d_m)^2}{\omega_m^2}}, \quad (3.2)$$

onde A representa a amplitude, ω_m^2 é a largura do meandro e d_m a distância do meandro ao continente. Este meandro apresenta regiões de anomalias de VP tanto positivas quanto negativas, com o intuito de acelerar o processo de instabilização. Arbitramos valores para ω_m^2 cujo conteúdo espectral nos proporcionassem energia nos valores dos comprimentos de onda próximos ao k_{max} . Nos casos em que não determinamos o estado estacionário, utilizamos o mesmo meandro no contorno central e a forma das isolinhas de ψ_1 e ψ_3 para os contornos externos. Ou seja, também estamos introduzindo perturbações sobre contornos externos de forma estacionária não conhecida, porém provavelmente

hiperbólicos.

Apresentamos no Apêndice A a relação completa dos experimentos realizados com o modelo não-linear. A Tabela 3.10 concentra os experimentos onde introduzimos os meandros com os quais faremos uma análise detalhada, tanto no plano f , quanto no plano β .

Tabela 3.10: Relação dos Experimentos do modelo não-linear discutidos nesta Seção.

	Δy	velocidades		meandro inicial		tempo total	β
Experimento		$\overline{u_1} = \overline{u_3}$	A	ω_m^2	d_m		
NL2	1.0	0.1	2.5	1.0	0.0	30.0	0.0
NL71	1.5	0.1	4.0	3.0	0.0	30.0	0.0
NL45	1.0	-0.25	2.5	1.0	0.5	15.0	0.0
NL88	0.5	-0.1	0.8	0.5	0.0	10.0	0.0
NL3	1.0	0.1	2.5	1.0	0.0	30.0	0.05
NL52	1.0	-0.25	2.5	1.0	0.5	15.0	0.05

Resultados no Plano f

O experimento **NL2** tem seus resultados mostrados na Figura 3.13. Longe da costa, o perfil da CCO deste experimento corresponde àquele do jato zonal infinito do experimento linear **L5** (Figura 3.4). Notamos que sua evolução no tempo forma estruturas de dipolos vorticais, isto é, pares de vórtices anti-horários e horários que são simétricos em relação ao eixo central do jato zonal. Além disso, estas estruturas são advectadas para leste. Em $t = 20$, o primeiro vórtice é formado a cerca de 7 raios de deformação da costa e seu diâmetro médio é $1 R_d$. Considerando os valores dimensionalizados pela Tabela 2.1 e que estudamos regiões subtropicais (médias latitudes), este vórtice é formado a aproximadamente 200 km do continente e seu diâmetro médio é 50 km. Tais estruturas, devido à distância do continente, não sofrem influência do contorno, tampouco influenciam diretamente o sistema na região de confluência, pois comportam-se como o jato infinito de *Pratt et al.* [1991]. Observamos também o esti-

ramento zonal do meandro inicial, como no modelo estável de *SFB99*. Notemos que em $t = 30$, os contornos externos já readquirem o formato hiperbólico e as perturbações se propagam em direção ao interior.

Os painéis das Figuras 3.14 e 3.15 mostram vetores das velocidades total, média e de indução de vórtice, de cada parcela de fluido sobre as frentes de VP em $t = 10$ e $t = 30$, respectivamente. Em $t = 10$ o forçamento mútuo entre as ondas pode ser observado a cerca de $5 R_d$ da costa conforme indicam os vetores das velocidades, na Figura 3.14.c. Enquanto a frente mais ao norte força as demais para o sul, a frente mais ao sul força as outras para o norte, isso causa acentuamento das anomalias nas três frentes, que por terem sinais opostos pela inversão do gradiente de VP, forçam umas as outras e fazem cristas e cavados se aprofundarem ainda mais (comparemos os painéis de $t = 20$ e $t = 30$ na Figura 3.13).

Podemos ainda estimar a velocidade de fase destas ondas. De acordo com o espaço percorrido por uma crista ao longo dos passos de tempo. Assim, a velocidade de fase daquela onda é cerca de $\bar{c} = 0.2$.

A distância entre as duas cristas exibidas nos painéis de $t = 20$ e 30 , indicam que o comprimento de onda, associado à $c = 0.2$ é de cerca de $\lambda = 4$, sendo também próximo do λ_{max} previsto pela teoria linear. Esta grosseira estimativa é próxima da velocidade de fase das ondas mais instáveis para o jato zonal infinito correspondente (experimento **L5**, Figura 3.4, Tabela 3.5).

Em resumo, o sistema de correntes quando perturbado por um meandro de amplitude finita, se instabiliza favorecendo o desenvolvimento de ondas mais instáveis previstas pelo modelo linear e se propagam para o interior do oceano, formando uma trilha de vórtices circulares em ambos lados exteriores do jato. Junto à costa, o modelo se aproxima do limite de ondas longas, com o estiramento zonal do meandro inicial, tal qual o modelo estável de *SFB99*, Como mostra a Figura 3.4, ondas longas são estáveis e o ponto de confluência parece ter um efeito estabilizador.

Os resultados do experimento **NL71** estão ilustrados na Figura 3.16. Afastado do contorno oeste, o perfil do jato nesta configuração é equivalente ao de **L15**, como mostra a Tabela 3.3. Sua evolução temporal é semelhante ao que vimos no experimento **NL2**, com pares de vórtices horários e anti-horários simétricos em relação ao eixo central

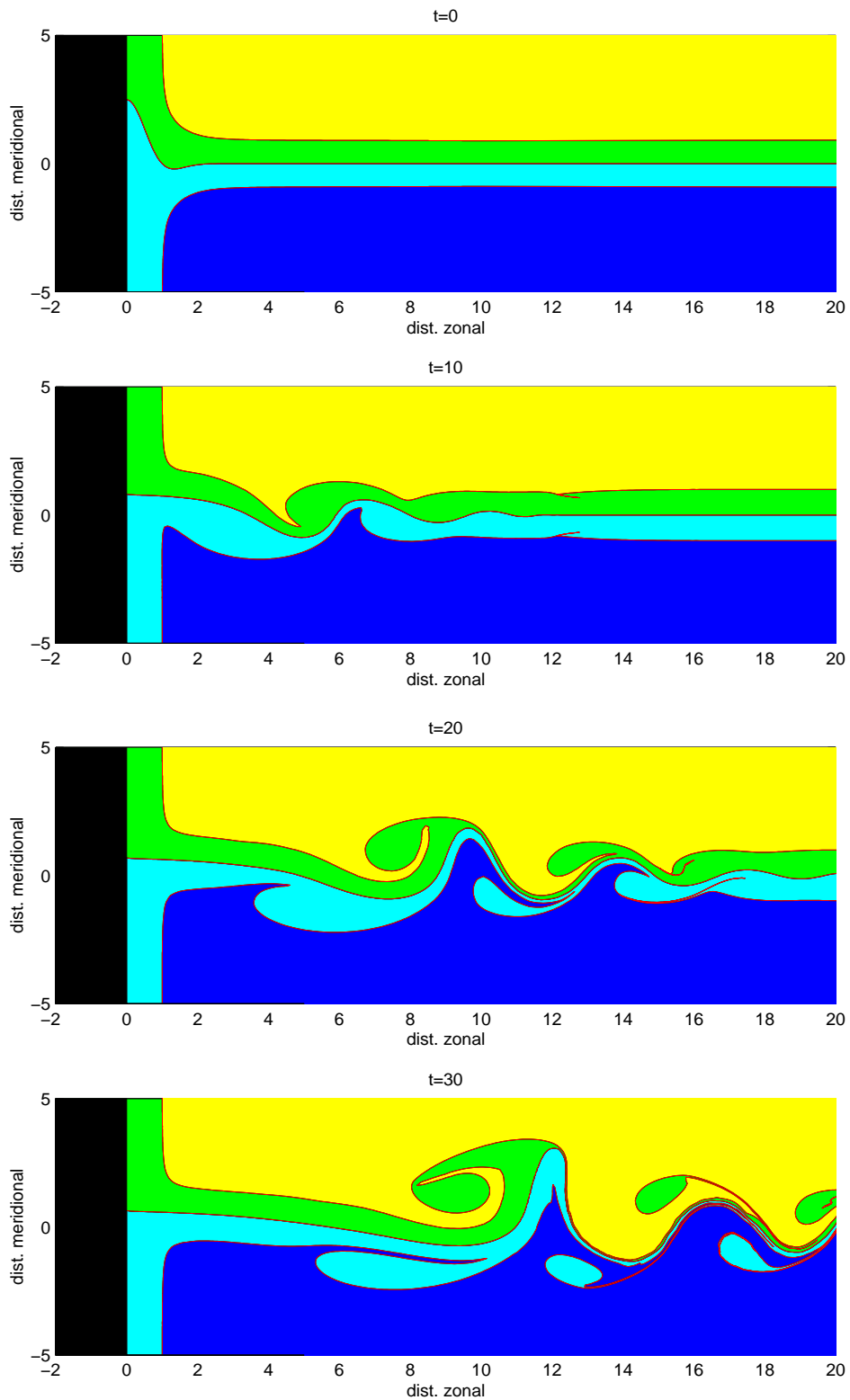


Figura 3.13: Evolução no tempo do experimento **NL2** com o modelo não-linear ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$ e $\Delta y = 1.0$). Parâmetros do meandroperturbação: $A = 2.5$, $\omega_m^2 = 1.0$ e $d_m = 0.0$.

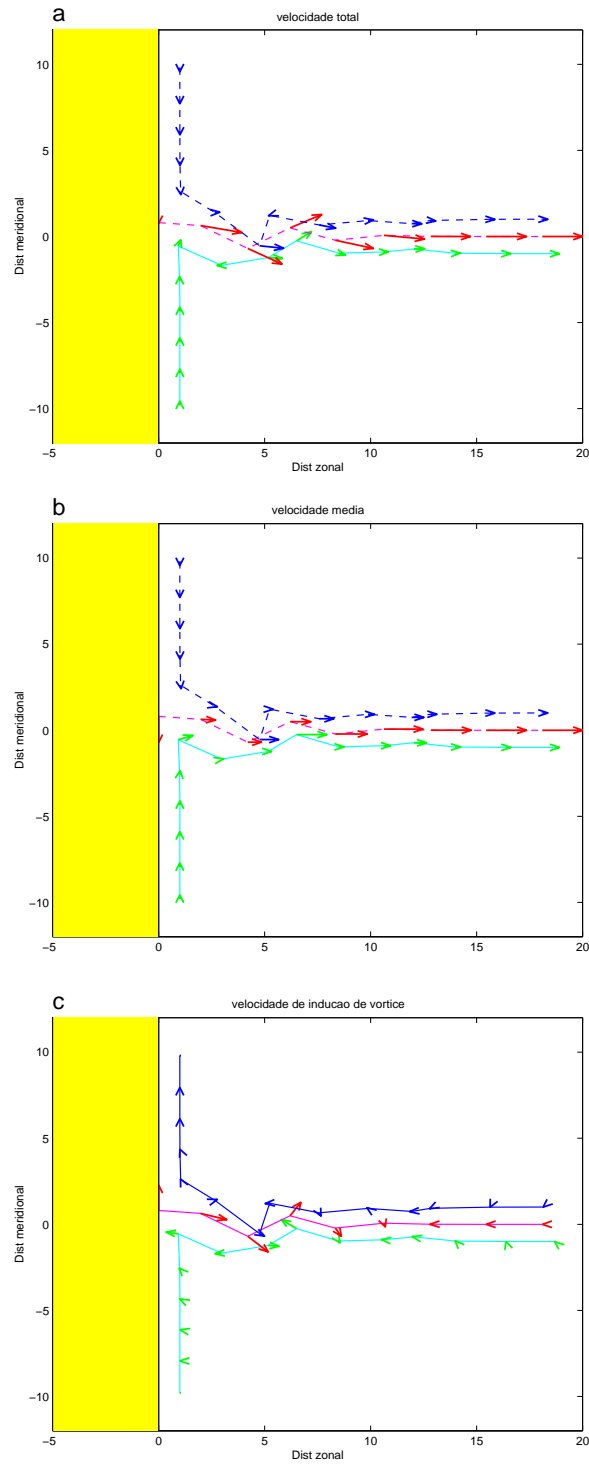


Figura 3.14: Diagramas de velocidades para **NL2** com o modelo não-linear ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$, $\Delta y = 1.0$ em $t = 10$). (a): Velocidade total. (b); Velocidade média. (c): Velocidade de indução de vórtice.

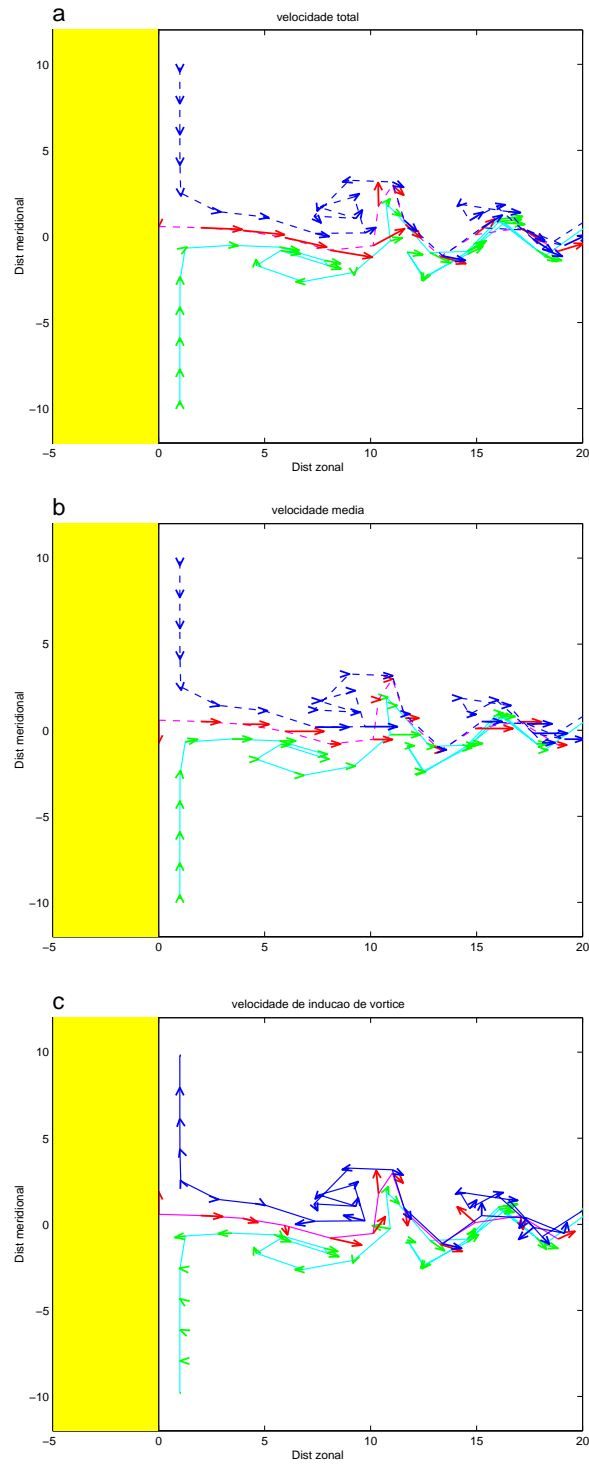


Figura 3.15: Diagramas de velocidades para **NL2** com o modelo não-linear ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$, $\Delta y = 1.0$ em $t = 30$). (a): Velocidade total. (b); Velocidade média. (c): Velocidade de indução de vórtice.

do jato sendo, advectados para o interior do oceano.

A Figura 3.16 ($t = 30$) mostra que os vórtices se formam a cerca de $6 R_d$ do contorno oeste, com um diâmetro médio de $2 R_d$. Desta vez, vemos que não apenas o meandro inicial, mas os demais também sofrem um estiramento na direção zonal ($t = 30$).

Na Figura 3.17.c notamos em $t = 10$, à distância de $5 R_d$ da costa, que os vetores da velocidade de indução de vórtice da frente central estão forçando a frente situada ao sul para baixo, enquanto esta exerce influência semelhante empurrando as outras para o norte, mostrando desta maneira o fenômeno do reforçamento entre as ondas, o que provoca um crescimento das amplitudes das perturbações. Os vetores da velocidade total das partículas das frentes permitem que observemos o sentido de giro anti-horário dos vórtices ao norte do eixo central do jato (Figura 3.18.a).

A partir das distâncias entre duas cristas consecutivas (Figura 3.16 $t = 20$ e $t = 30$), podemos estimar a velocidade de fase $\bar{c} = 0.26$ e o comprimento de onda em $\lambda = 5.6$ que está cerca de 25% abaixo do λ_{max} que prevê o modelo linear.

Em síntese, esta configuração do modelo não-linear responde de forma semelhante ao experimento **NL2** ao ser imposta uma perturbação de acordo com a Eq.(3.2), ondas instáveis se desenvolvem e se propagam para leste com pares de vórtices alongados nos flancos do jato zonal. Junto ao continente, como também vimos em **NL2**, as ondas longas são estáveis, com o meandro sendo estirado na direção zonal.

O que notamos pela comparação da evolução dos dois sistemas é que ambos se comportam como a teoria linear prevê. Ou seja, no caso de **NL71**, $\Delta y = 1.5$ as ondas instáveis apresentam comprimentos maiores e taxas de crescimento menores. A comparação entre as Figuras 3.13 e 3.16 mostra que o mesmo padrão formado em $t = 30$ para **NL2** somente é atingido em $t = 40$ para **NL71**. Notemos também que o longo meandro horário entre as frentes inferior e central é formado mais próximo à costa em **NL71** ($4 R_d$) que em **NL2** ($5 R_d$), pois mesmo ondas mais longas são instáveis. Os efeitos não lineares são responsáveis em ambos os casos pelo desenvolvimento das estruturas convolutas e vorticais observadas.

É possível notarmos na Figura 3.16 ainda em $t = 10$ que existe uma diferença de fase, característica da instabilidade barotrópica, entre as ondas das frentes central

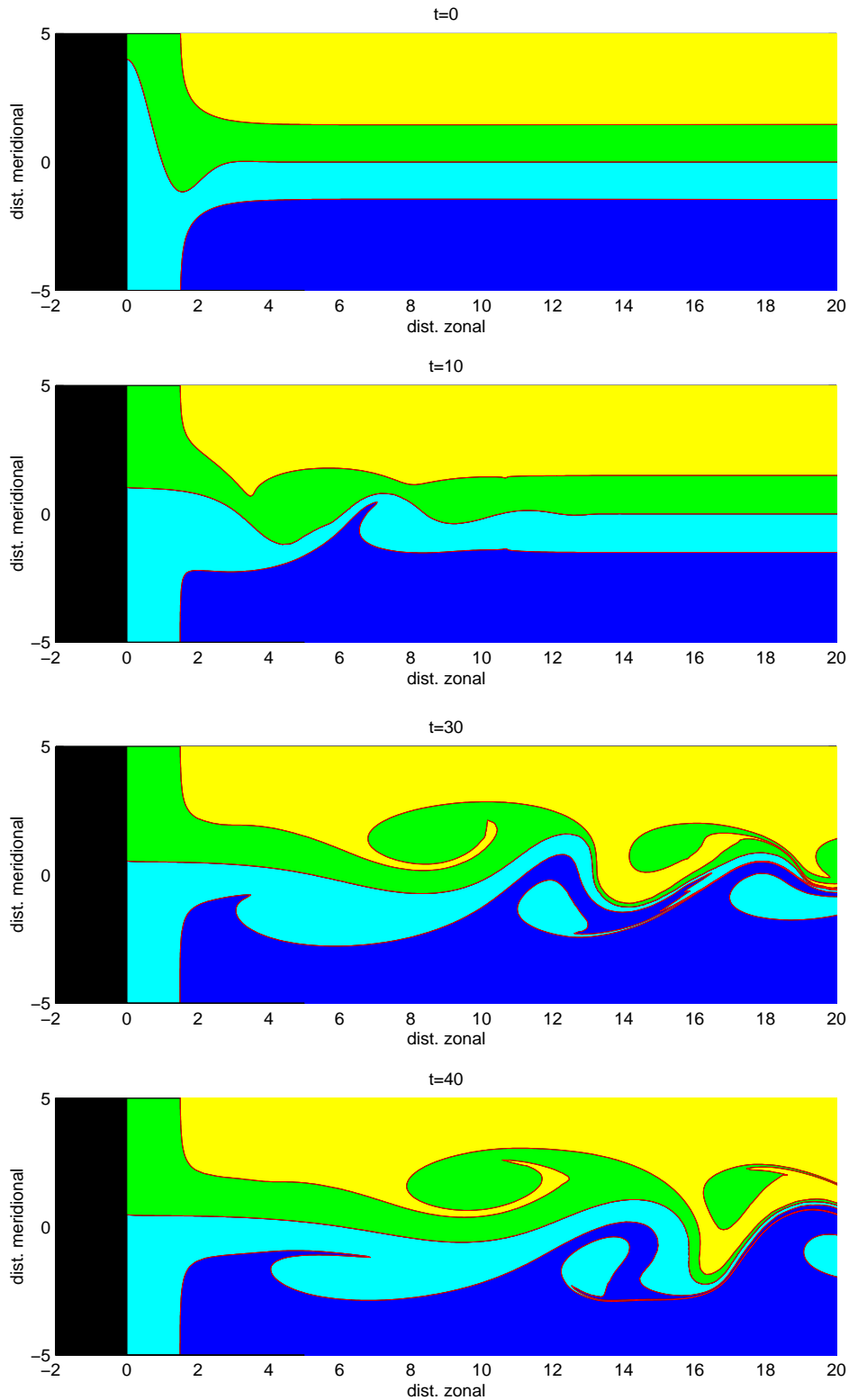


Figura 3.16: Experimento **NL71** com o modelo não-linear ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$ e $\Delta y = 1.5$). Parâmetros do meandro-perturbação: $A = 4.0$, $\omega_m^2 = 3.0$ e $d_m = 0.0$.

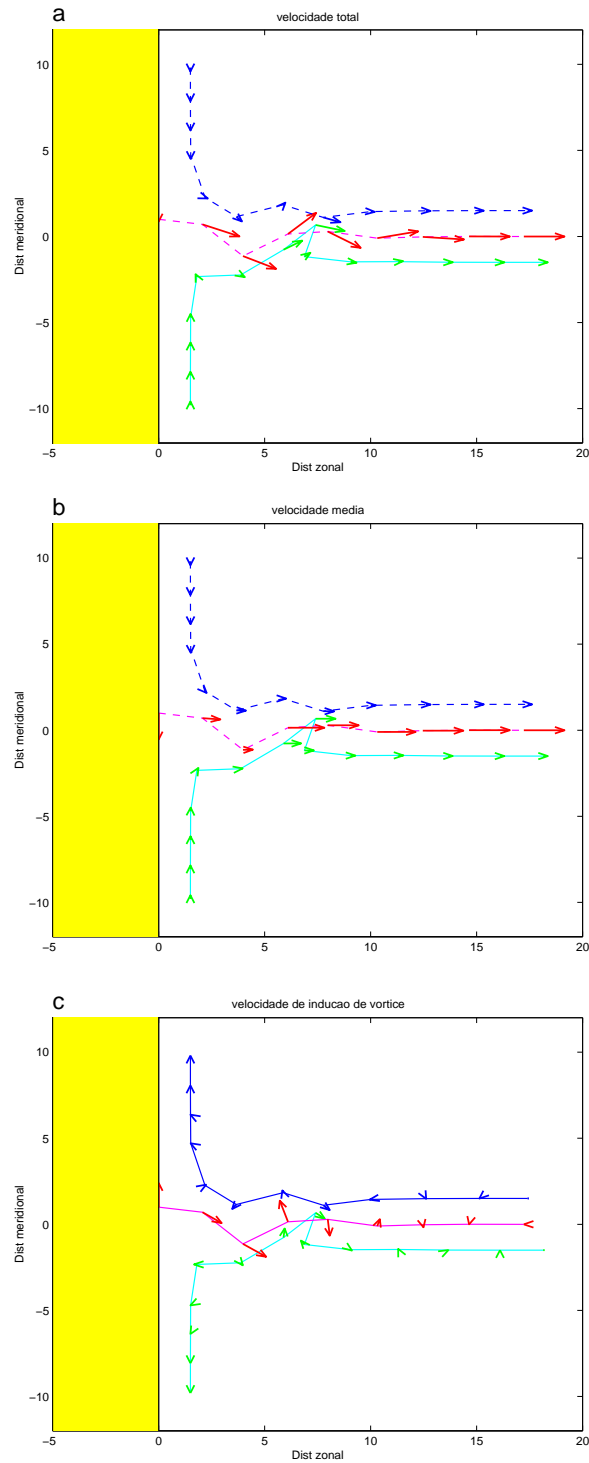


Figura 3.17: Diagramas de velocidades para **NL71** com o modelo não-linear ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$, $\Delta y = 1.5$ em $t = 10$). (a): Velocidade total. (b); Velocidade média. (c): Velocidade de indução de vórtice.

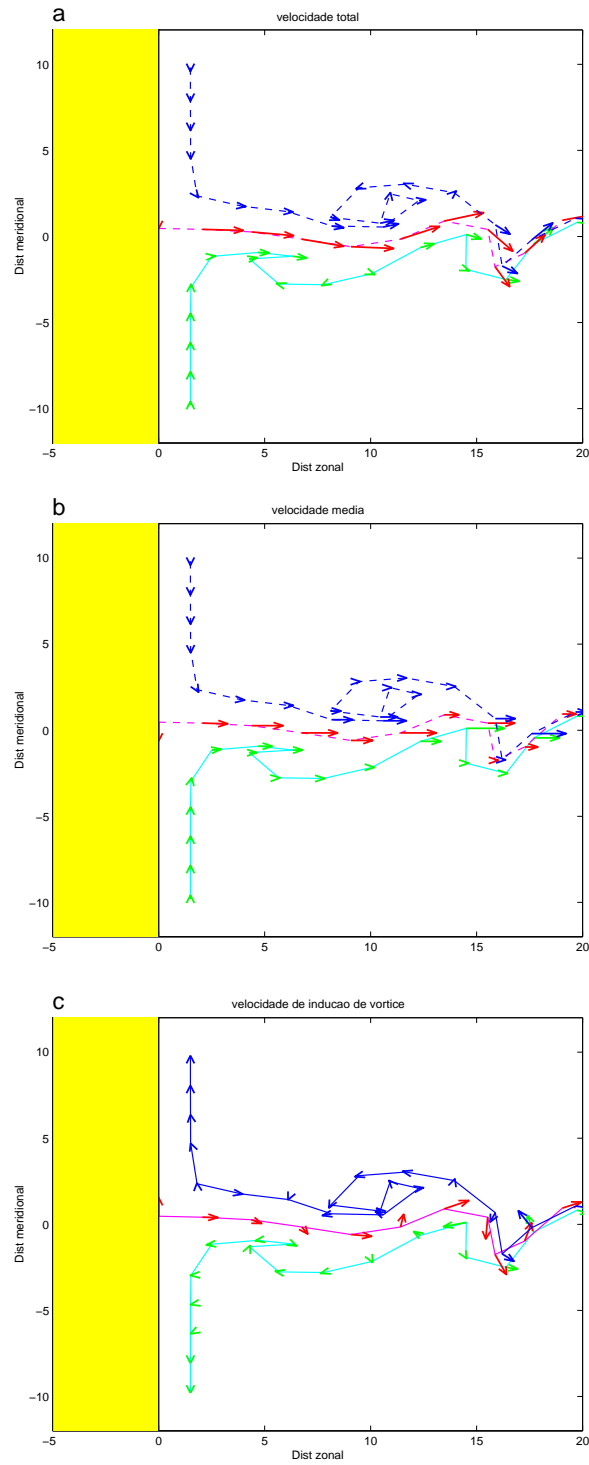


Figura 3.18: Diagramas de velocidades para **NL71** com o modelo não-linear ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$, $\Delta y = 1.5$ em $t = 40$). (a): Velocidade total. (b); Velocidade média. (c): Velocidade de indução de vórtice.

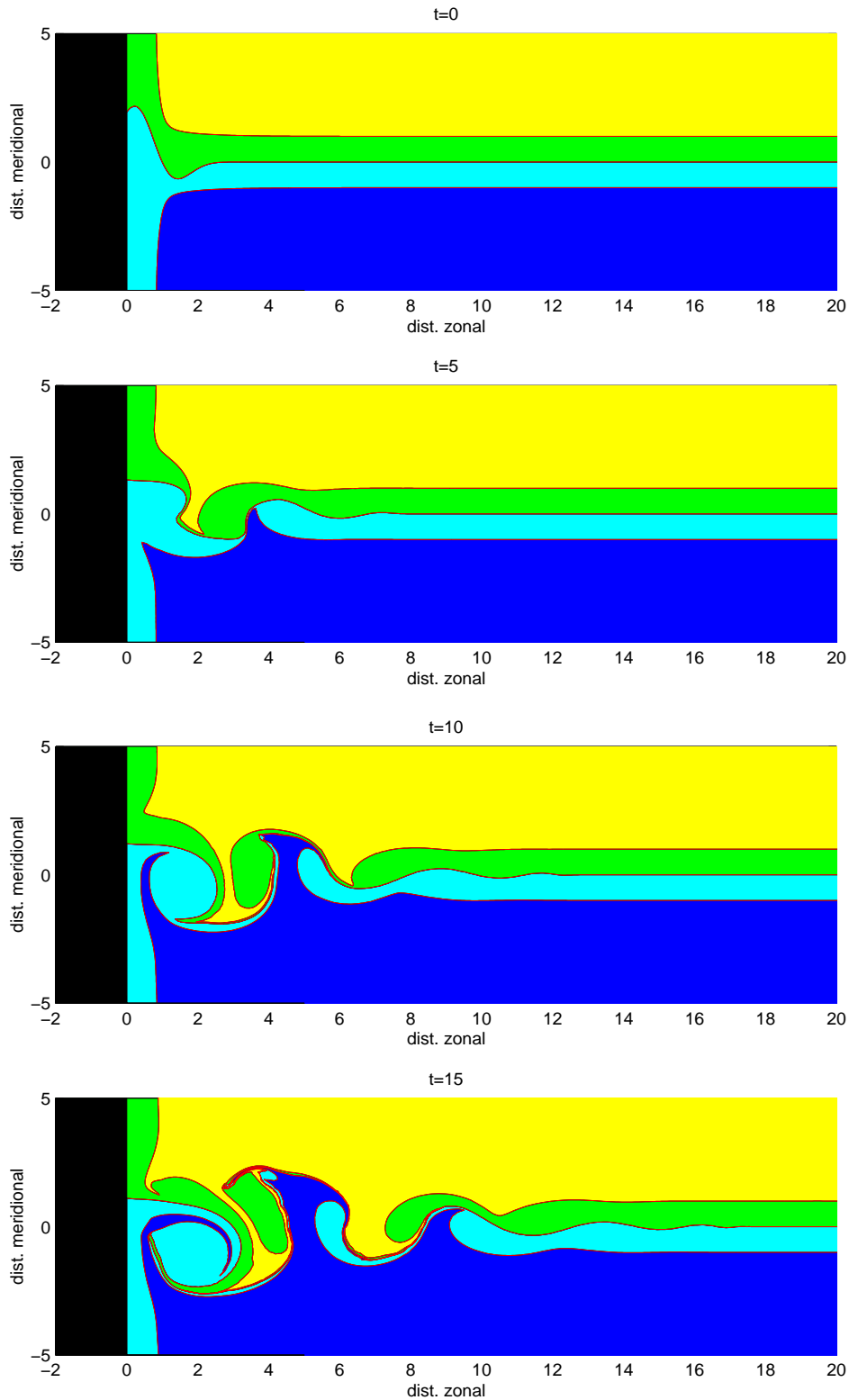


Figura 3.19: Evolução no tempo do experimento **NL45** com o modelo não-linear ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.25$ e $\Delta y = 1.0$). Parâmetros do meandro-perturbação: $A = 2.5$, $\omega_m^2 = 1.0$ e $d_m = 0.5$.

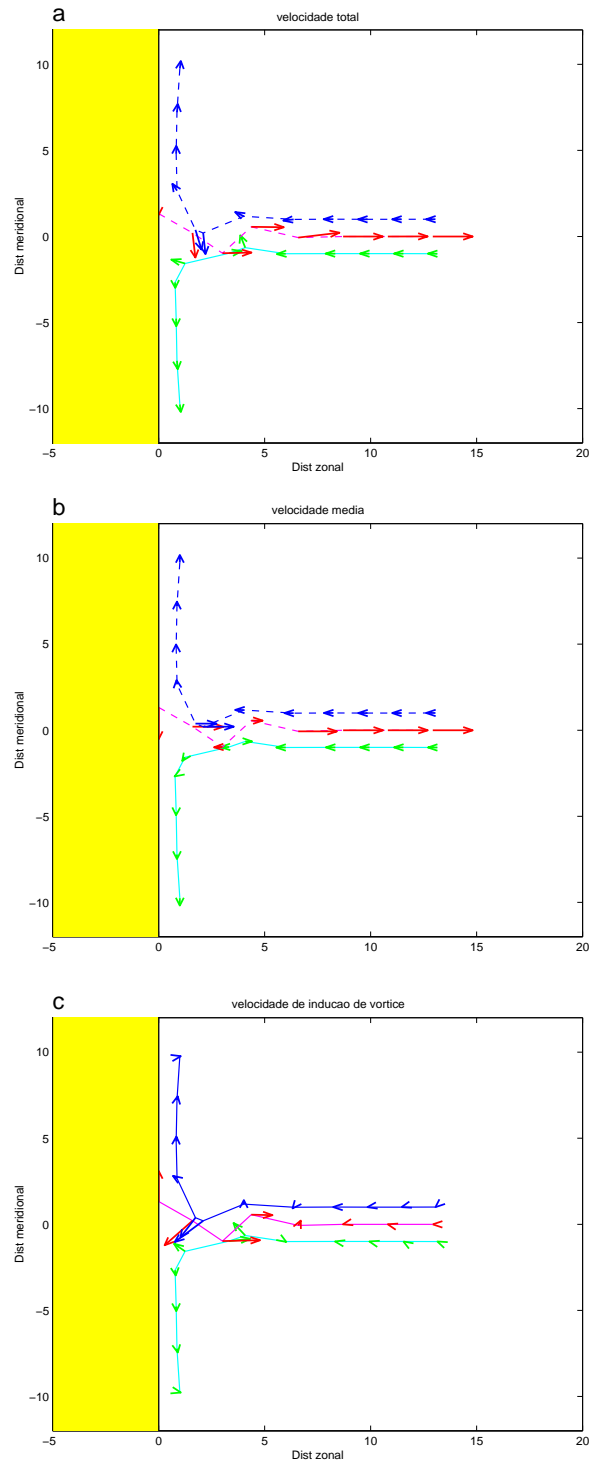


Figura 3.20: Diagramas de velocidades para **NL45** com o modelo não-linear ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.25$, $\Delta y = 1.0$ em $t = 5$). (a): Velocidade total. (b); Velocidade média. (c): Velocidade de indução de vórtice.

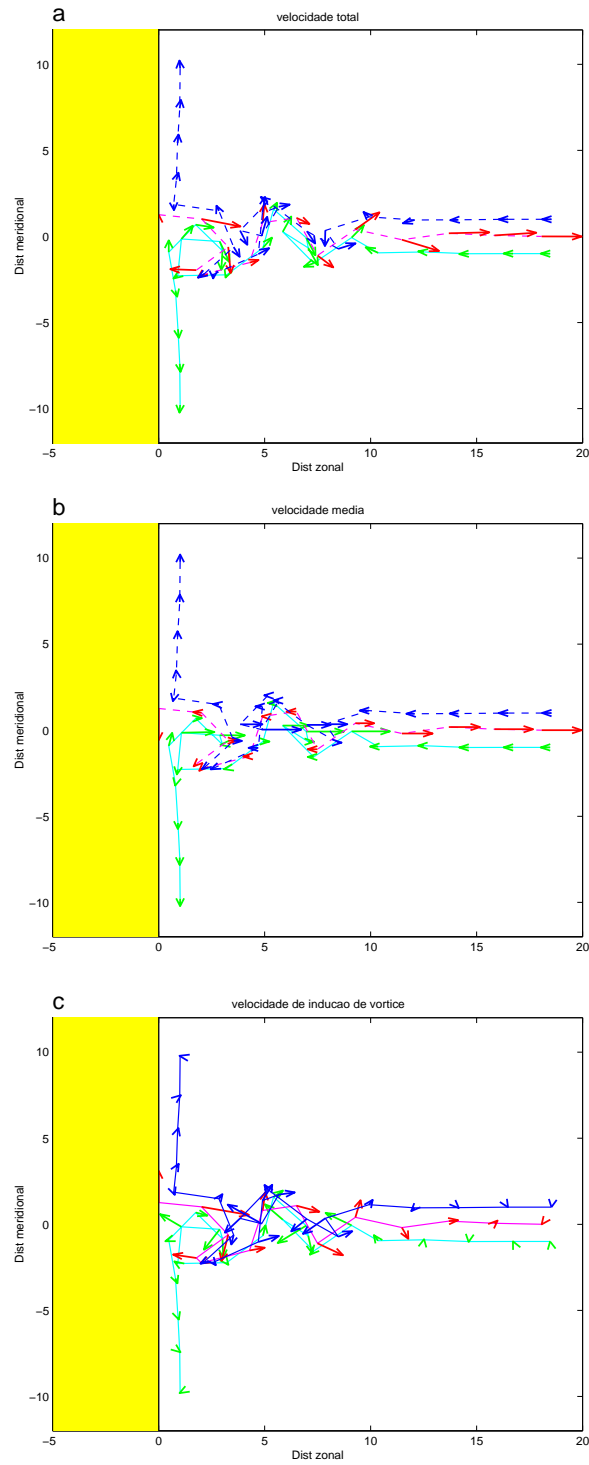


Figura 3.21: Diagramas de velocidades para **NL45** com o modelo não-linear ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.25$, $\Delta y = 1.0$ em $t = 15$). (a): Velocidade total. (b); Velocidade média. (c): Velocidade de indução de vórtice.

e da frente ao norte. O mesmo acontecendo com as ondas da frente mais ao sul em relação à frente central. Estimamos a velocidade de fase dessas ondas em $\bar{c} = 0.21$. Na Figura 3.18 os vetores representam com clareza o sentido de rotação anti-horário do vórtice ao norte do eixo central do jato.

A Figura 3.19 apresenta os resultados do experimento **NL45**, no qual podemos notar que a interação entre as frentes ocorre junto à costa, cerca de $1.5 R_d$, diferentemente dos experimentos anteriores. Ao observarmos a Figura 3.20.c, notamos a velocidade de indução de vórtice da frente mais ao norte forçar as outras para o sul, porém desta vez a sua velocidade, por ser negativa, possui uma componente para oeste, o que é resultado do contrafluxo imposto por nossas escolhas de \bar{u}_1 e \bar{u}_3 para este caso. O diagrama apresentado pela Figura 3.20.a, mostra que não somente a frente ao norte, como também a frente ao sul possuem uma componente de velocidade que contribui para o “aprisionamento” junto ao contorno oeste das estruturas vorticais que se formam.

A Figura 3.19 mostra que em $t = 10$ um vórtice horário se formou junto ao continente. Este é um típico vórtice de separação, sendo gerado como consequência da evolução da interação entre as ondas ilustrada em $t = 5$ na Figura 3.19. O LIOL neste experimento está bem próximo de zero como vimos na Seção 3.2, o que proporciona um maior número de ondas longas instáveis sendo formadas próximas ao contorno oeste. Estimamos que a velocidade média de fase destas ondas seja bastante menor que nos casos anteriormente discutidos, o que justifica a não advecção do vórtice para o interior do oceano.

A comparação entre as Figuras 3.19, 3.20 e 3.21 nos induz a concluir que o meandro imposto na costa, na presença do escoamento básico com contrafluxos, não se estira normalmente como nos casos anteriores. É submetido à forte cisalhamento e cresce, quase estacionado à $1 R_d$ de distância da costa. Os efeitos não lineares provavelmente são responsáveis pela forma anular que adquire.

O diâmetro aproximado do vórtice de separação é de $2 R_d$ e não sofre significativas alterações entre o passo de tempo $t = 10$ e $t = 15$, mantendo assim uma dimensão característica de meso-escala. Podemos notar ainda a formação de outra estrutura semelhante a um vórtice anti-horário, entretanto mais alongada e que tende a se aproximar do vórtice de separação, como sugerem os nossos resultados. Isto provocará

maior deformação na sua estrutura. A Figura 3.21.c mostra a disposição dos vetores da velocidade de indução de vórtice. Confirmamos que se trata de um vórtice que gira no sentido anti-horário e que é formado basicamente pela frente mais ao sul. No interior do oceano, verificamos uma estrutura de dipolos vorticais horários e anti-horários que possuem aspecto semelhante às estruturas analisadas nos experimentos **NL2** e **NL71**.

Os resultados vistos em **NL45** podem ser em parte confrontados com os obtidos por *Silveira & Flierl* [2000] que em presença de instabilidade baroclínica e costa meridional, também obtiveram vórtice de separação com dimensões típicas de meso-escala. Obtiveram ainda estruturas de dipolos vorticais se formando a cerca de 5 raios de deformação da costa para as frentes assimétricas, assim como apresentamos nos experimentos **NL71** e **NL2**.

Os resultados do experimento **NL88** estão ilustrados na Figura 3.22. Esta configuração com o $\Delta y = 0.5$ apresenta a formação do vórtice de separação em $t = 10$. Em $t = 5$, as frentes estão se reforçando e dando origem ao vórtice de separação. Podemos observar mais facilmente através da Figura 3.23.c que os vetores das velocidades das partículas da frente mais ao sul estão posicionados de forma a originar um movimento circular horário que vai gerar o vórtice de separação.

Em $t = 10$ o vórtice de separação está a cerca de $2 R_d$ do continente, e seu diâmetro médio aproximado é de um R_d . Vemos ainda que uma estrutura vortical com giro anti-horário se formou nas proximidades do vórtice de separação. A velocidade média de fase é muito reduzida. As estruturas vorticais se assemelham ao experimento **NL45**, sendo que neste caso os vórtices estão mais afastados do continente e têm menores dimensões.

Existe uma certa semelhança entre este experimento e o **NL45**, em ambos, o vórtice de separação se desenvolve, como também estruturas vorticais semelhantes. A diferença principal está em $\Delta y = 0.5$, o que está associado a comprimentos de onda instáveis mais curtos. Isto faz com que as dimensões dos vórtices sejam reduzidas, como também o vórtice de separação seja formado mais afastado da costa.

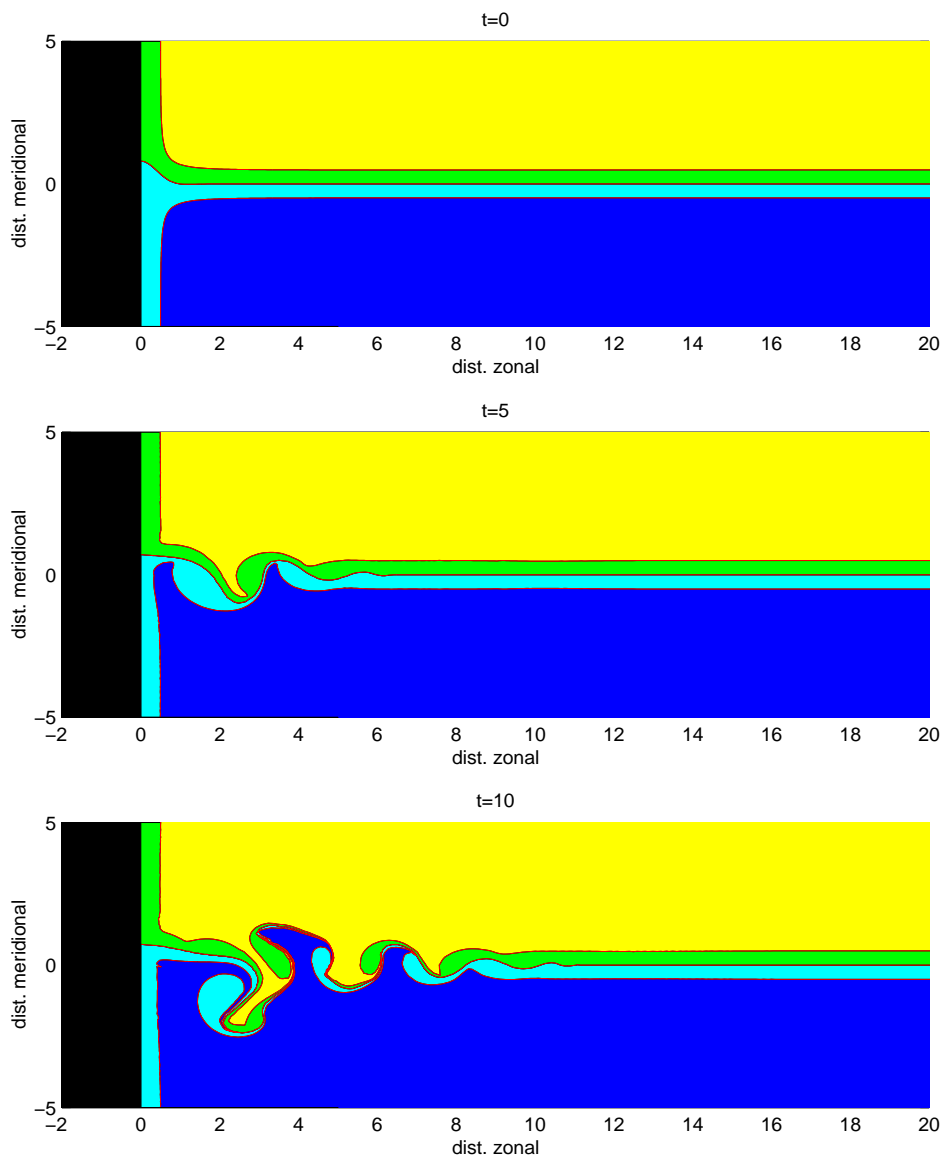


Figura 3.22: Evolução no tempo do experimento **NL88** com o modelo não-linear ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.1$ e $\Delta y = 0.5$). Parâmetros do meandroperturbação: $A = 0.8$, $\omega_m^2 = 0.5$ e $d_m = 0.0$.

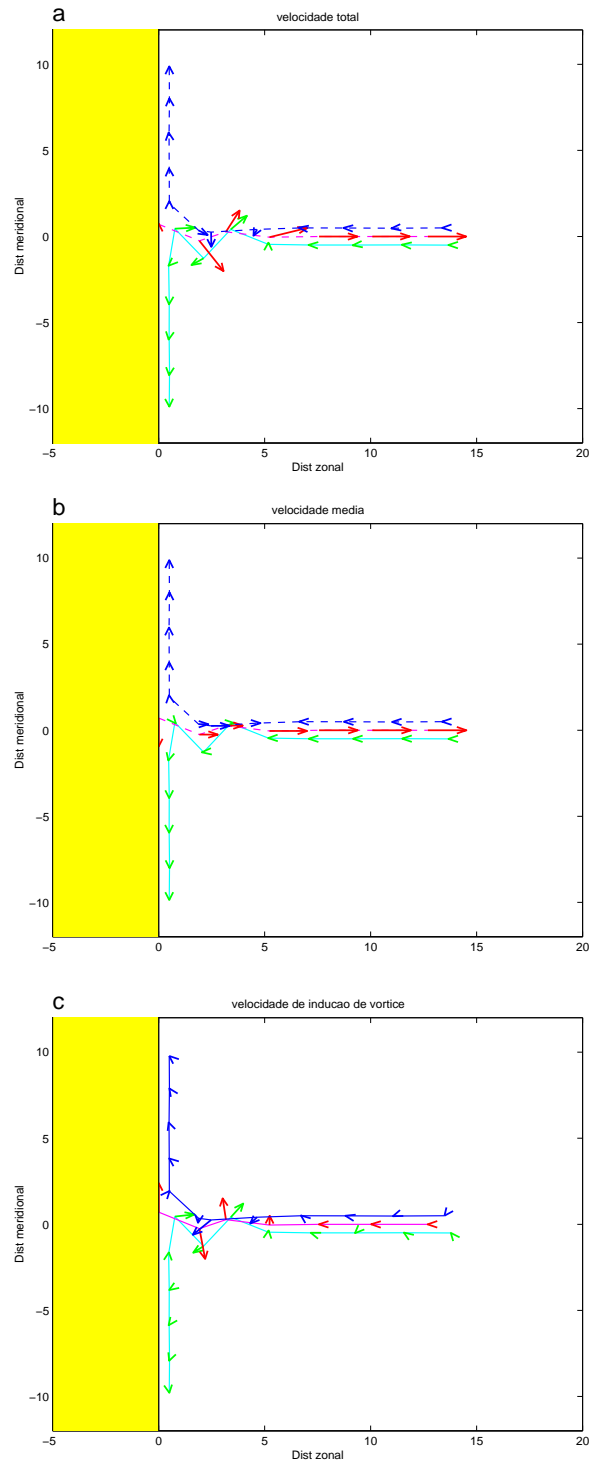


Figura 3.23: Diagramas de velocidades para **NL88** com o modelo não-linear ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.1$, $\Delta y = 0.5$ em $t = 5$). (a): Velocidade total. (b); Velocidade média. (c): Velocidade de indução de vórtice.

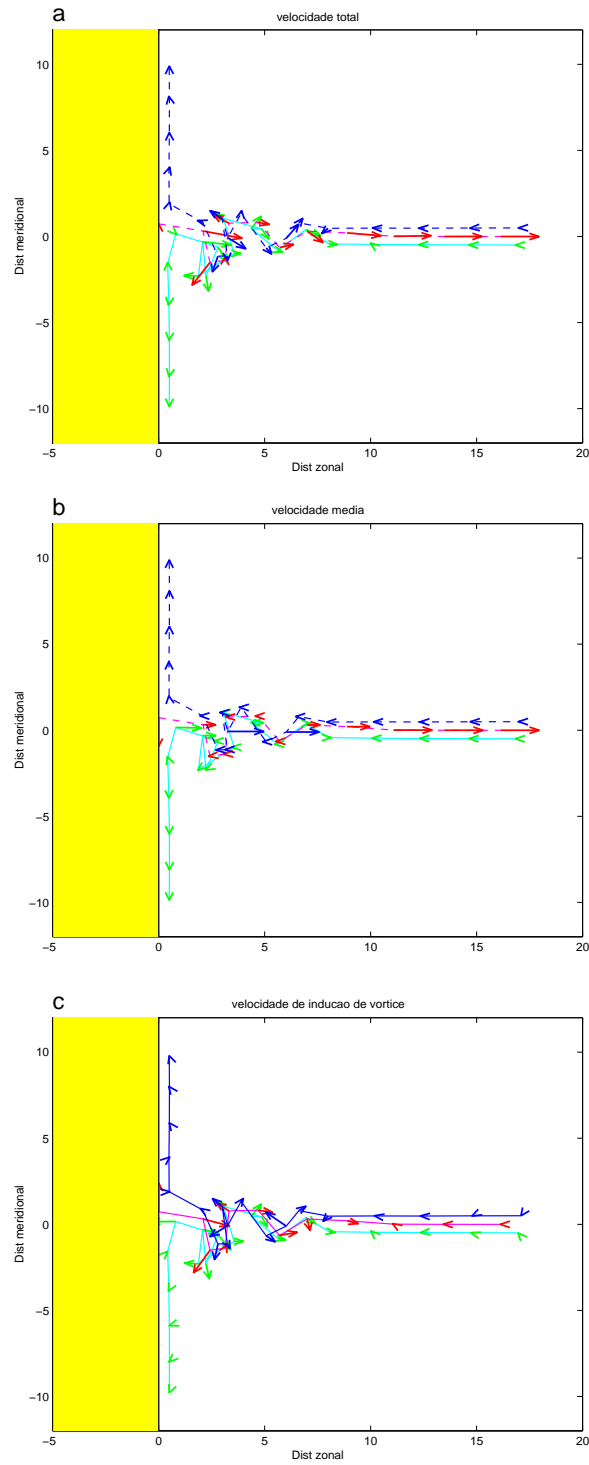


Figura 3.24: Diagramas de velocidades para **NL88** com o modelo não-linear ($\beta = 0.0$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.1$, $\Delta y = 0.5$ em $t = 10$). (a): Velocidade total. (b); Velocidade média. (c): Velocidade de indução de vórtice.

Resultados no Plano Beta

Examinaremos alguns resultados quando utilizamos a aproximação do plano β . Conforme vimos na Seção 2.6, a principal influência desta aproximação em nossos modelos é a inclusão de uma deriva para oeste no interior do oceano. Optamos pelo hemisfério norte como referência para todo o nosso trabalho com o intuito de realizar comparações com *SFB99* que também efetuaram seu estudo referenciado àquele hemisfério.

A escolha do valor adimensional do parâmetro β foi feita baseada em valores realísticos para médias latitudes; utilizamos $\beta = 0.05$.

O experimento **NL3** basicamente reproduz o padrão a configuração de **NL2**. Notamos na Figura 3.25 que as CCO's, enquanto fluem paralelas ao contorno oeste associada ao termo β , sofrem uma pequena deformação e se aproximam da costa. Isto se deve à deriva para oeste, que provoca uma advecção das frentes em direção ao continente. Em $t = 10$ as frentes começam a interagir a uma distância de cerca de $0.5 R_d$, mais próxima da costa do que em **NL2**. Entretanto, a forma das duas configurações são praticamente idênticas.

A Figura 3.27.c apresenta os vetores das velocidades relacionadas às frentes externas, no sentido oeste, embora as velocidades associadas às frentes externas sejam para leste. Isto significa que mais uma vez a influência da deriva para oeste se faz presente. Estimamos a média da velocidade de fase com valor próximo de zero. Estimamos ainda $\lambda_{max} = 3.8$ raios de deformação, menor portanto do que o seu valor análogo em **NL2**. Os vórtices formados estão mais delgados e ligeiramente mais próximos do contorno oeste, todavia, não se traduzem em grandes alterações em relação ao experimento **NL2**.

Em suma, o parâmetro β , da maneira como foi empregado nesta dissertação, produziu o efeito de induzir ondas mais curtas, tal qual no modelo de *SFB99*. Percebemos também não haver implicações notáveis nas amplitudes das ondas, ao contrário do jato de *SFB99*.

Os resultados do experimento **NL52** estão apresentados na Figura 3.28. Ao compararmos as Figuras 3.19 e 3.28, vemos que existem pequenas diferenças. Em $t = 5$,

as ondas junto à costa interagem de modo semelhante, deixando o cavado sobre a frente central um pouco mais aprofundado em relação ao seu análogo do experimento **NL45**.

Em $t = 10$ percebemos que o vórtice de separação adquire uma forma mais afilada, enquanto a estrutura vortical vizinha se deforma inteiramente. As CCO's paralelas à costa sofrem pequenas modificações, se aproximando do continente. Em $t = 15$, o vórtice de separação está praticamente estacionado à mesma distância da costa que vimos para o experimento **NL45**, e a estrutura vortical vizinha está sendo advectada para oeste e por isso se deforma inteiramente. A Figura 3.30.b ilustra as velocidades não perturbadas das parcelas de fluido que compõem as frentes de VP. Notamos que as componentes zonais dessas velocidades estão em sua maior parte no sentido oeste, corroborando assim a advecção do sistema para o continente, imposto pelo parâmetro β .

Como no experimento anterior, podemos afirmar que o efeito da introdução do parâmetro β induz a geração de ondas mais curtas, e que por isso, meandros e vórtices se formam mais afastados da costa. Além disso, as amplitudes destas ondas não sofrem influências significativas.

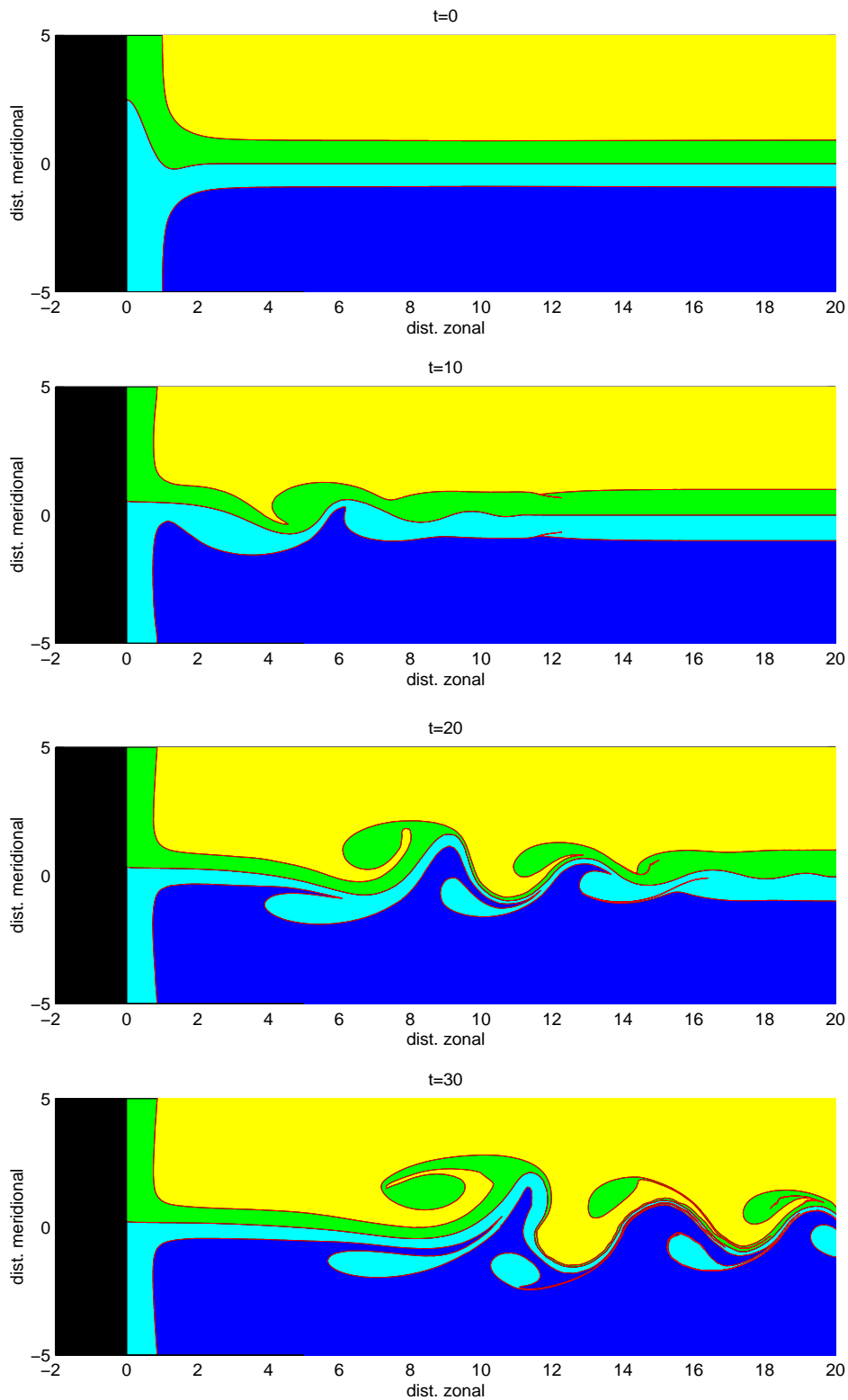


Figura 3.25: Evolução no tempo do experimento **NL3** com o modelo não-linear ($\beta = 0.05$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$ e $\Delta y = 1.0$). Parâmetros do meandro-perturbação: $A = 2.5$, $\omega_m^2 = 1.0$ e $d_m = 0.0$.

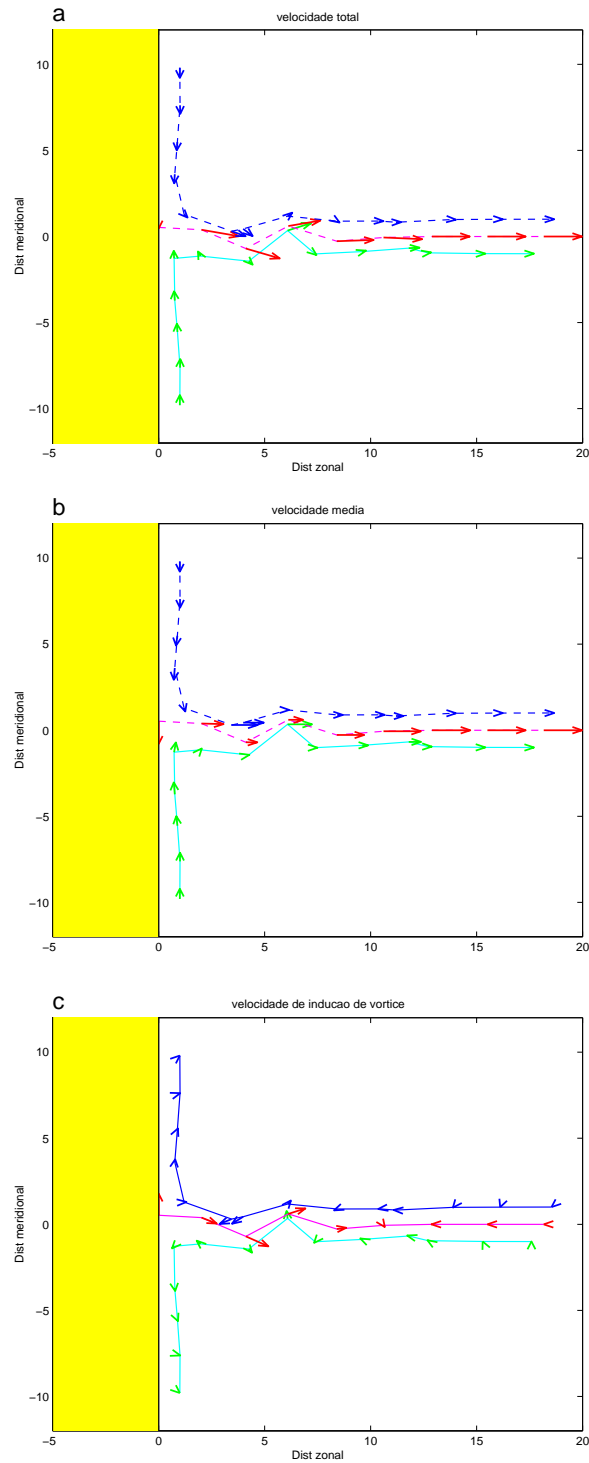


Figura 3.26: Diagramas de velocidades para **NL3** com o modelo não-linear ($\beta = 0.05$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$, $\Delta y = 1.0$ em $t = 10$). (a): Velocidade total. (b); Velocidade média. (c): Velocidade de indução de vórtice.

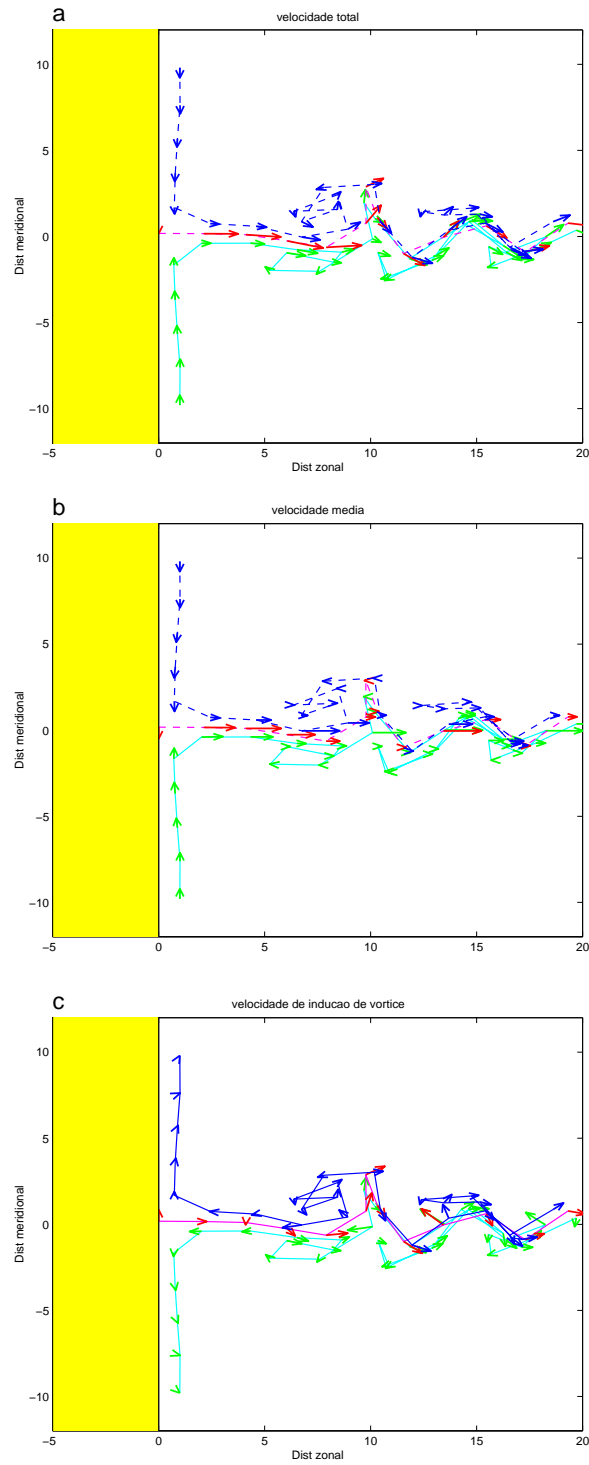


Figura 3.27: Diagramas de velocidades para **NL3** com o modelo não-linear ($\beta = 0.05$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = 0.1$, $\Delta y = 1.0$ em $t = 30$). (a): Velocidade total. (b); Velocidade média. (c): Velocidade de indução de vórtice.

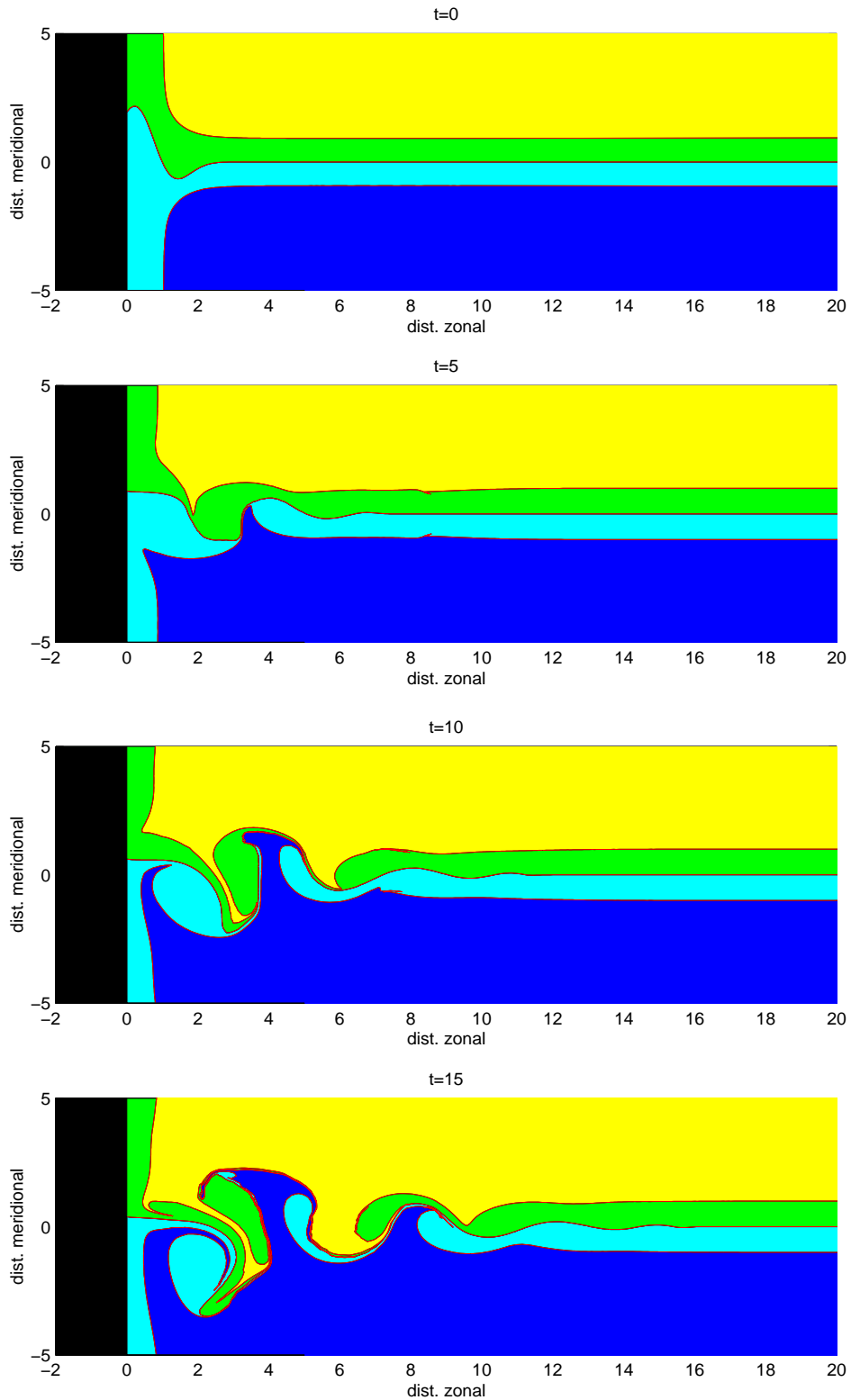


Figura 3.28: Evolução no tempo do experimento **NL52** com o modelo não-linear ($\beta = 0.05$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.25$ e $\Delta y = 1.0$). Parâmetros do meandro-perturbação: $A = 2.5$, $\omega_m^2 = 1.0$ e $d_m = 0.5$.

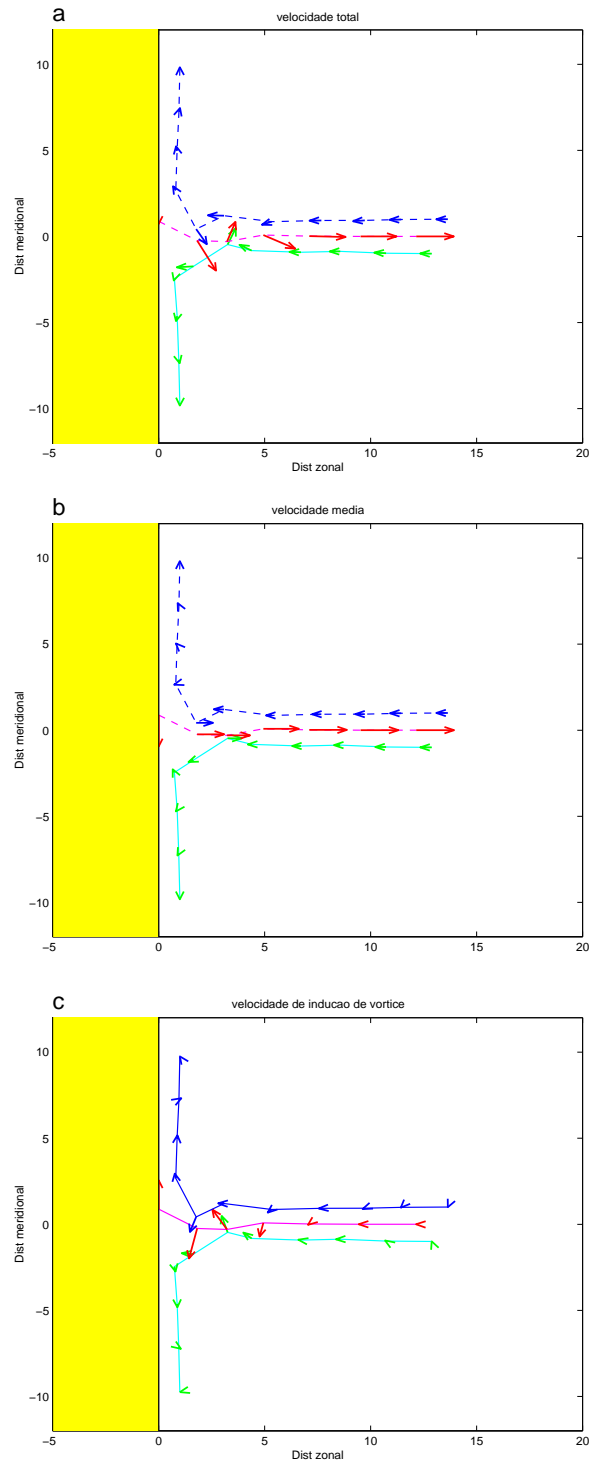


Figura 3.29: Diagramas de velocidades para **NL52** com o modelo não-linear ($\beta = 0.05$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.25$, $\Delta y = 1.0$ em $t = 5$). (a): Velocidade total. (b); Velocidade média. (c): Velocidade de indução de vórtice.

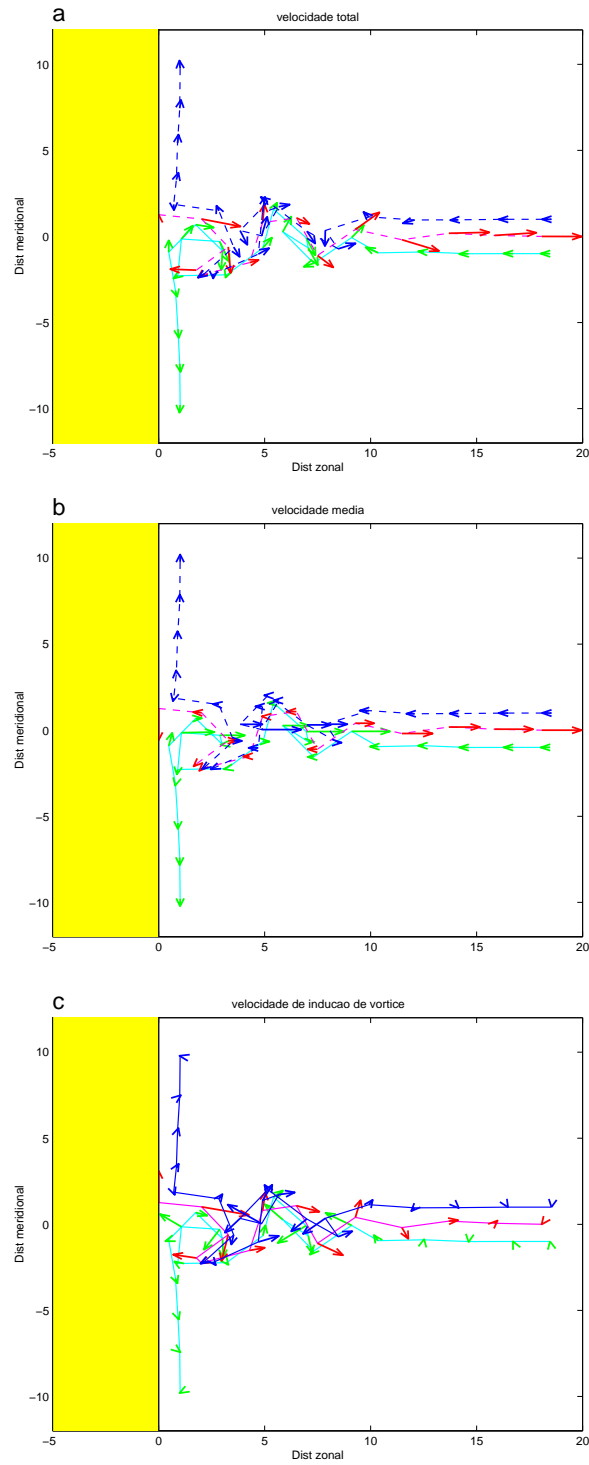


Figura 3.30: Diagramas de velocidades para **NL52** com o modelo não-linear ($\beta = 0.05$; $\bar{u}_1 = \bar{u}_3 = -0.25$, $\Delta y = 1.0$ em $t = 15$). (a): Velocidade total. (b); Velocidade média. (c): Velocidade de indução de vórtice.

Capítulo 4

Sumário e Conclusões

4.1 Principais Resultados Obtidos

É comum o desenvolvimento de meandros e vórtices em correntes de contorno oeste que se separam do continente. Em alguns casos, os vórtices são emitidos no interior do oceano através de meandros que se estrangulam em ambos os lados do eixo da CCO ou de sua extensão. O exemplo mais usual deste tipo de ocorrência é na Corrente do Golfo. Em outros casos, a separação se dá de forma mais convoluta, com um largo meandro anticiclônico próximo à zona de separação, e meandros que decaem em direção às águas profundas. Este padrão, conhecido por retroflexão, é caracterizado pela geração de vórtices formados pelo meandro principal e/ou subsequente. Este é o caso da Corrente do Brasil, da Corrente do Leste da Austrália e da Corrente das Agulhas.

A formação de meandros e vórtices na separação das CCO's constitui linha ativa de pesquisa em Oceanografia Física. Neste trabalho, um modelo quase-geostrófico com estrutura de vorticidade potencial idealizada e discretizada em funções-degrau é utilizado para investigar o efeito da instabilidade barotrópica na formação destes meandros e vórtices.

Os modelos aqui construídos são baseados na técnica de Dinâmica de Contornos e consistem em versões do modelo de *SFB99*, porém com uma estrutura de VP mais complexa, formada por quatro regiões de VP homogêneas, separadas por três frentes.

Assim, ao contrário do modelo original de *SFB99*, que possuía uma única frente, neste trabalho é possível impor mudanças no gradiente de VP na direção meridional. Configuramos os escoamentos não-paralelos como separação inercial de CCO's convergentes de uma costa orientada meridionalmente, que possam apresentar contrafluxos. Como resultado desta convergência, obtemos um jato zonal de núcleo para leste.

Desenvolvemos duas categorias de modelos para efetuar este estudo: o modelo linear e o não-linear. O modelo linear é um conjunto de cálculos que utilizamos para determinar a distribuição do campo de VP. Portanto, obtemos com este modelo os perfis meridionais dos jatos zonais e os valores dos saltos de vorticidade. Partimos da escolha de valores arbitrados de velocidade nas frentes de VP, sendo que fixamos o valor da velocidade na frente coincidente com o eixo central do jato em $\bar{u}_2=1$.

O modelo linear se utiliza do princípio da inversibilidade (como em *Flierl et al.* [2000] para calcularmos os diferentes campos de VP para as respectivas escolhas de velocidades sobre as frentes. Exploramos assim a forma pela qual as propriedades de estabilidade linear (taxa de crescimento, velocidades de fase e grupo) reagem em função da variação das escolhas dos valores das velocidades (\bar{u}_1 e \bar{u}_3) e das distâncias entre os contornos (Δy). Isto é, em função destas escolhas obtemos campos de VP distintos.

Quando alternamos o sentido das velocidades das frentes externas, aumentamos o cisalhamento do escoamento. Assim, aumentamos também a instabilidade do mesmo, e conseqüentemente obtemos maiores taxas de crescimento. Portanto, quanto mais negativas as velocidades nas frentes externas, maiores são os saltos de VP, e os valores da taxa de crescimento, e menos positivas são as médias das velocidades de fase e de grupo das ondas linearmente instáveis. Como particularidade, está o caso em que o transporte do jato integrado meridionalmente é zero, pois até as ondas infinitamente longas são linearmente instáveis.

Ao variarmos a distância entre os contornos mantendo fixos os valores de velocidades sobre os mesmos, também alteramos o cisalhamento horizontal e, por conseguinte, suas propriedades de estabilidade linear. Quanto mais aproximamos as frentes (diminuímos Δy), mais ampla é a faixa em termos de número de onda, de ondas instáveis geradas, e mais curtas são as ondas mais linearmente instáveis geradas.

O modelo não-linear consiste na resolução numérica de problemas de valor

inicial, a partir de uma distribuição escolhida de VP. Ou seja, estuda-se a evolução temporal não linear de meandros e vórtices.

Efetuamos com o modelo não-linear, experimentos tanto no plano f , como também no plano β . Sendo que a dinâmica do plano β em um modelo de DC é rudimentar, pois é feita de forma a não permitir a geração de ondas planetárias, de acordo com *Yano & Flierl* [1992].

Obtivemos numericamente com o modelo não-linear, os estados estacionários das configurações menos instáveis. A partir deste estado, impusemos um meandro-perturbação, contendo anomalias positivas e negativas, sobre a frente central de VP junto ao contorno oeste, e passamos a examinar a sua evolução temporal.

Obtivemos, como em uma retroflexão, padrões meandranes com a formação de vórtices em ambos os lados das correntes. Para os casos em que não existe contrafluxos (velocidades nas frentes externas têm o mesmo sentido da central), a região de confluência serve como elemento estabilizador, e os vórtices são emitidos a muitos raios de deformação da costa. Já para os casos nos quais há contrafluxos, vórtices de separação podem ser formados, todavia parecem carecer de mecanismos que os movimentem meridionalmente para fora da região do eixo da CCO.

Embora este seja um problema de escoamentos não-paralelos, todos os casos de estudo parecem respeitar as previsões feitas pelo modelo linear em termos de comprimento de ondas mais instáveis e velocidade de fase. Observamos que quanto menos instável é o jato zonal (que é a extensão das CCO's), mais positivas são as velocidades de fase e de grupo e mais distante da costa se formam os meandros. Notamos ainda que o vórtice de separação somente é formado, quando as velocidades sobre as frentes externas são para oeste e as velocidades de fase e de grupo são muito baixas ou negativas, ou seja, têm sentido oposto à velocidade do eixo central do jato.

O efeito causado pela inclusão do parâmetro β , foi o de excitar ondas mais curtas, assemelhando-se aos resultados do modelo de *SFB99*. Consequentemente, os vórtices formados são menores, e a deriva para oeste associada a esse efeito, faz com que estejam mais próximos da costa do que os experimentos análogos no plano f .

O que os resultados deste trabalho parecem indicar é que instabilidade barotrópica também pode ser responsável pela formação dos padrões meandranes em CCO's

tão evidentes em imagens de satélites (AVHRR ou altimetria). Em particular, vórtices de separação podem ser obtidos. Entretanto, os padrões aqui apresentados, não parecem visualmente tão realísticos quanto aqueles obtidos por estudo análogo de CCO's realizado por *Silveira & Flierl* [2000], que isolaram o efeito de instabilidade baroclínica. A exceção feita é a Corrente do Golfo, onde tanto meandros com características de instabilidade baroclínica como filamentos vorticais com características de instabilidade barotrópica (“warm outbreaks”, *Pratt et al.* [1991]), são emitidos.

4.2 Sugestões para Futuros Trabalhos

Não descartamos a possibilidade de configurações mais realísticas de separação de CCO's barotropicamente instáveis. Este trabalho limitou-se a analisar CCO's convergentes e simétricas que partem de uma costa meridionalmente orientada. Sugere-se que versões barotropicamente instáveis, porém com a costa inclinada e CCO's assimétricas, em termos de transporte, devam ser também estudadas. Assim, a configuração das frentes próximas ao continente e os padrões de ondas, podem ser alterados, como no estudo de *Silveira & Flierl* [2000].

Outra importante questão que vários autores têm discutido é a formação de vórtices de separação como resultado de “agentes catalisadores”, representados por vórtices mais fracos, gerados por instabilidade em área remota à da separação. Estes atingem a região da confluência das CCO's e servem como fonte de VP adicional para o sistema que se instabilizaria e emitiria vórtices de separação. Assim, sugere-se aqui, a realização de um estudo da interação das correntes com vórtices isolados utilizando como arcabouço, o modelo aqui apresentado nos moldes do estudo de *Stern & Flierl* [1987] e *Bell & Pratt* [1991] para jatos infinitos.

Como forma de estudarmos mais detalhadamente os efeitos do parâmetro β , podemos promover a transição de um campo de VP em funções-degrau, para um campo com gradiente contínuo de VP, e desta maneira, estudarmos a influência de ondas planetárias na separação de CCO's barotropicamente instáveis.

Referências Bibliográficas

- Agra, C., e D. Nof. 1993. Collision and separation of boundary currents, *Deep-Sea Res. I*, **40**, 2259-2282.
- Arnol'd, V.I. 1966. On the a priori estimate in the theory of hydrodynamical instability, *Isv, Vyssh Uchebn. Zaved. Mat.*, **54(5)**, 3-5.
- Bell, G.I., e L.J. 1991. Pratt, The Interaction of an Eddy with an Unstable Jet, *J. Phys. Oceanogr.*, **22**, 1229-1244.
- Campos, E.J.D., e D.B. Olson. 1991. Stationary Rossby waves in western boundary current extensions, *J. Phys. Oceanogr.*, **21**, 1202-12245.
- Cessi, P. 1991. Laminar separation of colliding western boundary currents, *J. mar. Res.*, **49**, 697-717.
- Cushman-Roisin, B. 1994. Introduction to Geophysical Fluid Dynamics, *Prentice-Hall, Inc.*, 320p.
- Flierl, G.R. 1999. Thin jet e contour dynamics models of Gulf Stream meandering, (*Dynam. Atmos. Oceans*, **29**, 189-215.
- Flierl, G.R., S. P. Meacham, e N. Paldor. 2000. Instabilities and waves on thin jets, *J. Phys. Oceanogr.* (em revisão).
- Fofonoff, N.P. 1954. Steady flow in a frictionless homogeneous ocean, *J. Marine Res.*, **13**, 254-262.

- Gangopadhyay, A., P. Cornillon e D. R. Watts. 1992. A test of the Parsons-Veronis Hypothesis on the Separation of the Gulf Stream, *J. Phys. Oceanogr.*, **22**, 1286-1301.
- Garzoli, S.L. e Z. Garrafo. 1989. Transports, frontal motions and eddies at the Brazil-Malvinas confluence, *Deep-Sea Res.*, **36(5)**, 681-702.
- Mayer, D.A., e R.H. Weisberg. 1993. A Description of COADS Surface Meteorological Fields and the Implied Sverdrup Transport for the Atlantic Ocean from 30°S to 60°N, *Americ. Meteo. Society*, **23**, 2201-2221.
- Meacham, S.P. 1991. Meander evolution on piecewise-uniform, quasi-geostrophic jets, *J. Phys. Oceanogr.*, **21**, 1139-1170.
- Meehl, G.A. 1982. Characteristics of surface current flow inferred from a global ocean current data set, *J. Phys. Oceanogr.*, **12**, 538-555.
- Olson, D., G. Podesta, R. Evans, e O. Brown. 1988. Temporal variations in the separation of Brazil and Malvinas currents, *Deep-Sea Res.*, **35**, 1971-1980.
- Ou, H.W., e W.P.M. De Ruijter. 1986. Separation of an inertial boundary current from a curved coastline, *J. Phys. Oceanogr.*, **16**, 280-289.
- Parsons, A.T. 1969. A two-layer model of the Gulf Stream separation, *J. Fluid Mech.*, **39**, 511-528.
- Polvani, L.M. 1990. Geostrophic vortex dynamics, PhD thesis, MIT/WHOI Joint Program, WHOI-88-48, 221p.
- Pratt, L.J., e M. E. Stern. 1986. Dynamics of potential vorticity fronts and eddy detachment, *J. Phys. Oceanogr.*, **16**, 1101-1120.
- Pratt, L.J., J. Earles, P. Cornillon, e J.F. Cayula, The nonlinear behavior of varicose disturbances in a simple model of the Gulf Stream, *Deep-Sea Res. I*, **38**, S591-S622, 1991.
- Pullin, D.J. 1992. Contour Dynamics method, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **24**, 89-115.

- Richardson, P.L. 1980. Gulf Stream ring trajectories, *J. Phys. Oceanogr.*, **10**, 90-104.
- Richardson, P.L. 1993. Tracking Ocean Eddies, *Am. Scient.*, **81**, 261-271.
- Silveira, I.C.A. da. 1996. Meandering and Eddy Formation in Separating Western Boundary Currents, Ph.D. Thesis, University of New Hampshire, 228p.
- Silveira, I.C.A. da, e G.R. Flierl. 2000. Eddy Formation in $2\frac{1}{2}$, Quasi-geostrophic Jets, aceita publicação no *J. Phys. Oceanogr.*.
- Silveira, I.C.A. da, G.R. Flierl e W.S. Brown. 1999. Dynamics of Separating Western Boundary Currents *J. Phys. Oceanogr.*, **29**, 119-144.
- Stern, M.E. 1985. Lateral wave breaking and “shingle” formation in large-scale shear flow, *J. Phys. Oceanogr.*, **15**, 1274-1283.
- Stern, M.E., e G.R. Flierl. 1987. On the interaction of a vortex with a shear flow, *J. Geophys. Res.*, **92**, 10733-10744.
- Stommel, H.M. 1948. Westward intensification of wind-driven ocean currents, *Trans. Am. geophys. Un.*, **29**, 202-206.
- Sverdrup, H.U. 1947. Wind driven currents in a baroclinic ocean with application to the equatorial currents of The estern Pacific, *Proc. natn. Acad. Sci. U.S.A.*, **33**, 318-326.
- Thurman, H.V. 1994. Introductory Oceanography, *Macmillan Publishing Company*, 550p.
- Veronis, G. 1973. Model of world circulation: I. Wind-driven, two-layer, *J. mar. Res.*, **31**, 228-288.
- Wang, X. 1992. Iteration of an eddy with a continental slope, PhD thesis, MIT/WHOI Joint Program, WHOI-92-40, 216p.
- Yano, J.I., e G. R. Flierl. 1992. Isolated Potencial Vorticity Patches in Quasi-Geostrophic Zonal Shear Flows, *Dynam. Atmos. Oceans*, **16**, 439-472.

Apêndice A

Experimentos do Modelo

Não-Linear

Tabela A.1: Relação dos experimentos realizados com o modelo não-linear. ($\Delta y = 1.0$)

	velocidades		meandro inicial		tempo total	valor de β
Experimento	$\overline{u_1} = \overline{u_3}$	A	w_2	d_m		
NL1	0.1	3.0	1.0	0.5	15.0	0.0
NL2	0.1	2.5	1.0	0.0	30.0	0.0
NL3	0.1	2.5	1.0	0.0	30.0	0.005
NL4	0.1	3.0	1.0	0.0	10.0	0.0
NL5	-0.55	3.0	1.0	0.0	10.0	0.0
NL6	-0.55	2.0	1.0	0.0	10.0	0.0
NL7	-0.55	1.5	1.0	0.5	10.0	0.0
NL8	-0.55	1.0	1.0	0.5	10.0	0.0
NL9	-0.55	3.0	1.0	0.0	10.0	0.05
NL10	-0.55	2.0	1.0	0.0	10.0	0.05
NL11	-0.55	1.5	1.0	0.5	10.0	0.05
NL12	-0.55	1.0	1.0	0.5	10.0	0.05

APÊNDICE A. EXPERIMENTOS DO MODELO NÃO-LINEAR

Tabela A.2: Relação dos experimentos realizados com o modelo não-linear. ($\Delta y = 1.0$)

	velocidades		meandro inicial		tempo total	β
Experimento	$\bar{u}_1 = \bar{u}_3$	A	w_2	d_m		
NL13	-0.1	1.0	1.0	0.5	15.0	0.0
NL14	-0.1	1.5	1.0	0.5	15.0	0.0
NL15	-0.1	2.0	1.0	0.5	15.0	0.0
NL16	-0.1	2.5	1.0	0.5	15.0	0.0
NL17	-0.1	2.5	1.0	0.0	15.0	0.0
NL18	-0.1	3.0	1.0	0.5	15.0	0.0
NL19	-0.1	1.5	1.0	0.0	15.0	0.0
NL20	-0.1	1.0	1.0	0.5	15.0	0.05
NL21	-0.1	1.5	1.0	0.5	15.0	0.05
NL22	-0.1	2.0	1.0	0.5	15.0	0.05
NL23	-0.1	2.5	1.0	0.5	15.0	0.05
NL24	-0.1	2.5	1.0	0.0	15.0	0.05
NL25	-0.1	3.0	1.0	0.5	15.0	0.05
NL26	-0.1	1.5	1.0	0.0	15.0	0.05
NL27	-0.2	1.0	1.0	0.5	15.0	0.0
NL28	-0.2	1.5	1.0	0.5	15.0	0.0
NL29	-0.2	2.0	1.0	0.5	15.0	0.0
NL30	-0.2	2.5	1.0	0.5	15.0	0.0
NL31	-0.2	2.0	1.0	0.5	15.0	0.0
NL32	-0.2	2.5	1.0	0.0	15.0	0.0

APÊNDICE A. EXPERIMENTOS DO MODELO NÃO-LINEAR

Tabela A.3: Relação dos experimentos realizados com o modelo não-linear. ($\Delta y = 1.0$)

	velocidades		meandro inicial		tempo total	β
Experimento	$\overline{u_1} = \overline{u_3}$	A	ω_m^2	d_m		
NL33	-0.2	3.0	1.0	0.5	15.0	0.0
NL34	-0.2	1.0	1.0	0.5	15.0	0.05
NL35	-0.2	1.5	1.0	0.5	15.0	0.05
NL36	-0.2	2.0	1.0	0.5	15.0	0.05
NL37	-0.2	2.5	1.0	0.5	15.0	0.05
NL38	-0.2	2.0	1.0	0.5	15.0	0.05
NL39	-0.2	2.5	1.0	0.0	15.0	0.05
NL40	-0.2	3.0	1.0	0.5	15.0	0.05
NL41	-0.25	3.0	1.0	0.5	15.0	0.0
NL42	-0.25	2.0	1.0	0.5	15.0	0.0
NL43	-0.25	2.5	1.0	0.0	15.0	0.0
NL44	-0.25	2.0	1.0	0.0	15.0	0.0
NL45	-0.25	2.5	1.0	0.5	15.0	0.0
NL46	-0.25	1.5	1.0	0.0	15.0	0.0
NL47	-0.25	1.5	1.0	0.5	15.0	0.0
NL48	-0.25	3.0	1.0	0.5	15.0	0.05
NL49	-0.25	2.0	1.0	0.5	15.0	0.05
NL50	-0.25	2.5	1.0	0.0	15.0	0.05

APÊNDICE A. EXPERIMENTOS DO MODELO NÃO-LINEAR

Tabela A.4: Relação dos experimentos realizados com o modelo não-linear. ($\Delta y = 1.0$)

	velocidades		meandro inicial		tempo total	β
Experimento	$\bar{u}_1 = \bar{u}_3$	A	ω_m^2	d_m		
NL51	-0.25	2.0	1.0	0.0	15.0	0.05
NL52	-0.25	2.5	1.0	0.5	15.0	0.05
NL53	-0.25	1.5	1.0	0.0	15.0	0.05
NL54	-0.25	1.5	1.0	0.5	15.0	0.05
NL55	-0.15	2.0	1.0	0.0	15.0	0.0
NL56	-0.15	2.5	1.0	0.0	15.0	0.0
NL57	-0.15	2.0	1.0	0.5	15.0	0.0
NL58	-0.15	2.5	1.0	0.5	15.0	0.0
NL59	-0.15	3.0	1.0	0.5	15.0	0.0
NL60	-0.15	3.0	1.0	0.0	15.0	0.0
NL61	-0.15	1.5	1.0	0.5	15.0	0.0
NL62	-0.15	2.0	1.0	0.0	15.0	0.05
NL63	-0.15	2.5	1.0	0.0	15.0	0.05
NL64	-0.15	2.0	1.0	0.5	15.0	0.05
NL65	-0.15	2.5	1.0	0.5	15.0	0.05
NL66	-0.15	3.0	1.0	0.5	15.0	0.05
NL67	-0.15	3.0	1.0	0.0	15.0	0.05
NL68	-0.15	1.5	1.0	0.5	15.0	0.05

APÊNDICE A. EXPERIMENTOS DO MODELO NÃO-LINEAR

Tabela A.5: Relação dos experimentos realizados com o modelo não-linear. ($\Delta y = 1.5$)

	velocidades		meandro inicial		tempo total	β
Experimento	$\bar{u}_1 = \bar{u}_3$	A	freq.	dist.		
NL69	0.1	4.0	2.0	0.5	20.0	0.0
NL70	0.1	4.0	1.0	0.5	21.0	0.0
NL71	0.1	4.0	3.0	0.0	30.0	0.0
NL72	0.1	4.0	1.0	0.0	20.0	0.0
NL73	0.1	4.0	2.5	0.0	30.0	0.0
NL74	0.1	4.0	3.0	0.5	12.0	0.0
NL75	0.1	4.0	2.0	0.5	30.0	0.05
NL76	0.1	4.0	1.0	0.5	30.0	0.05
NL77	0.1	4.0	3.0	0.0	30.0	0.05
NL78	0.1	4.0	2.5	0.5	30.0	0.05
NL79	0.1	2.0	1.0	0.0	30.0	0.05
NL80	-0.55	4.0	3.0	0.0	20.0	0.0
NL81	-0.55	3.0	1.0	0.0	20.0	0.0
NL82	-0.55	4.0	3.0	0.0	21.0	0.05
NL83	-0.15	3.0	1.0	0.0	20.0	0.05
NL84	-0.15	3.0	0.5	0.0	20.0	0.05

APÊNDICE A. EXPERIMENTOS DO MODELO NÃO-LINEAR

Tabela A.6: Relação dos experimentos realizados com o modelo não-linear. ($\Delta y = 0.5$)

	velocidades		meandro inicial		tempo total	β
Experimento	$\overline{u_1} = \overline{u_3}$	A	ω_m^2	d_m		
NL85	0.1	2.5	1.5	0.0	14.0	0.0
NL86	0.1	2.0	0.5	0.0	8.0	0.0
NL87	0.1	1.5	0.5	0.0	8.0	0.0
NL88	-0.1	0.8	0.5	0.0	10.0	0.0
NL89	0.1	1.0	0.0	0.0	19.0	0.0
NL90	-0.1	0.8	0.5	0.0	10.0	0.05

Apêndice B

Lista de Símbolos

Letras Romanas

A - Amplitude do meandro

$a_0, a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_3$ - Constantes das soluções das condições de contorno

b_1, b_2, b_3 - Constantes das soluções das condições de contorno

c_1, c_2, c_3 - Constantes das soluções das condições de contorno

c - Velocidade de fase de uma onda

c_g - Velocidade de grupo de uma onda

\bar{c} - Média da velocidade de fase de uma onda

D - Número total de partículas em cada frente de VP

D_n - Área entre a n -ésima frente de VP e a sua posição média

dl' - Segmento infinitesimal da frente

d_m - Distância do meandro ao continente

f - Parâmetro de Coriolis

G_+, G_- - Domínio e imagem da Função de Green

g - Aceleração da gravidade

g' - Gravidade reduzida

H - Profundidade total de uma bacia oceânica

H_{at} - Espessura média da camada ativa

h_e - Espessura de termoclina no extremo leste de uma bacia oceânica

h_w - Espessura de termoclina no extremo oeste de uma bacia oceânica

APÊNDICE B. LISTA DE SÍMBOLOS

i e j - Posições dos pontos de grade

\vec{i}' - Vetor unitário na direção x'

k - Número de onda

K_0 - Função de Bessel Modificada de ordem zero

K_1 - Função de Bessel Modificada de ordem um

k_{inf} - Menor valor de número de onda de uma onda instável

k_{max} - Valor de número de onda no qual a taxa de crescimento é máxima

k_{sup} - Maior valor de número de onda instável de uma onda instável

m - Número de parcelas de fluido em cada frente de VP

n - índice das frentes de VP

\vec{n}' - Vetor unitário perpendicular à um segmento infinitesimal da frente

P - Número total de frentes de VP

Q - Campo estacionário de VP

q - Vorticidade potencial

\bar{q} - Vorticidade potencial associada às posições retilíneas das frente de VP

q' - Vorticidade potencial perturbada

q_o - VP da Região mais ao sul do modelo

q_β - Campo de VP associado à VP planetária

R_d - Raio de deformação interno de Rossby

t - Tempo

T_1 - Transporte vertical total em uma dada latitude

T_E - Transporte de Ekman

T_g - Transporte geostrófico

T_V - Transporte zonal de volume líquido por unidade de comprimento

U - Velocidade horizontal no centro do jato

u - Componente zonal da velocidade geostrófica

u' - Componente zonal da velocidade geostrófica perturbada

\bar{u} - Velocidade geostrófica zonal não perturbada

\bar{u}_{SF} - Velocidade zonal sobre a frente na camada inferior

V - Transporte de massa

v - Componente meridional da velocidade geostrófica

APÊNDICE B. LISTA DE SÍMBOLOS

v' - Componente meridional da velocidade geostrófica perturbada

\bar{v} - Velocidade geostrófica meridional não perturbada

x, y, z - Coordenadas zonal, meridional e vertical do sistema octogonal

(x', y') - coordenadas genéricas dos pontos sobre as frentes de VP

y_n - Posição média das frentes de VP

\bar{x}_1, \bar{x}_3 - distâncias entre as frentes externas de VP e o contorno oeste do modelo

$\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3$ - Latitudes médias das frentes na contorno oeste

Letras Gregas

β - Parâmetro de Rossby

Δl - distância entre dois pontos de grade

$\Delta^* x$ - distância horizontal entre dois pontos de grade

$\Delta^* y$ - distância vertical entre dois pontos de grade

Δ_n - Salto de VP através da n-ésima frente

$\Delta \rho$ - Diferença de densidade entre as duas camadas

Δy - Distância meridional entre as posições médias das frentes externas e central no interior do oceano

λ - Comprimento de uma onda

λ_{max} - Comprimento de onda da onda mais instável

η - Amplitudes das perturbações

η_n - as amplitudes das perturbações na n-ésima frente de VP

ω_m^2 - Largura do meandro

ρ - Densidade da água do mar

ρ_1 - Densidade da camada ativa

ρ_2 - Densidade da camada infinitamente profunda

σ - Taxa de crescimento das ondas

σ_{max} - Taxa máxima de crescimento das ondas

$\vec{\tau}$ - vetor tensão de cisalhamento do vento

ψ - Função de corrente geostrófica

$\bar{\psi}$ - Função de corrente retilínea das frentes

ψ' - Função de corrente geostrófica relativa ao estado perturbado

APÊNDICE B. LISTA DE SÍMBOLOS

ψ_β - Função de corrente “beta”

Ψ - Campo estacionário da função de corrente geostrófica

ω - Frequência das ondas