

**André Campos Kersten Schmidt**

# **Interação Margem Continental, Vórtices e Jatos Geofísicos**

Tese apresentada ao Instituto Oceanográfico da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências, área de Oceanografia Física.

Orientador:

Prof. Dr. Ilson Carlos Almeida da Silveira

**São Paulo**

**2004**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO OCEANOGRÁFICO**

**Interação Margem Continental, Vórtices e Jatos Geofísicos**

André Campos Kersten Schmidt

Tese de doutorado apresentada ao Instituto Oceanográfico da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Ciências, área de Oceanografia Física.

APROVADA EM            /            /            POR:

---

Prof. Dr. Ilson Carlos Almeida da Silveira  
Instituto Oceanográfico da Universidade de São Paulo

---

Prof. Dr. Belmiro Mendes de Castro Filho  
Instituto Oceanográfico da Universidade de São Paulo

---

Prof. Dr. Edmo José Dias Campos  
Instituto Oceanográfico da Universidade de São Paulo

---

Prof. Dr. Tércio Ambrizzi  
Instituto de Astronomia e Geociências da Universidade de São Paulo

---

Prof. Dr. Afonso de Moraes Paiva  
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Dedico este trabalho ao amor da minha  
vida, minha esposa Larissa e a meus pais  
(Carlos e Neide)

# Sumário

<b>Agradecimentos</b>	<b>v</b>
<b>Resumo</b>	<b>vii</b>
<b>Abstract</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xvii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xviii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Correntes de Contorno Oeste e Vórtices . . . . .	1
1.2 Revisão de Literatura . . . . .	7
1.3 Objetivos . . . . .	11
<b>2 Dinâmica de Contornos</b>	<b>12</b>
2.1 Introdução . . . . .	12
2.2 Formalismo Matemático . . . . .	14
2.3 Dinâmica de Contorno Modificada . . . . .	19
2.4 Revisão de Trabalhos Anteriores . . . . .	21
<b>3 Interação Margem Continental-Vórtice</b>	<b>31</b>
3.1 Introdução . . . . .	31
3.2 Modelo Barotrópico . . . . .	33
3.2.1 Formulação . . . . .	33
3.2.2 Validação . . . . .	47

---

3.2.3	Experimentos Numéricos . . . . .	50
3.3	Modelo Híbrido . . . . .	96
3.3.1	Formulação . . . . .	96
3.3.2	Teoria Linear . . . . .	101
3.3.3	Experimentos Numéricos . . . . .	106
3.4	Abordagem barotrópica x híbrida . . . . .	125
<b>4</b>	<b>Interação Margem Continental-Jato Geofísico</b>	<b>128</b>
4.1	Introdução . . . . .	128
4.2	Geometria do Modelo . . . . .	129
4.3	Formulação do Modelo Híbrido . . . . .	130
4.4	Teoria Linear . . . . .	136
4.5	Experimentos Numéricos . . . . .	143
<b>5</b>	<b>Interação Margem Continental Curvilínea-Vórtice</b>	<b>156</b>
5.1	Introdução . . . . .	156
5.2	Geometria do Modelo . . . . .	157
5.3	Formulação . . . . .	158
5.4	Experimentos Numéricos . . . . .	165
<b>6</b>	<b>Sumário e Conclusões</b>	<b>182</b>
6.1	Síntese dos Resultados Obtidos . . . . .	182
6.1.1	Síntese da Interação Margem Continental-Vórtice . . . . .	183
6.1.2	Síntese da Interação Margem Continental-Jato Geofísico . . . . .	185
6.1.3	Síntese da Interação Margem Continental Curvilínea-Vórtice . . . . .	187
6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros . . . . .	188
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>189</b>

# Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer ao meu grande amigo e orientador Prof. Dr. Ilson Carlos Almeida da Silveira por ter aberto as portas da oceanografia para mim e ter me guiado durante todos estes anos. Foi através dele que tive a honra de conhecer uma das pessoas mais brilhantes e simples do meio acadêmico, o Prof. Dr. Glenn Flierl, com o qual tive o prazer de trabalhar. Gostaria de agradecer em especial ao Prof. Dr. Flierl pelas idéias, discussões e ensinamentos que contribuíram para a realização deste trabalho. Gostaria também de agradecer ao Prof. Dr. Yoshimine Ikeda, o qual tenho profundo carinho e admiração, que sempre me apoiou.

Gostaria também de agradecer a uma pessoa que me era distante, e que acabou se tornando um grande amigo, Cayo Prado, o qual tive o prazer de conhecer melhor nos meses finais de meu trabalho. Agradeço-o de coração pela ajuda, presteza e infundáveis discussões que tivemos sobre o meu trabalho. Agradeço também a Prof. Sueli, esta pessoa doce e amiga que conheci melhor nos últimos meses desta jornada.

Aos colegas do Laboratório de Dinâmica Ocêânica (LADO), gostaria de dizer que foi bom fazer parte desta família.

Durante estes anos que aqui estive colecionei tantos e grandes amigos, que não os citarei aqui, pois posso acabar esquecendo de algum. Também não precisaria pois eles realmente sabem quem eles são.

Gostaria de agradecer as meninas da biblioteca, que sempre me atenderam com carinho e prontidão.

Agradeço as Instituições de fomento, a Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). que através de seus programas de bolsas mantiveram-me

financeiramente durante o período de realização deste trabalho.

Por fim agradeço a pessoa que me conquistou e me enfeitiçou deste o primeiro momento em que a vi, a qual admiro muito, minha esposa Larissa.

# Resumo

A dinâmica da interação de Correntes de Contorno Oeste (CCO's) e seus vórtices e águas interiores à margem continental é explorada/investigada neste trabalho. Em particular, objetivou-se o estudo de como a interação entre águas oceânicas e costeiras ocorre, enfatizando a formação de estruturas vorticais bipolares decorrentes desta. O efeito da largura da plataforma, e por conseguinte, da proximidade da linha de costa ao limite oceânico da margem foi levantado. Trocas de massas de água entre a região costeira e oceânica ante configuração curvilíneas de costa e margem continental e instabilidades de cisalhamento horizontal foram examinadas. Para abordar estes tópicos, utilizou-se como arcabouço teórico o sistema quase-geostrófico em um oceano de camadas inercial, e como ferramenta, a técnica de Dinâmica de Contornos (DC).

O Capítulo 1 apresenta uma breve descrição das Correntes de Contorno Oeste, seus vórtices e suas interações com o ambiente, destacando a importância do conhecimento destas estruturas nos oceanos tanto do ponto de vista físico, químico e biológico.

O Capítulo 2 faz uma revisão da DC, apresentando o seu formalismo matemático e introduz os fundamentos da Dinâmica de Contornos Modificada (DCM), que será, em parte, desenvolvida e empregada nesta tese.

O Capítulo 3 aplica a DCM para estudar a interação de vórtices singulares anticiclônicos e ciclônicos com a frente de vorticidade associada à margem continental de orientação meridional retilínea, utilizando uma abordagem barotrópica e híbrida. A arquitetura dos modelos híbridos consiste em ineditamente permitir uma configuração barotrópica internamente à margem continental e  $1\frac{1}{2}$  – camadas no lado oceânico. Obtiveram-se expressões para as velocidades de fase e de grupo das ondas topográficas. Estas ondas propagam com velocidade de fase e de grupo para sul com a plataforma à sua direita. Na abordagem barotrópica, quando a plataforma é infinita a velocidade de grupo torna-se nula e a velocidade de fase máxima. As ondas topográficas que propagam energia dependem da largura da plataforma: quanto mais estreita a plataforma, menores são as velocidades de fase e de grupo. As velocidades de fase e de grupo são maiores no modelo barotrópico que no modelo híbrido. Os experimentos de DC demonstram que a largura da plataforma é um parâmetro importante na geração dos vórtices.

O Capítulo 4 aplica a **DCM**, na configuração híbrida, para estudar a interação de jatos geofísicos instáveis com a margem continental. Desenvolveram-se também cálculos de instabilidade linear e obtiveram-se velocidades de fase e taxas de crescimento das ondas instáveis em função da largura da plataforma e distância entre as frentes. Observou-se que as ondas instáveis propagam fase e grupo para norte com à plataforma a sua esquerda. Adicionalmente quanto mais estreita a plataforma, menores foram as velocidades de propagação das ondas instáveis e suas correspondentes taxas de crescimento. Bandas de ondas instáveis definidas, com limites de ondas curtas e longas foram obtidas para todos os escoamentos analisados. Os experimentos de **DC** mostraram que, independentemente da perturbação ser ciclônica ou anticiclônica, os vórtices topográficos formados são sempre anticiclônicos.

O Capítulo 5 consiste no desenvolvimento e implementação da **DCM** aplicada a configurações de fronteiras curvilíneas. Neste capítulo, utilizando o mapeamento conforme, estendeu-se a utilização da **DCM** a problemas anteriormente não tratáveis formalmente devido as condições de fronteiras não serem satisfeitas. Aplicou-se esta nova metodologia à interação de vórtices ciclônicos e anticiclônicos com a margem continental, utilizando uma abordagem barotrópica. Observou-se que as características dinâmicas como formação de dipolos, vórtices topográficos não são alteradas nesta nova configuração relativamente a uma costa meridionalmente orientada.

# Abstract

The dynamics of the interaction between the Western Boundary Current (**WBCs**) and its eddies and waters interior to the continental margin was explored/investigated in this work. In particular, this work aimed the study of the interaction between oceanic and coastal waters occurs with emphasis on the formation of vortical bipolar structures, resultant from these interactions. The effect of the continental shelf width, and therefore, of the proximity of the coastline to the oceanic limit of the margin has been explored. Water mass exchanges between the coastal and oceanic regions in regard to a curvilinear configuration of continental coast and margin as well as horizontal shear instabilities were also examined. To cover these topics, a quasi-geostrophic system in an ocean of inertial layers was used as theoretical framework and the Contour Dynamics (**CD**) technique was the tool employed.

Chapter 1 presents a brief description of the Western Boundary Currents, its eddies and their interaction with the surrounding environment, the importance of the knowledge of these structures in the ocean from a physical, biological and chemical perspectives.

In Chapter 2, a revision of the **CD** technique is presented covering its mathematical formalism and introducing the fundamentals of the Modified Contour Dynamics (**MDC**), which will be extended and used in this dissertation.

Chapter 3 applies the **MDC** to study the interaction of singular cyclonic and anticyclonic eddies with the vorticity front associated to the rectilinear meridionally oriented continental margin. This was done using a barotropic and a hybrid approach. The architecture of the hybrid model consisted of ineditly allowing a barotropic configuration internally to the continental margin, and a  $1 \frac{1}{2}$  – layer on the oceanic side. Expressions for the phase and group velocities for topographic waves were obtained. These waves propagated with phase and group velocities towards south with the shelf on their right. In the barotropic approach, when the shelf was infinite, the group velocity became null and the phase velocity reached its maximum. The topographic waves that propagates energy depend on the shelf width. The narrower the shelf, the smaller are the phase and group velocities. The phase and group velocities were greater in the barotropic model then in the hybrid model. The **CD** experiments showed that the shelf width is an important parameter in the eddy generation process.

Chapter 4 applies the **MCD** in the hybrid configuration to study the interaction of unstable geophysical **WBC's** with the continental margin. Linear instability estimates were developed. Phase velocities and growth rates for unstable waves in terms of the shelf width and distance between the vorticity fronts were obtained. It was observed that unstable waves propagated phase and group towards north with the shelf on their left. Additionally, the narrower the shelf, the smaller are the propagation velocities of the unstable waves and their corresponding growth rates. Bands of defined unstable waves, with short and long wave limits, were obtained for all the analyzed flow configuration. The **CD** experiments showed that regardless of the disturbance being cyclonic or anticyclonic, the topographic eddies formed were always anticyclonic.

Chapter 5 consists of the development and implementation of the **MCD** applied to the curvilinear ocean western border configurations. In this chapter, the application of conformal mapping with the usage of the **MCD** was extended to previously inaccessible theoretical problems due to the boundary conditions not being satisfied. This new methodology was applied to the interaction between cyclonic and anticyclonic eddies with the continental margin on a barotropic approach. The bulk dynamical characteristics of the model runs, such as the formation of dipoles, topographic eddies were not changed in this new configuration relatively to a meridionally oriented coast.

# Lista de Figuras

1.1	Representação esquemática dos Meandros e Vórtices da Corrente do Golfo. Baseada na interpretação de <i>Richardson</i> [1980]. . . . .	2
1.2	Representação esquemática dos Meandros e Vórtices da Corrente da Corrente das Agulhas. Baseada na interpretação de <i>de Ruijter et al.</i> [1999]. . . . .	3
1.3	Representação esquemática da Confluência Brasil-Malvinas seus Meandros e Vórtices. Baseada na interpretação de <i>Olson et al.</i> [1988]. . .	4
1.4	Seqüência de duas imagens da temperatura da superfície do mar (TSM - AVHRR) da costa Sudeste Brasileira: Painel superior, dia 18/04/02; painel inferior, dia 26/04/02 (Cortesia do Dr. João A. Lorenzetti (INPE)). . . . .	6
1.5	Desenho esquemático dos Meandros e Vórtices da Corrente do Brasil.	7
2.1	(a) Esquema ilustrativo de Dinâmica de Contornos e (b) Sistema de coordenadas naturais. . . . .	16
2.2	Algoritmo da Dinâmica de Contornos adaptado de <i>Silva</i> [2000]. . . .	18
2.3	(a) Método das imagens e (b) Fronteira Curvilínea. . . . .	19
3.1	Decomposição da velocidade da Corrente de Contorno Oeste (CCO), no estado básico mais anomalias. . . . .	32
3.2	Representação esquemática do sistema Vórtice-Margem Continental no plano horizontal. . . . .	34
3.3	Representação do sistema Vórtice-Margem Continental no plano $(xz)$ .	35

3.4	Representação do mecanismo responsável pela criação da anomalia de vorticidade relativa no plano- $xyz$ . . . . .	36
3.5	Representação esquemática da interação do vórtice anticiclônico com as anomalias de vorticidade relativa na presença da costa, para o hemisfério Norte. . . . .	38
3.6	Representação esquemática da interação do vórtice ciclônico com as anomalias de vorticidade relativa na presença da costa, para o hemisfério Norte. . . . .	38
3.7	Representação esquemática para aplicação da DCM. . . . .	41
3.8	Experimento de validação do Modelo. Evolução do sistema vórtice-margem continental, usando a Dinâmica de Contorno tradicional (gráficos da esquerda) e a Dinâmica de Contorno Modificada (gráficos da direita). . . . .	49
3.9	Velocidades zonais, meridionais e trajetórias do vórtice pontual, usando a Dinâmica de Contorno Tradicional e Modificada. . . . .	50
3.10	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 1, caso 1</b> da Tabela 3.2. . . . .	57
3.11	Campo de velocidade da frente topográfica do <b>experimento 1, caso 1</b> (Figura 3.10). . . . .	58
3.12	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 1, caso 2</b> da Tabela 3.2. . . . .	59
3.13	Campo de velocidade da frente de vorticidade topográfica do <b>experimento 1, caso 2</b> (Figura 3.12). . . . .	60
3.14	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 1, caso 3</b> da Tabela 3.2. . . . .	61
3.15	Campo de velocidade da frente de vorticidade topográfica do <b>experimento 1, caso 3</b> (Figura 3.14). . . . .	62

3.16	Trajatória do vórtice anticiclônico do <b>experimento 1</b> , para os <b>casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	63
3.17	Transporte de volume através da Margem Continental para o <b>experimento 1, casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	63
3.18	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 2, caso 1</b> da Tabela 3.2. . . . .	66
3.19	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 2, caso 2</b> da Tabela 3.2. . . . .	67
3.20	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 2, caso 3</b> da Tabela 3.2. . . . .	68
3.21	Trajatória do vórtice anticiclônico do <b>experimento 2</b> , para os <b>casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	69
3.22	Transporte de volume através da Margem Continental para o <b>experimento 2</b> , para os <b>casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	69
3.23	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 3, caso 1</b> da Tabela 3.2. . . . .	72
3.24	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 3, caso 2</b> da Tabela 3.2. . . . .	73
3.25	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 3, caso 3</b> da Tabela 3.2. . . . .	74
3.26	Trajatória do vórtice anticiclônico do <b>experimento 3</b> , para os <b>casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	75
3.27	Transporte de volume através da Margem Continental para o <b>experimento 3, casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	75

3.28	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 4, caso 2</b> da Tabela 3.2. . . . .	76
3.29	Trajetória do vórtice anticiclônico do <b>experimento 4</b> , para os <b>casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	77
3.30	Transporte de volume através da Margem Continental para o <b>experimento 4, casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	77
3.31	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 5, caso 1</b> da Tabela 5.1. . . . .	81
3.32	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 5, caso 2</b> da Tabela 5.1. . . . .	82
3.33	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 5, caso 3</b> da Tabela 5.1. . . . .	83
3.34	Trajetória do vórtice ciclônico do <b>experimento 5</b> , para os <b>casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	84
3.35	Transporte de volume através da Margem Continental, para o <b>experimento 5, casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	84
3.36	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 6, caso 1</b> da Tabela 5.1. . . . .	87
3.37	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 6, caso 2</b> da Tabela 5.1. . . . .	88
3.38	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 6, caso 3</b> da Tabela 5.1. . . . .	89
3.39	Trajetória do vórtice ciclônico do <b>experimento 6</b> , para os <b>casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	90
3.40	Transporte de volume através da Margem Continental, para o <b>experimento 6, casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	90

3.41	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 7, caso 1</b> da Tabela 5.1. . . . .	92
3.42	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 7, caso 2</b> da Tabela 5.1. . . . .	93
3.43	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 7, caso 3</b> da Tabela 5.1. . . . .	94
3.44	Trajetória do vórtice ciclônico do <b>experimento 7</b> , para os <b>casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	95
3.45	Transporte de volume através da Margem Continental para o <b>experimento 7, casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	95
3.46	Representação do sistema Vórtice-Margem Continental no plano- $xz$ . . . . .	96
3.47	(a) Relação de Dispersão, (b) velocidade de fase e (c) velocidade de grupo para $x_t = 1/4$ (-); $x_t = 1/2$ (-); $x_t = 3/4$ (-); $x_t = 1; 0$ (-); $x_t = 5/4$ (-) e $x_t \rightarrow \infty$ (-) com o salto de <b>VP</b> $\Delta = 1$ para os modelos barotrópico, híbrido e 11/2- Camadas. . . . .	105
3.48	Campo de velocidade induzido pelo vórtice singular a uma distância $x_v - x_t = .5$ da frente de vorticidade. <b>(A)</b> Modelo barotrópico sem costa. <b>(B)</b> Modelo Híbrido sem costa. <b>(C)</b> Modelo barotrópico com costa. <b>(D)</b> Modelo Híbrido com costa. . . . .	109
3.49	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 1, caso 1</b> da Tabela 5.3. . . . .	111
3.50	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 1, caso 2</b> da Tabela 5.3. . . . .	112
3.51	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 1, caso 3</b> da Tabela 5.3. . . . .	113

3.52	Trajatória do vórtice anticiclônico do <b>experimento 1</b> , para os <b>casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	114
3.53	Transporte de volume através da Margem Continental, para o <b>experimento 1, casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	114
3.54	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 3, caso 1</b> da Tabela 5.3. . . . .	116
3.55	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 3, caso 2</b> da Tabela 5.3. . . . .	117
3.56	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 3, caso 3</b> da Tabela 5.3. . . . .	118
3.57	Trajatória do vórtice anticiclônico do <b>experimento 3</b> , para os <b>casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	119
3.58	Transporte de volume através da Margem Continental, para o <b>experimento 3, casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	119
3.59	Trajatória do vórtice anticiclônico do <b>experimento 4</b> , para os <b>casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	120
3.60	Transporte de volume através da Margem Continental, para o <b>experimento 4, casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	120
3.61	Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, <b>experimento 7, caso 1</b> da Tabela 5.4. . . . .	123
3.62	Trajatória do vórtice ciclônico do <b>experimento 7</b> , para os <b>casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	124
3.63	Transporte de volume através da Margem Continental, para o <b>experimento 7, casos 1, 2 e 3</b> . . . . .	124
4.1	Sistema margem continental-jato geofísico no plano- $(xy)$ . . . . .	129
4.2	Representação do sistema margem continental-Jato geofísico no plano- $(xyz)$ . . . . .	130

4.3	Perfiz zonais do escoamento básico. . . . .	133
4.4	Representação das áreas das Anomalias. . . . .	134
4.5	Diagramas de instabilidade linear para o modelo híbrido com a distância entre as frentes e a velocidade na segunda frente mantidas fixas e iguais a 1, 0. (a) Velocidade de fase e (b) razão de crescimento, em função da largura da plataforma. . . . .	141
4.6	Diagramas de instabilidade linear para o modelo híbrido com a largura da plataforma e a velocidade na segunda frente mantidas fixas e iguais a 0, 5 e 1, 0. (a) Velocidade de fase e (b) razão de crescimento, em função da distância entre as frentes. . . . .	142
4.7	Evolução temporal das frentes de vorticidades associadas a margem continental e jato geofísico, <b>experimento 1, caso 3</b> da tabela 4.2. . . .	147
4.8	Evolução temporal das frentes de vorticidades associadas a margem continental e jato geofísico, <b>experimento 2, caso 1</b> da tabela 4.2. . . .	148
4.9	Evolução temporal das frentes de vorticidades associadas a margem continental e jato geofísico, <b>experimento 2, caso 3</b> da tabela 4.2. . . .	149
4.10	Evolução temporal das frentes de vorticidades associadas a margem continental e jato geofísico, <b>experimento 5, caso 2</b> da tabela 4.2. . . .	153
4.11	Evolução temporal das frentes de vorticidades associadas a margem continental e jato geofísico, <b>experimento 6, caso 2</b> da tabela 4.2. . . .	154
4.12	Evolução temporal das frentes de vorticidades associadas a margem continental e jato geofísico, <b>experimento 6, caso 2</b> da tabela 4.2. . . .	155
5.1	Ilustração Esquemática da Interação Margem Continental-Vórtice Singular na Presença da Costa. . . . .	157
5.2	Figura Esquemática da Transformação Conforme. . . . .	160
5.3	Evolução temporal da frente e do vórtice singular anticiclônico do <b>Exp2-1-<math>\alpha_1</math></b> sobreposto ao campo de velocidade total. . . . .	169
5.4	Evolução temporal da frente e do vórtice singular ciclônico <b>Exp2-1-<math>\alpha_2</math></b> sobreposto ao campo de velocidade total. . . . .	170

---

5.5	Trajatória do Vórtice singular anticiclônico para o <b>experimento 2, casos 1 e 2, <math>\alpha_1</math></b> . . . . .	171
5.6	Trajatória do Vórtice singular anticiclônico para o <b>experimento 2, casos 1 e 2, <math>\alpha_2</math></b> . . . . .	171
5.7	Evolução temporal da frente e do vórtice singular ciclônico <b>Exp1-1-<math>\alpha_2</math></b> sobreposto ao campo de velocidade total. . . . .	172
5.8	Trajatória do Vórtice singular anticiclônico para o <b>experimento 1, casos 1 e 2, <math>\alpha_2</math></b> . . . . .	173
5.9	Evolução temporal da frente e do vórtice singular ciclônico <b>Exp1-2-<math>\alpha_1</math></b> sobreposto ao campo de velocidade total. . . . .	177
5.10	Evolução temporal da frente e do vórtice singular ciclônico <b>Exp2-2-<math>\alpha_1</math></b> sobreposto ao campo de velocidade total. . . . .	178
5.11	Evolução temporal da frente e do vórtice singular ciclônico <b>Exp4-2-<math>\alpha_1</math></b> sobreposto ao campo de velocidade total. . . . .	179
5.12	Trajatória do Vórtice singular anticiclônico para o <b>experimento 1, casos 1 e 2, <math>\alpha_1</math></b> . . . . .	180
5.13	Trajatória do Vórtice singular anticiclônico para o <b>experimento 2, casos 1 e 2, <math>\alpha_1</math></b> . . . . .	180
5.14	Trajatória do Vórtice singular anticiclônico para o <b>experimento 4, casos 1 e 2, <math>\alpha_1</math></b> . . . . .	181

# Lista de Tabelas

3.1	Escalas do Modelo . . . . .	39
3.2	Modelo Barotrópico . . . . .	53
3.3	Modelo Barotrópico . . . . .	80
3.4	Modelo Híbrido . . . . .	107
3.5	Modelo Híbrido . . . . .	122
4.1	Escalas do Modelo . . . . .	132
4.2	Modelo Híbrido . . . . .	146
4.3	Modelo Híbrido . . . . .	152
5.1	Modelo Barotrópico . . . . .	167
5.2	Modelo Barotrópico . . . . .	168
5.3	Modelo Barotrópico . . . . .	175
5.4	Modelo Barotrópico . . . . .	176

# Capítulo 1

## Introdução

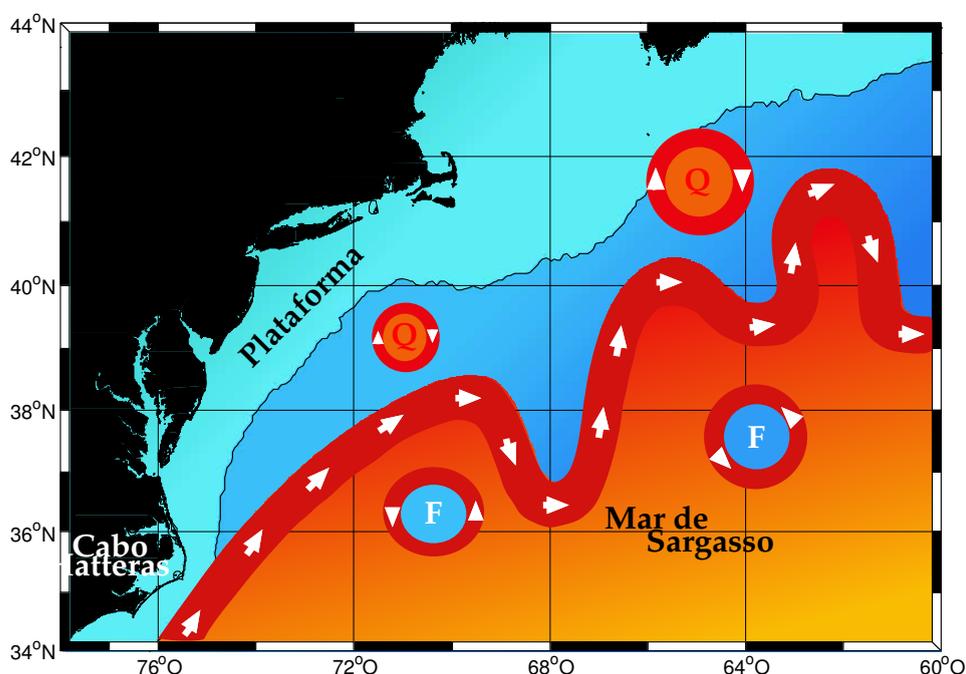
### 1.1 Correntes de Contorno Oeste e Vórtices

Fluidos geofísicos em movimento apresentam estruturas vorticiais intensas e localizadas que perduram por vários períodos de rotação ambiente, até mesmo em regimes de fluxos turbulentos. Um clássico exemplo de tal fenômeno é a grande mancha vermelha de Júpiter, que persiste ainda hoje, trezentos anos depois de sua primeira observação [*Flierl, 1987*].

Estas estruturas vorticiais apresentam como características principais: movimento laminar em rápida rotação, inerente não-linearidade e grande longevidade. São comumente baroclínicas, e possuem a propriedade de se opor as flutuações presentes em escoamentos reais (e turbulentos). Como consequência essas estruturas tendem a aprisionar e advectar parcelas de fluido por grandes distâncias (comparadas a seu tamanho).

Nos oceanos, tais estruturas vorticiais são observadas principalmente nas intensas e estreitas Correntes de Contorno Oeste (CCO's). Estas correntes são caracterizadas por grande variabilidade espacial e temporal. A Corrente do Golfo (CG), Figura 1.1, ao se afastar da costa leste da América do Norte, em Cabo Hatteras, desenvolve estruturas vorticiais (conhecidas como meandros) com amplitude e comprimento de onda médios de 200 e 330 km respectivamente e que se propagam a uma taxa média de 8 km/dia. Tais estruturas ao se desprenderem do eixo principal

da corrente recebem a denominação de anéis (ou vórtices). A CG forma tanto anéis de núcleo frio (ciclônicos) como de núcleo quente (anticiclônicos). Estes anéis são responsáveis pela interação e troca de propriedades dinâmicas e termodinâmicas entre as águas do talude continental e do mar de Sargasso e vice-versa. Os anéis de centro frio (ciclônicos) são formados provavelmente a uma taxa de 5 – 8 por ano [Fuglister e Beardsley, 1972] e possuem velocidade de translação da ordem  $1 \text{ m s}^{-1}$  [Kamenkovich et al., 1986]. Tais estruturas desempenham um papel dinâmico importante na circulação do oceano Atlântico Norte Ocidental nas cercanias da CG [Mied e Lindemann, 1979].



**Figura 1.1:** Representação esquemática dos Meandros e Vórtices da Corrente do Golfo. Baseada na interpretação de Richardson [1980].

Embora a CG, apresente grande atividade vortical na região mais afastada da costa, isto não significa que seus vórtices não interajam com a margem Continental. Brown et al. [1986], baseados em observações de satélite sugerem que as interações dos vórtices com a margem continental desempenham um importante papel na evolução dos anéis da CG.

Outro exemplo importante de atividade vortical são os vórtices de núcleo quente

da Corrente das Agulhas (CA), os quais são considerados os mais energéticos dentre as CCO's. Estes desempenham papel fundamental nos processos inter-oceânicos entre o Índico e o Atlântico. Segundo *Kamenkovich et al.* [1996], os vórtices de núcleo quente são formados a uma taxa de 6 por ano, através do desprendimento de estruturas vorticais da CA na região de retroflexão (Figura 1.2) e apresentam como características típicas escala horizontal de centenas de quilômetros, velocidade de propagação para oeste variando entre 5 e 10 km/dia e transporte de massa, calor e sal de aproximadamente,  $0,5 - 3 \text{ Sv}$ ,  $0,01 \text{ Pw}^1$  e  $0,4 \cdot 10^6 \text{ kg s}^{-1}$ , respectivamente.



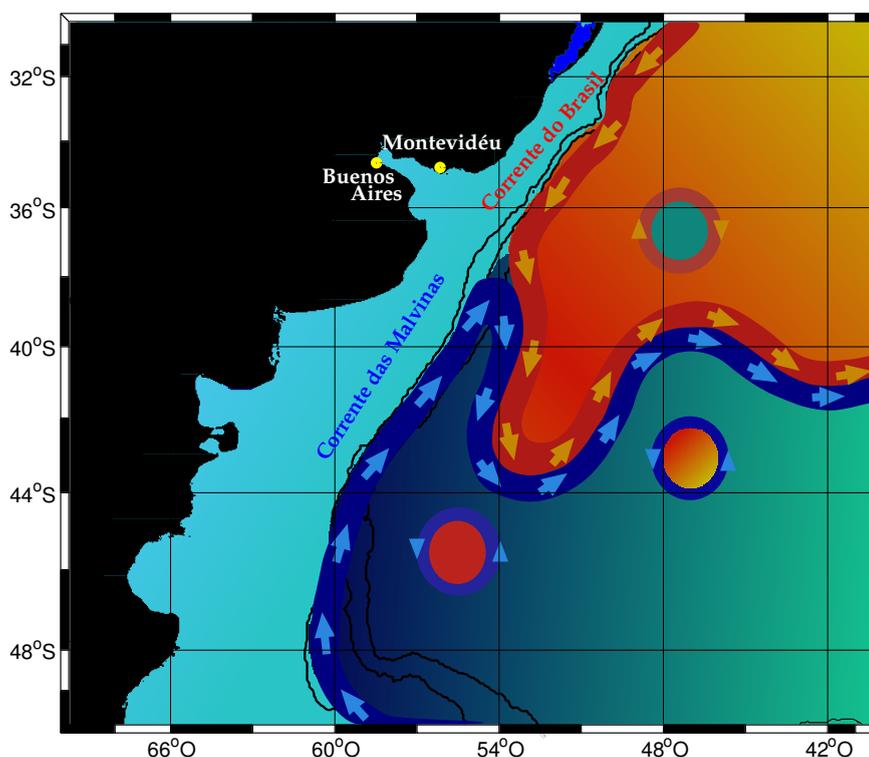
**Figura 1.2:** Representação esquemática dos Meandros e Vórtices da Corrente da Corrente das Agulhas. Baseada na interpretação de *de Ruijter et al.* [1999].

Alguns destes vórtices podem ser encontrados a oeste da cadeia Meso-Atlântica, tendo uma vida média de 2 a 3 anos. É provável que estes vórtices ao transferirem calor, momento, sal e vorticidade do oceano Índico para o Giro Subtropical do Atlântico Sul venham a desempenhar substancial influência na circulação do Atlântico Sul. Segundo *de Ruijter et al.* [1999], vários vórtices das Agulhas foram observados atravessando o Atlântico na direção da América do Sul desaparecendo do sinal altimétrico a apenas algumas centenas de quilômetros da costa brasileira. A razão de tal fato é desconhecida, mas é provável que de alguma forma, estes interajam

<sup>1</sup>  $1 \text{ Pw} = 10^{15} \text{ w}$

com a **CB** transferindo a esta um subto pulso de transporte, o qual pode-se propagar com a corrente e vir a interferir no processo de interação dos giros na área da confluência Brasil-Malvinas.

No Oceano Atlântico Sul, a Corrente do Brasil (**CB**) retroflete em torno de 36°S-38°S quando se encontra com a subpolar Corrente das Malvinas (**CM**). Neste processo a frente **CB-CM** pulsa com um frequência de 30-60 dias e desenvolve ondas de 300-400 km de comprimento [Olson *et al.*, 1988]. O lóbulo da retroflexão da **CB** eventualmente se alonga e emite anéis de núcleo quente no giro subpolar, enquanto anéis de núcleo frio são normalmente emitidos de meandros ciclônicos subsequentes presentes no padrão de ondas espacialmente amortecidas que configuram a retroflexão.



**Figura 1.3:** Representação esquemática da Confluência Brasil-Malvinas seus Meandros e Vórtices. Baseada na interpretação de Olson *et al.* [1988].

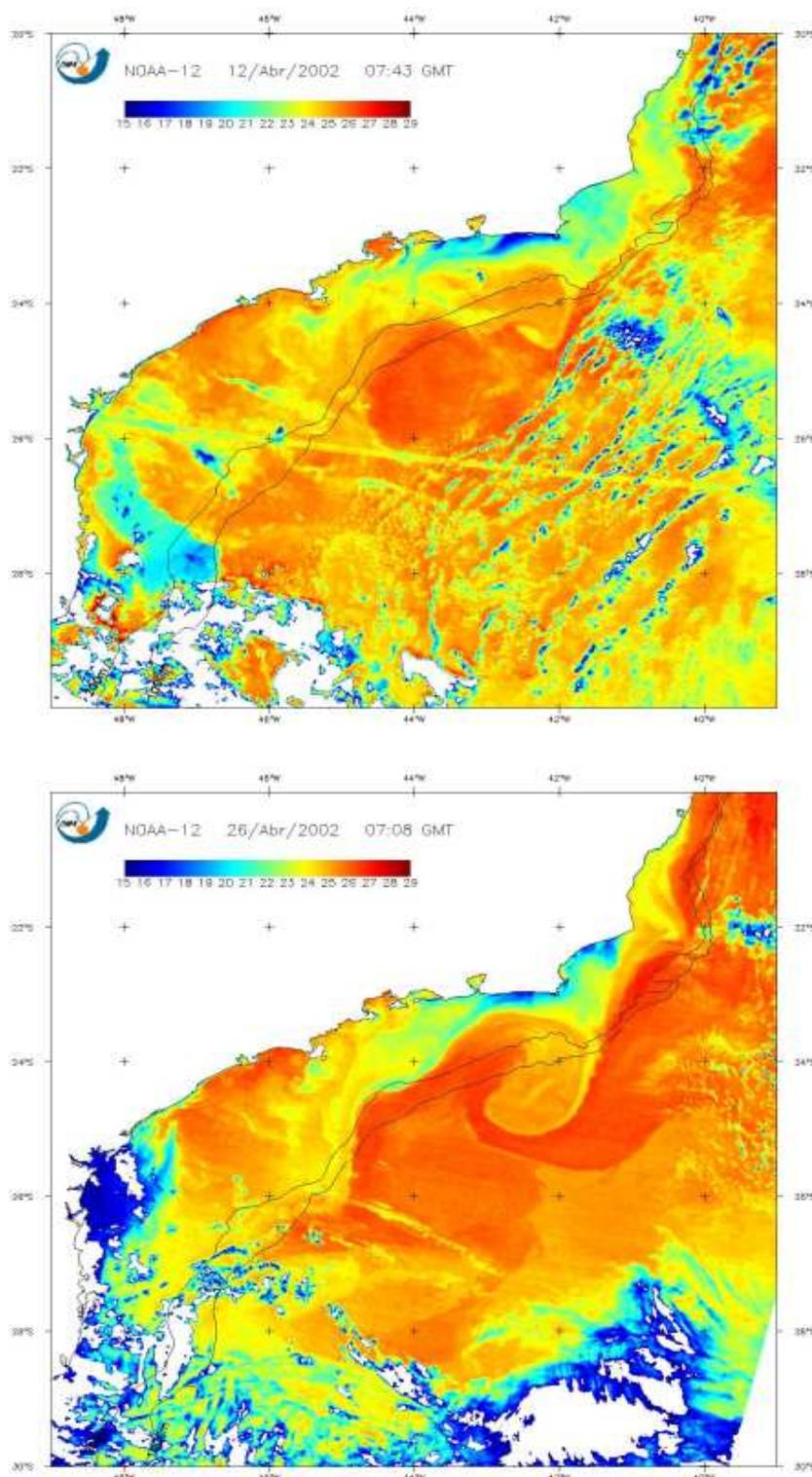
Visto que os fenômenos de meso-escala descritos estão associados principalmente às CCO's e que os mesmos constituem um dos processos físicos mais energéticos dos oceanos, faz-se necessário um melhor conhecimento de sua física, tal

como de suas interações com sua circunvizinhança (topografia, cânions, correntes, etc.), para que possamos obter um melhor entendimento da dinâmica oceânica a nível local, regional e mesmo global. Estas estruturas, além de transportarem através dos oceanos propriedades físicas (momento e vorticidade) e termodinâmicas (calor), também transportam propriedades químicas (sal, nutrientes, etc.) e biológicas, as quais exercem importante papel no desenvolvimento dos ecossistemas marinhos.

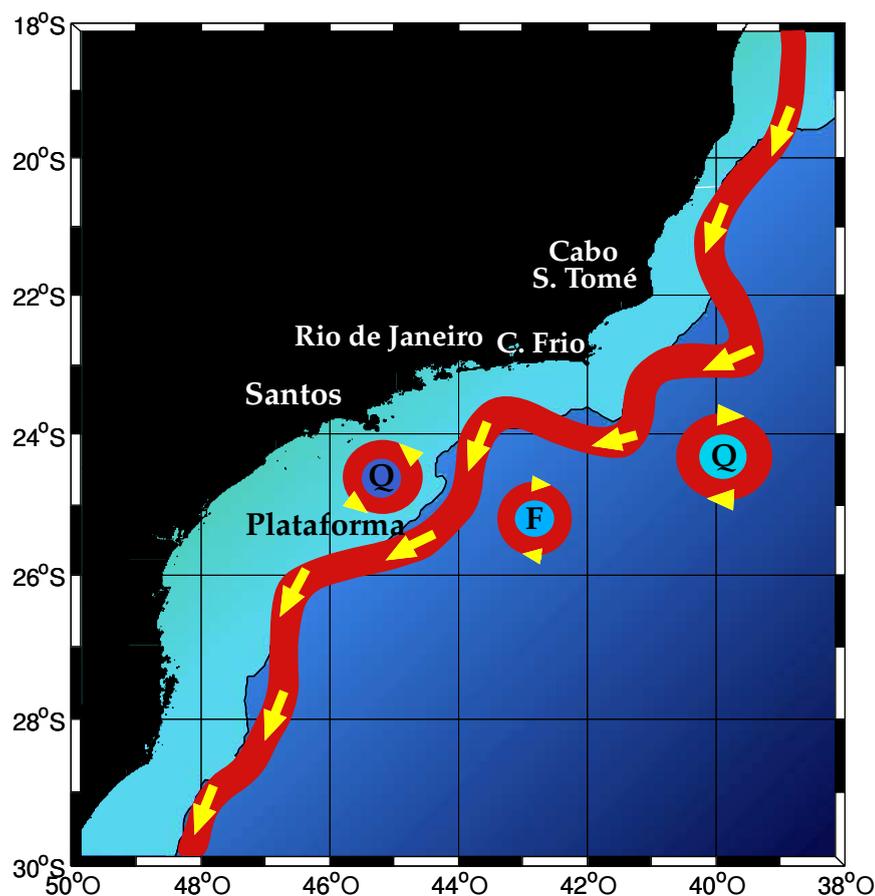
Os vórtices representam mecanismo fundamental na troca de propriedades entre as zonas costeiras e oceânicas, onde as **CCO's** fluem adjacentes a costa continental, atuando como barreiras para o processo de mistura entre as diferentes massas de água que constituem as águas da plataforma e do oceano aberto.

Embora as estruturas citadas desempenhem importante papel na circulação geral dos oceanos, a motivação para este trabalho é local e advém **CB**. Embora descrita na literatura como uma corrente fraca relativamente à **CG**, sua análoga no hemisfério norte, a **CB** apresenta grande atividade vortical no seu caminho ao largo da margem continental sul-americana. De acordo com *Silveira et al.* [2000], a **CB** apresenta estruturas vorticais ciclônicas e anticiclônicas em torno das regiões do Cabo de São Tomé e Cabo Frio. Mais ao sul na bacia de Santos ocorre a formação de pares vorticais (forma de cogumelo) consistindo de dois vórtices de sinais opostos, os quais são menores em tamanho que as estruturas de São Tomé e Cabo Frio e aparentemente não se desprendem do eixo principal da corrente. Não existe na literatura informação disponível sobre a frequência de formação e velocidade de propagação destas estruturas vorticais. A seqüência de imagens de Satélite (**AVHRR**), Figura 1.4, ilustra a formação de vórtices nos entornos de Cabo Frio. *Campos* [1995] atribui como causa da grande atividade vortical da **CB** a mudança de orientação da costa e o gradiente de topografia de fundo (plataforma estreita e abrupta ao norte de Cabo Frio, mais extensa e suave na Bacia de Santos). Outro ponto interessante referente a **CB**, levantado por *Campos et al.* [1995], é o papel desempenhado pelas estruturas vorticais ciclônicas da **CB** na indução da “ressurgência de quebra de plataforma”. Tal mecanismo facilitaria a penetração da Água Central do Atlântico Sul (**ACAS**) nas regiões internas da plataforma favorecendo a produtividade local.

Visto que as **CCO's** ao fluírem ao largo das costas continentais interagem com a



**Figura 1.4:** Seqüência de duas imagens da temperatura da superfície do mar (TSM - AVHRR) da costa Sudeste Brasileira: Painel superior, dia 18/04/02; painel inferior, dia 26/04/02 (Cortesia do Dr. João A. Lorenzetti (INPE)).



**Figura 1.5:** Desenho esquemático dos Meandros e Vórtices da Corrente do Brasil.

margem continental, estas desencadeiam processos importantes na dinâmica local e o estudo desta interação faz-se essencial. Embora os aspectos dinâmicos de vórtices isolados tenham sido bastante estudados (evolução, propagação, etc.), pouco se conhece da física destes quando em interação com o ambiente adjacente (correntes, topografia, etc.).

## 1.2 Revisão de Literatura

Apresentaremos nesta seção os resultados de trabalhos prévios que exploraram aspectos importantes e/ou semelhantes aos que serão aqui considerados, referentes à investigação da interação de vórtices com a topografia e/ou CCO's. A ênfase dos trabalhos resumidos a seguir são em modelagem processual numérica e experimen-

tos de laboratório com mesas girantes.

### 1. Interação de vórtices com a topografia:

- *Smith e Obrien* [1983] investigaram a dinâmica de vórtices ciclônicos e anticiclônicos, interagindo com o aclave topográfico, utilizando um modelo numérico de equações primitivas de duas camadas. Estes autores mostraram que vórtices anticiclônicos e ciclônicos apresentam importantes diferenças ao interagirem com uma topografia suave na camada inferior. O anticiclone (cyclone) tende a mover-se no sentido descendente (ascendente) devido a influência da auto-advecção não-linear associada ao efeito  $\beta$  (planetário ou topográfico).
- *Grimshaw et al.* [1994c] investigaram a evolução de um vórtice no plano- $f$  sobre a quebra de plataforma, do ponto de vista teórico e numérico, utilizando um modelo não-divergente barotrópico. Os autores concluem que o vórtice dispersa rapidamente em ondas topográficas na presença de intenso aclave. Na presença de suave aclave, vórtices ciclônicos (anticiclônicos) deslocam-se através (para longe) da topografia por auto-advecção.
- *Kamenkovich et al.* [1996] investigaram a dinâmica de vórtices anticiclônicos interagindo com uma cordilheira meridional, utilizando um modelo numérico de equações primitivas de duas camadas. Seus principais resultados mostraram que: vórtices com significativo cisalhamento vertical atravessavam a topografia, enquanto vórtices barotrópicos e quase-barotrópicos não. Vórtices ao atravessar a topografia tornam-se mais baroclínicos e diminuem sua velocidade de propagação.
- *LaCasce* [1998] investigou a evolução de vórtices ciclônicos baroclínicos sobre a quebra de plataforma (aclive topográfico), utilizando um modelo de duas camadas quase-geostrófico no plano -  $f$ . Esse autor conclui que vórtices com escoamentos profundos, ao interagirem com a topografia, enfraquecem o escoamento na porção superficial. A auto-indução de vórtices sobre a topografia ocorre somente quando o vórtice é maior que a

escala de deformação, primordialmente barotrópico e a topografia é suave. Este autor ainda aponta que a translação do vórtice para noroeste só se aplica a topografias suaves. Outro ponto interessante é que a aniquilação de vórtices sobre a topografia, vista em simulações barotrópicas como de *Grimshaw et al.* [1994c], não ocorre em suas simulações. Este atribui tal diferença a baroclinicidade e a estrutura vertical das ondas topográficas.

- *Sanson et al.* [1999a] investigaram a interação de vórtices barotrópicos com uma topografia em forma de degrau no plano  $-\beta$ , através de experimentos de laboratório e simulações numéricas. Ciclones (anticiclones), ao aproximarem-se do degrau ascendente (descendente), formaram um dipolo com as águas que encontravam-se sobre a topografia e acabam afastando-se da mesma. Os autores denominaram este efeito de “reflexão de vórtice”. A reflexão de vórtice é intensificada aumentando-se a altura do degrau e/ou diminuindo-se a intensidade do vórtice.
- *Sanson e van Heijst* [2000] através de experimentos de laboratório e simulações numéricas, investigaram a interação de vórtices barotrópicos no plano  $-\beta$  com a topografia costeira. Os experimentos e simulações revelaram que vórtices ciclônicos ao moverem-se na direção noroeste no plano  $-\beta$  interagem com a topografia (linear) e alteram a direção de propagação para sudoeste devido ao intenso efeito  $\beta$  imposto pela topografia costeira. Uma intensa corrente meandrante fluindo na direção nordeste é criada quando o vórtice escala a topografia. Essa corrente meandrante, por sua vez, forma novos vórtices ciclônicos. Vórtices anticiclônicos (simulação numérica) propagando-se na direção sudoeste ao se aproximarem da topografia formam um dipolo que se propaga na direção leste, afastando-se da topografia.
- *Sanson* [2002] investigou a evolução de vórtices barotrópicos no plano  $-f$  interagindo com uma feição topográfica similar a uma cordilheira. Este estudo foi realizado através de experimentos de laboratório (tanque rotatório) e simulações numéricas (modelo quase-bidimensional). Dois cená-

rios são explorados. No primeiro caso interações fracas, as quais ocorrem quando o vórtice encontra-se distante da feição topográfica. Neste cenário o vórtice ciclônico move-se na direção noroeste (similar ao efeito  $\beta$ ) e preserva sua forma circular. O segundo caso, interações fortes, ocorre quando o núcleo do vórtice alcança a feição topográfica. Neste cenário, o vórtice ciclônico escala a topografia e atravessa, sendo intensamente deformado e vários filamentos são produzidos até o vórtice ser dissipado pelos efeitos viscosos.

- *Jacob et al.* [2002] investigaram a interação de vórtices com a topografia no plano  $\beta$  de forma analítica e numérica. Os autores concluíram que além da orientação e magnitude da inclinação da topográfica, a propagação do vórtice também depende fortemente do grau de sua barotropicidade. A combinação dos efeitos  $\beta$  planetário e topográfico altera a propagação do vórtice dependendo de sua relativa intensidade e orientação. O decaimento do vórtice é principalmente devido a dispersão de ondas planetárias.

Embora os trabalhos supracitados enfoquem a interação de vórtices com a topografia, estes concentram-se basicamente nos efeitos gerados pela topografia na dinâmica do vórtice (trajetória, propagação, decaimento, etc). Embora em alguns destes trabalhos a costa se faça presente, como é o caso de *Grimshaw et al.* [1994c], nenhuma explicação ou indagação é levantada sobre qual seria o efeito desta neste fenômeno. Estes também não abordam as trocas de propriedades dinâmicas que ocorrem entre a margem continental e o oceano aberto neste processo de interação e que são de suma importância, tanto do ponto de vista físico como biológico. Adicionalmente, a maioria listada usa modelos processuais numéricos ou experimentos nos quais se torna difícil o aprofundamento do cerne da física do problema. Uma forma de abordar esta limitação é a construção de modelos analíticos ou semi-analíticos que isolem o mecanismo de interesse ao preço de um maior grau de idealização do sistema de correntes, geometria e batimetria, e portanto, condições de contorno. A técnica de Dinâmica de Contornos (DC), a ser revista no Capítulo 2, é um dos métodos que

vialibilizam esta abordagem.

## 1.3 Objetivos

O objetivo central deste trabalho é investigar, de forma semi-teórica, a interação de jatos geofísicos e suas estruturas vorticais com a margem continental num oceano inercial quase-geostrófico no plano  $-f$ . Fazendo uso da técnica de Dinâmica de Contornos, construímos uma hierarquia de modelos, que embora idealizados, retém os aspectos físicos fundamentais da dinâmica do processo de interesse.

Os objetivos específicos são:

1. Investigar a interação de vórtices com a margem continental, preservando as estruturas dinâmicas da região costeira (dominantemente barotrópica) internamente à quebra de plataforma, e da região oceânica (dominantemente baroclínica).
2. Investigar a interação de correntes de contorno oeste e a margem continental, tal como o papel da instabilidade barotrópica neste processo;
3. Identificar em ambos os processos o papel da costa e da largura da margem/plataforma continental; e
4. Investigar o papel da mudança de orientação da margem continental no processo de sua interação com vórtices;

# Capítulo 2

## Dinâmica de Contornos

### 2.1 Introdução

A Dinâmica de Contornos (DC) surgiu no final da década de setenta, com o trabalho de *Zabusky et al.* [1979], com o intuito de descrever a evolução não linear de vórtices em um fluido bidimensional não viscoso.

Oriunda da generalização do modelo “water-bag” [*Berk e Roberts*, 1967], usado inicialmente para estudar a dinâmica de plasma, é no estudo da dinâmica de fluidos que a DC tem sido extensivamente aplicada e tem recebido os maiores desenvolvimentos. Isto não significa que a DC não seja aplicada na área de plasma e em outros campos da ciência. Podemos citar, por exemplo, os estudos em nuvens ionosféricas em plasma [*Overman e Zabusky*, 1980; *Overman et al.*, 1983; *Overman e zabusky*, 1984], o estudo em sistemas bidimensionais de reação-difusão químicos [*Petrich e Goldstein*, 1994], o estudo do efeito de crescimento na morfologia de “clusters” [*Wong e Obrien*, 1990], e o estudo do efeito Hall quântico [*Wexler e Dorsey*, 1999].

A DC em escoamentos geofísicos é um método baseado na constatação de que a evolução de uma região de vorticidade potencial uniforme<sup>1</sup> é completamente descrita através da evolução do contorno que a delimita. O método não é limitado a uma única região de vorticidade potencial (VP) uniforme, pois podemos representar a vorticidade em várias regiões uniformes, onde os contornos que as delimitam

---

<sup>1</sup>No caso da dinâmica de plasma, a quantidade conservada é a distribuição de densidade.

coincidirão com os saltos de vorticidade e desta forma a dinâmica ficará restrita a seguir sua evolução. Em princípio, a DC reduz os graus de liberdade transformando as integrais de área em integrais de contornos.

A prescrição de uma distribuição discreta e uniforme de vorticidade potencial pode parecer a princípio uma limitação para a maioria das aplicações, onde o campo de vorticidade é contínuo e não uniforme. Mas tal aproximação não se torna uma limitação, pois, à medida que se adiciona um número maior de contornos, obtém-se uma melhor representação da distribuição contínua de vorticidade. No trabalho de *Legras e Dritschel* [1993] é realizada uma comparação entre a técnica de Cirurgia de Contornos<sup>2</sup> [*Dritschel*, 1988, 1989], versão mais avançada da DC (distribuição uniforme discretizada), e o método pseudo-espectral (distribuição contínua). As duas técnicas foram aplicadas ao estudo de um vórtice circular, sujeito a um cisalhamento transversal num domínio duplamente periódico. Os autores obtêm uma excelente concordância quantitativa entre os dois tipos de simulação, destacando que as pequenas diferenças que aparecem são devidas à habilidade da Cirurgia de Contornos em resolver com maior precisão as estruturas de pequena escala do que o método pseudo-espectral.

Como ressaltado por *Dritschel* [1997], o grande interesse pela DC advém do seu potencial como ferramenta computacional. Mas, para um grande número de problemas, a DC oferece tanto vantagens computacionais quanto conceituais. A efetiva redução nos graus de liberdade do sistema e a possibilidade de resolver campos que possuem regiões de intenso gradiente são pontos singulares da DC. Tais vantagens refletem-se no baixo custo computacional e na acurácia, quando comparado aos métodos computacionais convencionais (pseudo-espectral ou ponto de grade), particularmente para fluidos que possam ser representados por um pequeno número de contornos bem comportados.

Em suma, a idéia central da DC é reduzir a complexidade do sistema, não simplificando a dinâmica, mas sim reduzindo a complexidade do campo de vorticidade,

---

<sup>2</sup>A técnica de Cirurgia de Contornos é um conjunto de algoritmos topológicos desenvolvidos para remover e reconectar as estruturas de pequena escala que se desenvolvem com o tempo, devido ao mecanismo não-linear de filamentação.

tornando-o discreto. Do ponto de vista matemático a DC, possibilita soluções exatas da equação da vorticidade potencial, as quais embora exatas, são descontínuas na derivada segunda da função de corrente. Como salientado por *Polvani* [1988], a Dinâmica de Contornos reduz a complexidade dinâmica do sistema, concentrando a ação aos campos de vorticidade que são intrinsecamente simples (embora descontínuos).

Segundo *Zabusky et al.* [1979], os ingredientes essenciais para a DC em dinâmica de fluidos geofísicos são:

- Conservação material de uma quantidade escalar, como por exemplo, a vorticidade potencial  $q$ , e
- Invertibilidade do operador linear que relaciona, o campo de vorticidade  $q$ , com o campo de velocidade  $u$ .

O primeiro ingrediente permite representar  $q$ , em regiões discretas e uniformes, onde os contornos que delimitam tais regiões, serão responsáveis por sua evolução. O segundo possibilita o cálculo da velocidade  $u$  através de integrais de contornos, uma vez conhecida a distribuição de vorticidade.

## 2.2 Formalismo Matemático

Como em DC fontes ou sorvedouros de VP não são possíveis, os contornos tornam-se linhas materiais e a VP é conservada

$$\frac{dq}{dt} = 0. \quad (2.1)$$

O campo de VP está associado ao operador linear, da seguinte forma:

$$L\psi = q(x, y). \quad (2.2)$$

Conhecido o campo de vorticidade potencial podemos representá-lo por  $k$  regiões discretas e uniformes, tal que

$$q = q_0 + \sum_k \Delta_k \mathcal{H}(x - x_k - L_k(y, t)), \quad (2.3)$$

onde  $\mathcal{H}(x)$  é a função degrau de Heaviside definida da como

$$\mathcal{H}(x - x_k - L_k(y, t)) = \begin{cases} 1 & : x > x_k + L_k(y, t) \\ 0 & : x < x_k + L_k(y, t). \end{cases} \quad (2.4)$$

A função de corrente  $\psi(x, y, t)$  é encontrada aplicando-se o método das funções de Green, isto é, invertendo-se a equação (2.2) e integrando a função de Green associada ao operador linear  $L$  sobre todo o espaço fonte  $D$ ,

$$\psi(x, y, t) = \iint_D q(x', y') G(x, y|x', y') dx' dy'. \quad (2.5)$$

Substituindo o campo de VP discretizado (2.3) na equação da função de corrente (2.5), obtemos

$$\psi(x, y, t) = \sum_k \Delta_k \iint_{D_k} G(x, y|x', y') dx' dy'. \quad (2.6)$$

A velocidade em qualquer ponto do fluido está relacionada com o gradiente do campo escalar da função de corrente  $\psi$  por

$$\mathbf{u} = \hat{k} \times \nabla_H \psi, \quad (2.7)$$

onde  $\nabla_H = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y}$ .

Aplicando a equação (2.7) em (2.6), obtemos

$$\mathbf{u} = \sum_k \Delta_k \iint_{D_k} [\hat{k} \times \nabla_H G(x, y|x', y')] dx' dy'. \quad (2.8)$$

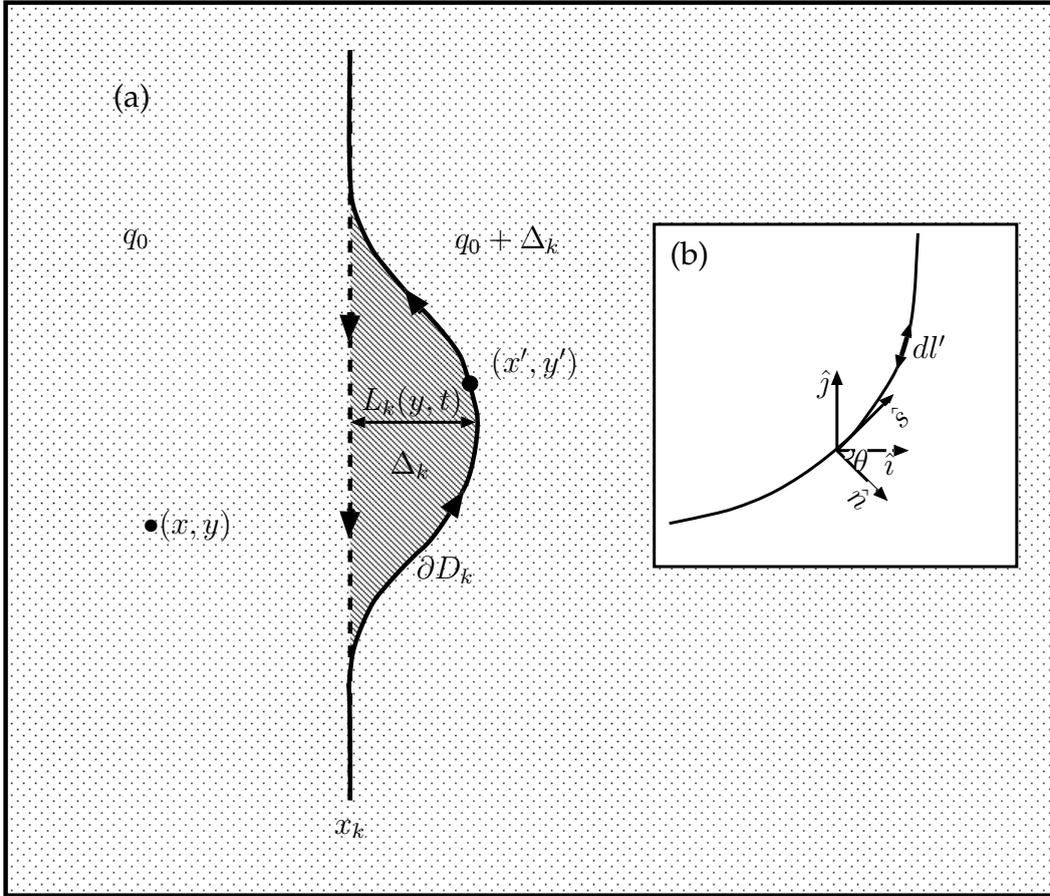
Para reescrever a equação (2.8) em termos de integrais de contorno utilizamos as propriedades de simetria da função de Green,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} G(x, y|x', y') &= -\frac{\partial}{\partial x'} G(x, y|x', y') \\ \frac{\partial}{\partial y} G(x, y|x', y') &= -\frac{\partial}{\partial y'} G(x, y|x', y'), \end{aligned} \quad (2.9)$$

reescrevendo-a da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = \sum_k \Delta_k \left\{ \iint_{D_k} -\hat{j} [\nabla'_H \bullet (\hat{i} G(x, y|x', y'))] dx' dy' \right. \\ \left. + \iint_{D_k} \hat{i} [\nabla'_H \bullet (\hat{j} G(x, y|x', y'))] dx' dy' \right\}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde  $\nabla'_H = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x'} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y'}$  e  $D_k$  representa a área do k-ésimo contorno, como mostra a Figura (2.1a). Aplicando o teorema da divergência,



**Figura 2.1:** (a) Esquema ilustrativo de Dinâmica de Contornos e (b) Sistema de coordenadas naturais.

$$\iint_D (\nabla \cdot \mathbf{F}) dA = \oint_{\partial D} \mathbf{F} \cdot \hat{n} dl \quad (2.11)$$

em (2.10) obtemos a velocidade em termos das integrais de contorno,

$$\mathbf{u} = - \sum_k \Delta_k \left\{ \hat{j} \oint_{\partial D_k} [\hat{i} G(x, y|x', y')] \cdot \hat{n} dl' \right. \\ \left. - \hat{i} \oint_{\partial D_k} [\hat{j} G(x, y|x', y')] \cdot \hat{n} dl' \right\}, \quad (2.12)$$

onde  $\hat{n}$  é a componente normal ao contorno no sistema de coordenadas naturais e  $dl'$  é o deslocamento, como mostrado na Figura (2.1b).

Utilizando as relações

$$\begin{aligned}(\hat{j} \bullet \hat{n}) dl' &= dx' \\(\hat{i} \bullet \hat{n}) dl' &= -dy',\end{aligned}\tag{2.13}$$

na equação (2.12), retornamos para o sistema de coordenadas cartesianas. Desta forma o campo de velocidades é reestricto como

$$\mathbf{u} = \sum_k \Delta_k \oint_{\partial D_k} G(x, y|x', y') [\hat{i} dx' + \hat{j} dy'].\tag{2.14}$$

A equação (2.14) expressa o fato de que, conhecida a posição dos contornos, o campo de velocidade em todo o fluido fica determinado. A evolução do fluido, desta forma, reduz-se ao movimento dos contornos, que é computado através de uma simples advecção lagrangiana:

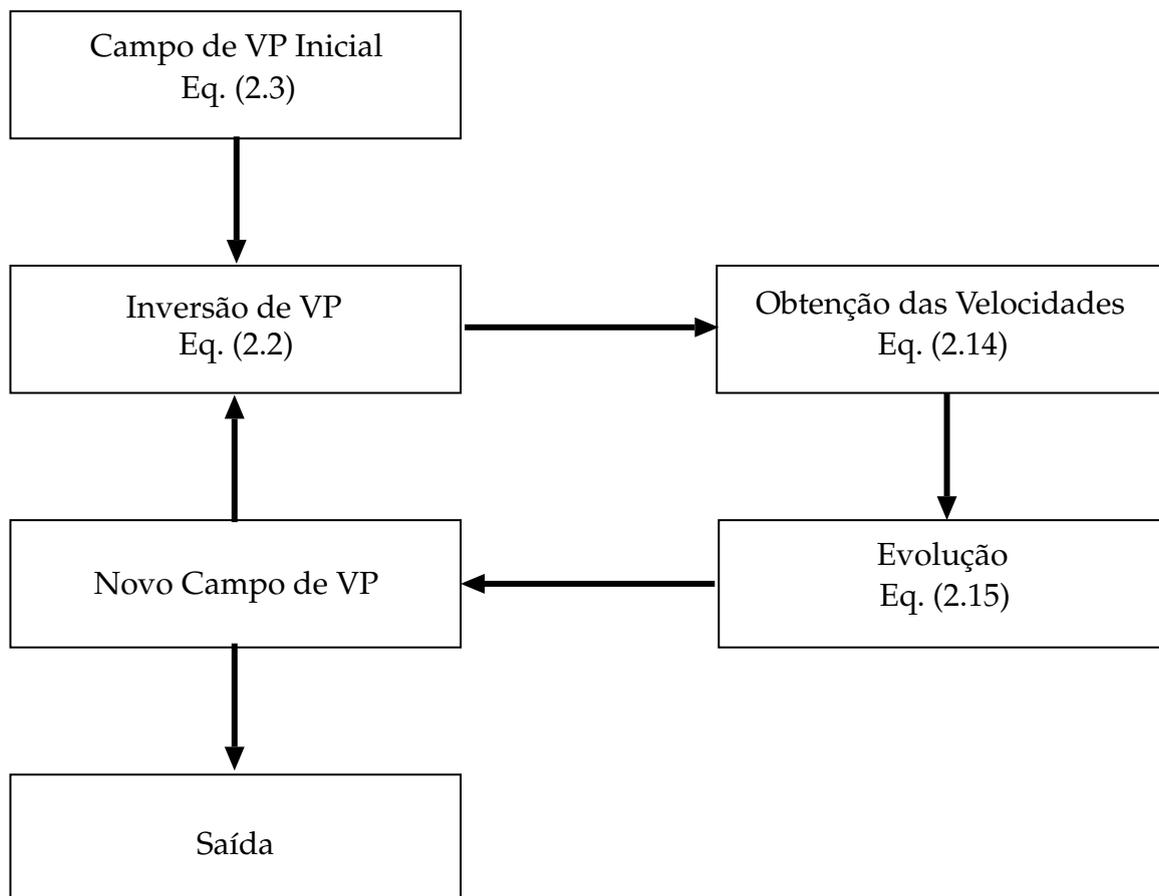
$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}' = \mathbf{u}(\mathbf{x}'),\tag{2.15}$$

onde  $\mathbf{x}' = \hat{i} x' + \hat{j} y'$ .

O algoritmo da dinâmica de contornos funciona como esquematizado na Figura 2.2. Conhecido o campo de VP inicial, equação (2.3), inverte-se a relação (2.2), obtendo-se as velocidades nos contornos equação q(2.14). Evolui-se então o contorno no tempo através da equação (2.15), obtendo-se uma nova distribuição de  $q$ , a qual é novamente invertida para obtenção das velocidades na nova posição do contorno. Portanto, o método simplifica a resolução do problema, pois ao invés de resolvermos a evolução não linear do campo, basta avaliarmos a equação (2.14) a cada passo de tempo.

É importante ressaltar que o método da dinâmica de contornos é particularmente aplicado a domínios infinitos. Em domínios semi-infinitos é necessário satisfazer as condições de fronteiras, que limitam o uso da **DC**, pois a mesma só pode ser aplicada quando a fronteira apresenta uma configuração simples de maneira que a função de Green preserve sua simetria, permitindo assim transformar a integral de área equação (2.5) na integral de contorno, equação (2.14).

Na maioria dos casos isto é realizado, aplicando-se o método das imagens. O método das imagens nada mais é que um artifício matemático que possibilita a solução do problema do domínio semi-infinito no domínio infinito.

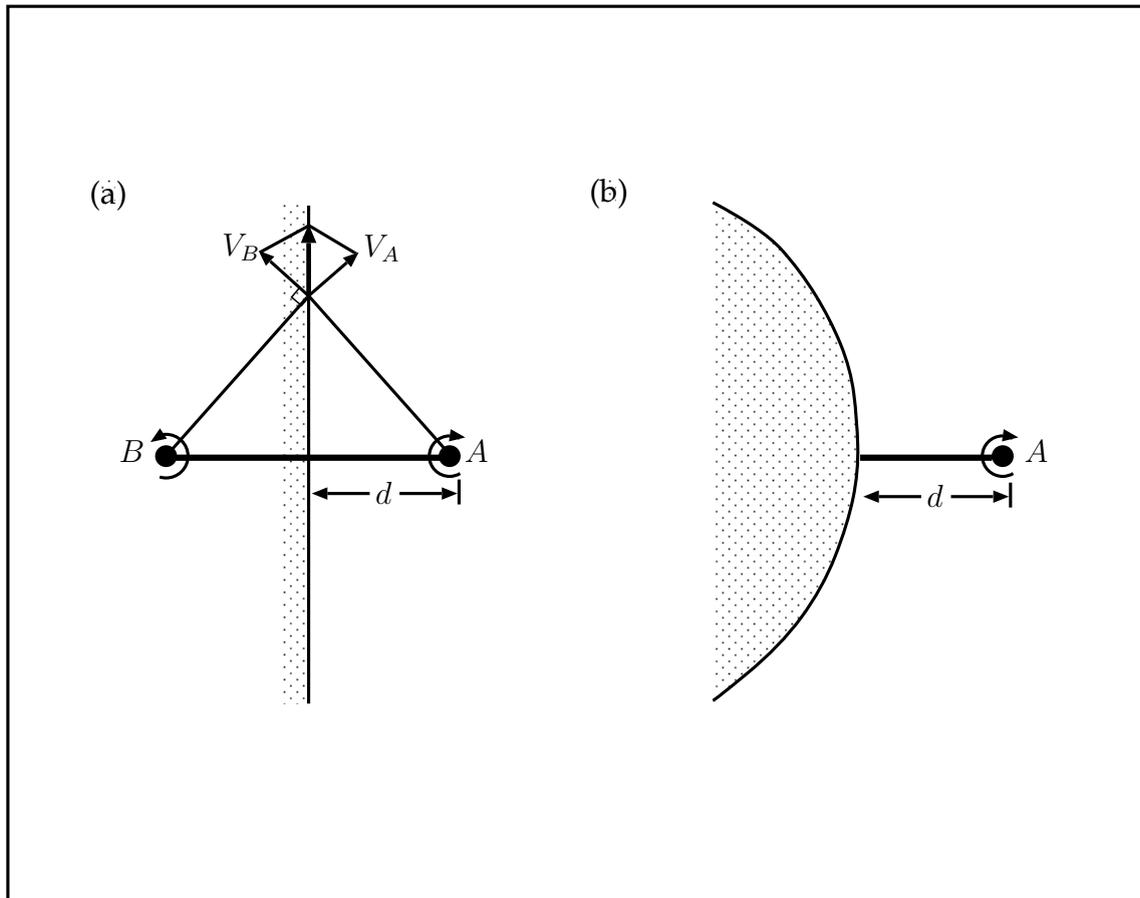


**Figura 2.2:** Algoritmo da Dinâmica de Contornos adaptado de *Silva* [2000].

Suponhamos que tivéssemos um vórtice **A** localizado a uma distância  $d$  de uma parede, desta forma a parede seria a fronteira e teríamos um problema num domínio semi-infinito, no qual as condições de fronteira teriam que ser satisfeitas. Ao invés de tratarmos o problema na presença da parede, utilizamos o artifício da imagem, ou seja, adicionamos um outro vórtice de mesma intensidade e sentido oposto no ponto imagem **B** (Figura 2.3 a). Este artifício torna possível que a condição de fronteira seja satisfeita possibilitando a solução do problema no domínio infinito.

Vários trabalhos, contêm este artifício a fim de utilizar a **DC** em domínios semi-infinitos [Pratt e Stern, 1986; Grimshaw e Yi, 1991; Viera e Grimshaw, 1994; A.Silveira, 1996; Silveira et al., 1999; Dunn, 1999; Silva, 2000; Calil, 2002]. O método das imagens porém, não se aplica a configurações geométricas mais complexas (Figura 2.3 b), pois nesses casos a simetria da função de Green é violada e a utilização da **DC**,

como apresentada acima, não é possível.



**Figura 2.3:** (a) Método das imagens e (b) Fronteira Curvilínea.

*Thompson* [1990], como parte de seu trabalho de Doutorado, desenvolveu uma técnica que estendeu a aplicação da DC, para casos nos quais as propriedades de simetria não são preservadas. A técnica desenvolvida, a qual denominaremos de Dinâmica de Contorno Modificada (DCM), será apresentada na próxima seção.

## 2.3 Dinâmica de Contorno Modificada

A DCM é uma extensão da dinâmica de contorno tradicional, na qual as propriedades de simetria da função de Green não precisam necessariamente serem satisfeitas. Esta técnica amplia a utilização da DC a problemas que antes não eram possíveis de tratamento, pois as condições de fronteira eram violadas. Como exemplo

podemos mencionar problemas no domínio semi-infinito com contornos complexos, onde o método da imagens, como vimos, não pode ser aplicado.

Neste trabalho, devido a complexidade dinâmica e geométrica das configurações a serem abordadas iremos empregar a **DCM**. Entretanto, é importante salientar que a aplicação desta técnica para estes estudos não é direta, necessitando assim, de modificações as quais serão apresentadas nos respectivos capítulos.

Podemos sintetizar a **DCM** da seguinte maneira:

- Primeiramente, determina-se a solução do campo de VP no domínio infinito (sem condições de fronteira e de continuidade), usando a DC tradicional,
- Calcula-se a velocidade induzida pelo campo de VP nas fronteiras,
- Adiciona-se soluções homogêneas à função de corrente do domínio infinito de maneira a satisfazer as condições de fronteira.

Sabemos da seção anterior que a função de corrente  $\psi(x, y, t)$  no domínio infinito é dada pela equação (2.6). No domínio semi-infinito a reescrevemos da seguinte forma,

$$\psi(x, y, t) = \sum_k \Delta_k \iint_D G(x, y|x', y') dx' dy' + \psi_h(x, y, t) \quad (2.16)$$

onde  $\psi_h(x, y, t)$  representa o efeito da fronteira e  $G(x, y|x', y')$  é a solução particular da função de Green no domínio infinito. A solução homogênea é dada pela equação de Laplace (Barotrópico) ou Helmholtz (Equivalente-barotrópico), tal que

$$L\psi_h = 0, \quad (2.17)$$

sujeita à condição de contorno na fronteira,

$$\frac{\partial \psi}{\partial s} = 0, \quad (2.18)$$

e as condições de continuidade do transporte normal e velocidade tangencial. Onde  $s$  é a coordenada ao longo da fronteira no sistema de coordenadas naturais.

Aplicando a condição de velocidade normal a fronteira igual a zero, equação (2.18), na equação (2.16), obtemos

$$\frac{\partial \psi_h}{\partial s} = -u \cos \theta + v \sin \theta \quad (2.19)$$

onde  $u$  e  $v$  são as componentes da velocidade no sistema de coordenadas cartesiano no domínio infinito e  $\theta$  é o ângulo entre o vetor  $\hat{i}$  e a normal a fronteira  $\hat{n}$ . Substituindo as componentes da velocidade (2.14) na equação acima, obtemos

$$\frac{\partial \psi_h}{\partial s} = - \left[ - \sum_k \Delta_k \oint_{\partial D} G(x, y | x', y') dx' \right] \cos \theta + \left[ - \sum_k \Delta_k \oint_{\partial D} G(x, y | x', y') dy' \right] \sin \theta, \quad (2.20)$$

a qual é a condição de fronteira da equação (2.17).

Reescrevendo a equação (2.16) em termos da velocidade, obtemos

$$\mathbf{u} = - \sum_k \Delta_k \oint_{\partial D_k} G(x, y | x', y') [\hat{i} dx' + \hat{j} dy'] + \mathbf{u}_h, \quad (2.21)$$

onde o primeiro termo é a velocidade calculada no domínio infinito e o segundo termo é a contribuição da fronteira. Como pode-se observar a grande diferença da DCM para a DC corresponde à incorporação do efeito da fronteira através do cálculo da solução homogênea.

A evolução do fluido novamente reduz-se ao movimento dos contornos, sendo que o efeito da fronteira deve ser calculado a cada passo de tempo. A resolução da solução homogênea será apresentada nos capítulos posteriores, pois a mesma depende do problema sob consideração.

## 2.4 Revisão de Trabalhos Anteriores

A interação de jatos geofísicos com o ambiente externo (topografia, plataforma continental, cadeias de montanhas, montanhas isoladas, vórtices, etc) pode gerar alterações estruturais no jato com conseqüente desenvolvimento e emissão de vórtices. Os vórtices criados neste processo, por sua vez, podem reinteragir com o jato que o originou e/ou com o ambiente externo que o circunda, tornando este processo ainda mais complexo. Tais interações desempenham um papel importante na dinâmica oceânica e por isso seu estudo tem despertado tanto interesse. No âmbito da DC, apresentaremos a seguir alguns trabalhos que abordam esse tema.

### 1. Jatos Geofísicos

- *Stern* [1985], usando o modelo barotrópico e equivalente-barotrópico quase-geostrófico no plano  $f$ , investigou a evolução de perturbações de grande amplitude num jato zonal, onde o jato era representado por uma frente de vorticidade potencial separando uma região de baixa vorticidade de outra com um grande cisalhamento. Tal configuração conduziu a quebra de onda e o inundamento de fluido de baixa vorticidade na região de cisalhamento do jato.
- *Pratt e Stern* [1986], usando o modelo equivalente-barotrópico quase-geostrófico no plano  $f$ , investigaram a formação e emissão de vórtices num jato zonal em forma de cúspide, onde o eixo do jato é representado por uma frente de vorticidade potencial. Os autores mostraram que a emissão de vórtices pode ocorrer num simples jato estável, mesmo na ausência de gradientes de vorticidade planetária e giros de recirculação.
- *Meacham* [1991], usando o modelo de duas camadas quase-geostrófico no plano  $f$ , investigou a formação e emissão de vórtices em jatos baroclínicos zonais instáveis (barotropicamente e baroclinicamente) inicializados com um simples meandro gaussiano. A estrutura horizontal e vertical do jato foi variada e o jato foi representado por uma ou várias frentes de vorticidade potencial, tanto na horizontal como na vertical. Este autor destaca que a adição de uma frente de vorticidade na camada inferior pode promover a emissão de vórtices. Ressalta também que meandros com comprimento de onda curto são menos efetivos para promover a emissão de vórtices do que meandros com comprimento de onda longo.
- *Silveira et al.* [1999], usando o modelo equivalente-barotrópico quase-geostrófico no plano  $\beta$ , investigaram o efeito da orientação da costa e a assimetria de transporte em correntes de contorno oeste convergentes que formam um jato zonal inercial na direção leste. Para explorar este sistema basearam-se no modelo do jato infinito de *Stern e Flierl* [1987], utilizando uma frente de vorticidade potencial conectada a costa. O efeito  $\beta$  é introduzido na forma proposta por *Yano e Flierl* [1992], de modo que o re-

querimento imposto pela Dinâmica de Contorno de uma distribuição de vorticidade uniforme em partes, não fosse violado. Estes concluem que a inclinação da costa e a assimetria do transporte da corrente desempenham papéis dinâmicos semelhantes, conduzindo à evolução de um lento padrão meandrante em correntes de contorno em separação. Particularmente o modelo reproduz os padrões de retroflexão tipicamente observados nas correntes de contorno oeste do hemisfério Sul. Entretanto o modelo falhou em reproduzir amplitudes realísticas e vórtices de retroflexão.

- *Silveira e Flierl* [2002], usando o modelo de  $2\frac{1}{2}$  – camadas quase-geostrófico no plano  $f$ , investigaram a formação e separação de vórtices em um sistema de correntes de contorno costeira convergentes representada por um jato zonal conectado a costa, como em *Silveira et al.* [1999]. A estrutura da camada superior é composta por correntes costeiras convergentes e o transporte zonal é na direção leste. Na camada inferior a estrutura é variada permitindo a convergência ou divergência das correntes costeiras de tal forma que possibilite o desenvolvimento de instabilidade baroclínica. Os resultados demonstram que a emissão de vórtices e a formação de dipolos ocorrem quando o transporte líquido na camada inferior é para oeste, nulo ou para leste. Os autores obtêm emissões de vórtices costeiros ou de separação quando o mecanismo de instabilidade baroclínica esta presente. Ondas instáveis devem propagar para oeste ou fracamente para leste.

## 2. Interação de Vórtices com Jatos Geofísicos

- *Stern e Flierl* [1987], usando o modelo quase-geostrófico barotrópico e equivalente-barotrópico no plano  $f$ , investigaram a interação de um vórtice singular com um jato zonal estável e simétrico, onde o cisalhamento do fluido era representado por uma frente de vorticidade potencial. Estes reconheceram a importância do sinal do vórtice e do cisalhamento no processo de interação e mostraram que a presença do vórtice é capaz

de induzir perturbações na interface. Estes autores observaram também, que se o campo de velocidade induzido no jato pelo vórtice tem sentido oposto (igual) ao sentido do escoamento o vórtice propagar-se-á em sentido oposto (igual) ao escoamento. No caso de sentido oposto, quando o vórtice e a frente no instante inicial estão próximos o suficiente, o vórtice deverá capturar a frente, fazendo-a enrolar-se em seu redor. No caso de mesmo sentido o vórtice propaga-se no mesmo sentido do escoamento, excitando assim, uma onda de lee na frente resultando no movimento do vórtice em direção a interface e sua captura pela corrente.

- *Bell e Pratt* [1992], usando também um modelo quase-geostrófico barotrópico e equivalente-barotrópico no plano  $f$ , investigaram a interação de um vórtice singular com um jato zonal instável e anti-simétrico. No caso barotrópico com interações fracas a instabilidade é responsável pela quebra do jato em vórtices regulares<sup>3</sup>, os quais são responsáveis pelo movimento do vórtice singular ciclônico (anticiclônico) ao sul do jato para sudoeste (nordeste). No caso equivalente-barotrópico com interações fracas, uma onda de lee estacionária é desencadeada pelo vórtice singular, e é responsável pelo seu movimento em sentido contrário ao do caso barotrópico. No caso das interações fortes em ambos os modelos, o vórtice singular regular é geralmente responsável pelo destacamento de uma faixa de fluido da borda do jato formando um dipolo que se propaga para longe do jato. O estudo sugere que três ingredientes são responsáveis pelo processo de destacamento da faixa de fluido na borda do jato: o vórtice deve ser regular, a borda do jato deve conter vorticidade de sinal oposto a do vórtice e um ponto de estagnação deve existir dentro do escoamento no período de uma rotação do vórtice.

### 3. Interação de Jatos e Vórtices com a topografia

---

<sup>3</sup>Vórtices regulares são definidos por *Bell e Pratt* [1992], como aqueles que produzem um campo de velocidade no jato oposto a seu escoamento.

- *Send* [1989], usando o modelo barotrópico no plano  $f$ , investigou a evolução de perturbações de pequena e grande amplitude em jatos meridionais (estáveis e instáveis) ao longo da topografia e com reversão do escoamento. O jato meridional é representado por uma frente de vorticidade potencial. Este autor conclui que em escoamentos estáveis as perturbações propagam-se na direção dos pólos similarmente a ondas de plataforma. No caso do jato instável as perturbações de pequena amplitude crescem até o ponto onde subsequente filamentação ocorre e conduz à separação dos vórtices.
- *Grimshaw e Yi* [1991], usando o modelo barotrópico quase-geostrófico no plano  $f$ , investigaram a evolução de ondas de pequena amplitude num jato meridional estável sobre o talude, representado por uma frente de vorticidade potencial separando regiões de vorticidade constante e distintas. Os autores afirmam que a filamentação é um processo robusto e universal essencialmente controlada pela natureza não-linear do escoamento. Concluem que meandros e filamentação podem ser devidos inteiramente a natureza não-linear da dinâmica, não sendo necessário invocar o mecanismo de instabilidade linear do escoamento básico para explicar o crescimento das proeminentes feições encontradas nas correntes costeiras. Certamente a presença da instabilidade linear pode atuar em consonância com a dinâmica de filamentação promovendo o crescimento inicial no ponto onde a filamentação ocorre. Estes autores também ressaltam que em todas as simulações não ocorreu nenhuma tendência das ondas de pequena amplitude crescerem a ponto de serem emitidas. Mesmo assim, parece que a emissão de vórtices é causada pela filamentação local de uma porção da frente e que se o escoamento básico fosse instável poderia ser capaz de fazer com que as ondas de pequena amplitude crescessem até um ponto onde subsequente filamentação ocorreria e conduziria a sua emissão.

- *Wang* [1992], como parte de sua tese de Doutorado, usou o modelo barotrópico quase-geostrófico e de águas rasas no plano  $f$  e investigou a interação de vórtices (singulares e finitos) localizados ao sul da frente (região profunda) com uma topografia zonal representada por uma frente de vorticidade potencial. Os principais resultados obtidos foram a indução pelo vórtice de troca de volume através da topografia, formação de vórtices topográficos, propagação do vórtice e geração de ondas topográficas. Vórtices ciclônicos apresentaram um comportamento diferente dos anticiclônicos quando interagem com a topografia. A troca de volume através da frente se mostrou menor quando o vórtice era ciclônico.
- *Thompson e Flierl* [1993], usando o modelo de 2 – camadas quase-geostrófico no plano  $f$ , investigaram o escoamento de fluido sobre uma topografia finita (cilindro circular). Uma modificação no método de Dinâmica de Contornos é desenvolvida para satisfazer as condições de contorno e de continuidade na borda da topografia finita. No caso de pequena topografia um vórtice ciclônico é emitido e aprisionado no fundo, enquanto no caso de topografia finita o vórtice emitido é anticiclônico e não aprisionado.
- *Viera e Grimshaw* [1994], usando o modelo de  $1\frac{1}{2}$  – camadas quase-geostrófico no plano  $f$ , investigaram a interação de um jato meridional estável com uma feição topográfica na presença de uma costa retilínea meridional. Estes autores identificaram as condições nas quais filamentação e formação de vórtices eram possíveis. O jato meridional é representado por uma frente de vorticidade potencial separando regiões constantes e distintas de vorticidade. A feição topográfica é representada por uma gaussiana, a qual é responsável pela perturbação da frente. Eles concluem que para a formação de meandros e vórtices não é necessário a presença do mecanismo de instabilidade e que as estruturas presentes no sistema são formadas devido aos processos dinâmicos não-lineares.

- *McDonald* [1998b], usando um modelo quase-geostrófico equivalente-barotrópico no plano  $f$ , investigou a interação de um intenso vórtice singular com uma topografia zonal representada por uma frente de vorticidade potencial. Um intenso ciclone (anticiclone) apresentou uma trajetória curva para noroeste (sudoeste), semelhante ao comportamento de um vórtice no plano  $\beta$ .
- *Dunn* [1999], usando o modelo equivalente-barotrópico quase-geostrófico no plano  $f$ , investigou a interação de vórtices singulares com uma topografia costeira zonal na presença de uma costa retilínea. A topografia foi representada por uma frente de vorticidade potencial. As principais conclusões foram que no caso limite de vórtices fracos, localizados tanto na plataforma ou fora dela, a topografia (margem continental) atua como uma parede. As circulações secundárias que aparecem devido as deflexões do contorno competem com a influência da imagem do vórtice. Se o vórtice encontra-se suficientemente distante da costa o fluido evolui como se a costa não existisse, mas se o vórtice encontra-se suficientemente próximo a costa o seu movimento é dominado pela influência da sua imagem e a circulação secundária somente modifica levemente seu deslocamento. Para vórtices anticiclônicos moderados localizados na parte externa da plataforma há formação de dipolos, os quais se propagam para longe da topografia. No caso de ciclones também há formação de dipolo, mas o sentido de circulação secundária é tal que faz o ciclone se propagar na direção da costa. Em estados avançados da evolução a imagem do ciclone suplanta a influência da circulação secundária e o vórtice propaga-se para longe da influência desta.
- *McDonald e Dunn* [1999], usando o modelo equivalente-barotrópico quase-geostrófico no plano  $f$ , investigaram a interação de um vórtice finito com uma montanha submarina circular. Quando o vórtice é suficientemente intenso ou a topografia é pequena e/ou o vórtice está a uma distância menor do que um raio de deformação, uma significativa quantidade de

fluido é varrido para fora da feição circular. Quando o vórtice é anticiclônico, dipolos são freqüentemente formados e se propagam para longe da montanha submarina.

- *Dunn et al.* [2001], usando o modelo equivalente-barotrópico quase-geostrófico no plano  $f$ , investigou a interação de vórtices singulares fracos e moderados com uma topografia zonal, também representada por uma frente de VP. Estes autores concluem que vórtices moderados anticiclônicos, localizados na região rasa da topografia, eram capazes de vencer o gradiente topográfico, enquanto vórtices ciclônicos eram refletidos de volta. Também ressaltam que a formação de dipolos é característica da interação de vórtices moderados, os quais curiosamente propagam para leste com o passar do tempo.
- *Dunn* [2002], usando o modelo equivalente-barotrópico quase-geostrófico no plano  $f$ , investigou a interação de vórtices finitos com um escarpamento zonal infinitamente longo, representado por uma frente de vorticidade potencial. Foi observado que os vórtices finitos apresentam, na maioria dos casos, um comportamento qualitativo semelhante ao dos vórtices singulares. Destacando que, tanto para vórtices fracos como intensos, a trajetória do centro do vórtice finito coincide com a trajetória do vórtice singular. No caso de vórtices anticiclônicos moderados esta analogia não se aplica pois o vórtice deixa de existir como uma estrutura coerente ao longo de sua evolução. É observado que os vórtices intensos deslocam-se com uma trajetória curva para oeste semelhante à dos vórtices intensos no plano  $\beta$ . Os resultados de vórtices moderados mostram que um anticiclone localizado na parte rasa ao se aproximar do escarpamento continua e atravessa o escarpamento, já o ciclone é refletido de volta como resultado da formação de dipolo.

Embora a interação de jatos geofísicos e seus vórtices com a margem continental tenha sido amplamente estudada pelas diferentes abordagens listadas, várias questões permanecem sem resposta:

- De que forma a costa e a largura da plataforma alteram a interação do sistema?
- Que alterações ocorrem nas ondas geradas na frente topográfica na presença da costa (relação de dispersão, velocidade de fase, velocidade de grupo, etc.)?
- A costa auxilia ou inibe a criação de vórtices de origem topográfica?
- Se a dinâmica da plataforma continental for barotrópica e do oceano profundo baroclínica, a resposta da interação se modificará com respeito à dinâmica puramente barotrópica ?
- Que resposta obtemos na interação da margem continental com vórtices se permitimos que a costa retilínea mude de orientação ou assuma uma forma curvilínea?
- De que forma a presença da costa retilínea e a largura da plataforma alteram as propriedades de instabilidade linear?

Estas são as questões que motivaram o presente trabalho e que serão abordadas nos próximos Capítulos.

No Capítulo 3, iniciamos com a dinâmica barotrópica (Seção 3.1), onde estudamos a interação de vórtices ciclônicos e anticiclônicos com a frente de VP associada a margem continental na presença de uma costa retilínea. Nesta configuração, avaliamos o papel da costa e da largura da plataforma na evolução do sistema. Na Seção 3.2, continuamos estudando a mesma interação, porém agora construímos um modelo no qual a plataforma e o oceano profundo são representados por dinâmicas distintas (Modelo Híbrido). A plataforma é descrita através da dinâmica barotrópica e o oceano profundo pela dinâmica baroclínica através do modelo de  $1\frac{1}{2}$  – Camadas. Nosso objetivo é avaliar se, e de que forma, esta nova representação dinâmica modifica a evolução do sistema, comparada à representação barotrópica. Nestas duas abordagens representamos a margem continental através de uma frente de VP e o vórtice oceânico através de um vórtice singular.

No Capítulo 4, interessados em estudar de que forma as propriedades de instabilidade se alteram na presença da costa na representação híbrida, construímos um

modelo de duas frentes de VP, onde a primeira frente representa a margem continental e a segunda o núcleo de velocidade de um jato geofísico.

No Capítulo 5, retomamos o estudo da interação de vórtices ciclônicos e anticiclônicos com a margem continental com a finalidade de avaliar o papel da mudança de orientação da costa, bem como da própria frente.

No Capítulo 6, resumimos os principais resultados e apresentamos as conclusões obtidas com este estudo.

# Capítulo 3

## Interação Margem Continental-Vórtice

### 3.1 Introdução

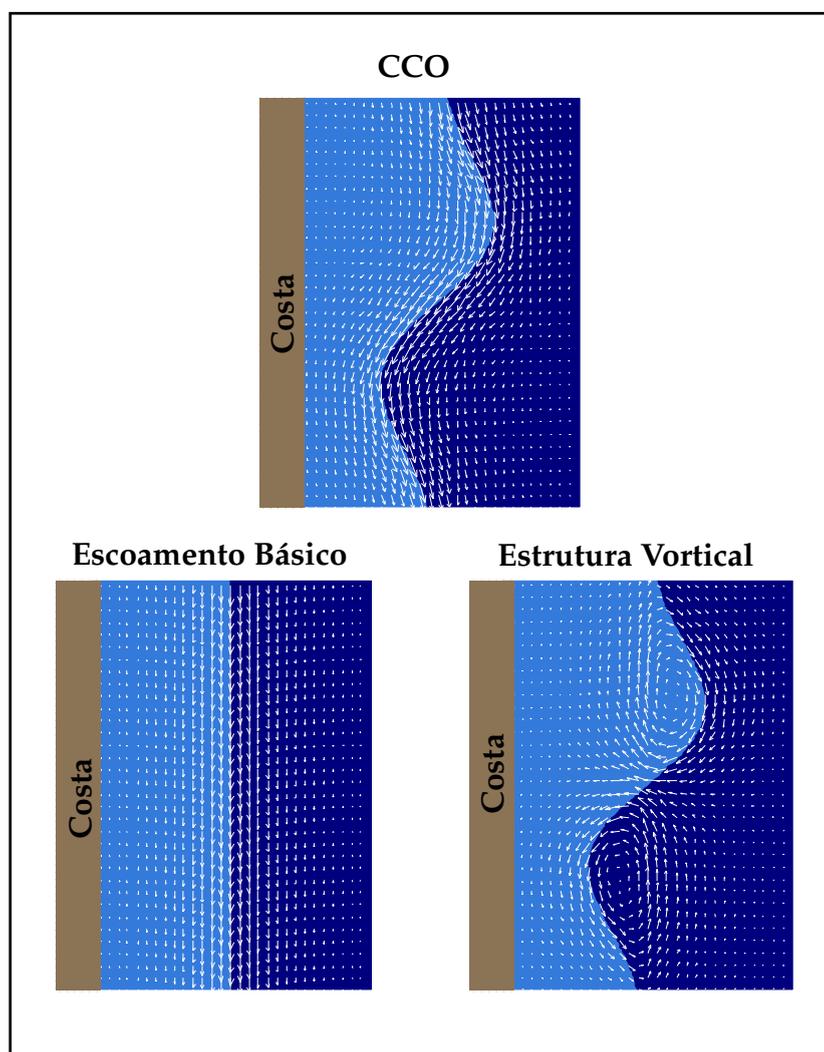
As Correntes de Contorno Oeste (CCO's) freqüentemente apresentam, ao longo de sua trajetória ao largo da borda continental, rica atividade vortical. Estas estruturas vorticais referidas na literatura como meandros podem, devido ao processo de instabilidade geofísica (barotrópica/baroclínica), desenvolverem-se ao ponto de se desprenderem completamente do eixo da corrente. Como visto anteriormente no capítulo 1, estas estruturas vorticais que se destacaram da corrente passam a ser denominadas de anéis ou vórtices. A interação das CCO's e seus vórtices de meso-escala com a margem continental (região de transição entre a plataforma e oceano aberto), pode representar um importante mecanismo para a circulação local no processo de troca de propriedades de massas de água entre a plataforma continental e o oceano aberto.

Com o objetivo de estudar os processos físicos presentes na interação da margem continental com as CCO's e suas possíveis implicações, iremos investigar este processo através de uma abordagem semi-teórica, empregando como ferramenta básica a Dinâmica de Contornos Modificada descrita no Capítulo 2.

Iniciaremos o estudo do processo de interação da margem continental com as CCO's utilizando uma representação simples para a Corrente de Contorno Oeste. Do ponto de vista físico e matemático representaremos as CCO's como sendo cons-

tituídas pela superposição de duas estruturas distintas: um escoamento básico independente do tempo, que apenas advectaria as parcelas de água e estruturas vorticais dependentes do tempo, as quais representariam os desvios ou anomalias deste estado básico. A superposição destes dois padrões comporia então a CCO, como esquematizado na Figura 3.1.

Entretanto, neste capítulo, vamos simplificar ainda mais a estrutura da CCO de forma a representá-la através de uma única estrutura vortical, ou seja, representando-a através de um único vórtice.



**Figura 3.1:** Decomposição da velocidade da Corrente de Contorno Oeste (CCO), no estado básico mais anomalias.

Empregaremos dois modelos distintos para a representação do processo de in-

teresse. O primeiro modelo a ser empregado é o modelo barotrópico (seção 3.2). Na seção 3.3 empregaremos um modelo mais elaborado, o qual denominamos híbrido. Neste modelo a dinâmica da plataforma e do oceano aberto serão tratados de maneiras distintas. Estamos também interessados em avaliar o papel da costa meridional na dinâmica da interação dos vórtices e CCO's com a margem continental, e por esta razão realizaremos um estudo sistemático da presença ou ausência da costa nos modelos propostos.

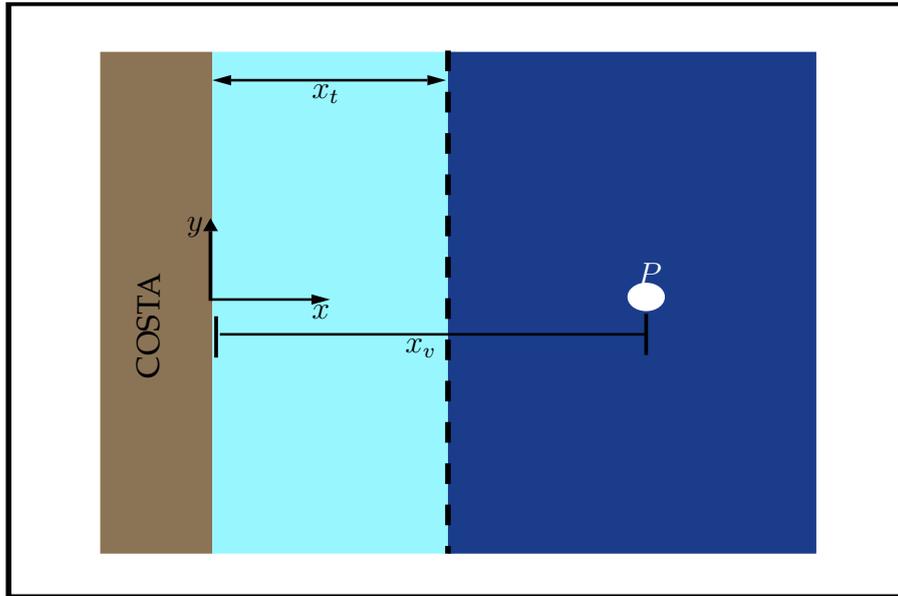
## 3.2 Modelo Barotrópico

### 3.2.1 Formulação

Nesta seção, investigaremos a dinâmica da interação do sistema vórtice-margem continental utilizando uma representação simples, tanto do ponto de vista geométrico como dinâmico.

No plano horizontal  $(xy)$ , o sistema será representado por uma frente de vorticidade potencial associada a margem continental, cuja posição inicial coincide com a posição da margem continental  $(x = x_t)$ , e por um vórtice singular, localizado inicialmente em  $(x = x_v)$ . Serão abordados casos em que há ou não a presença de uma costa retilínea meridional.

A Figura 3.2 ilustra a geometria horizontal do modelo, onde a região azul clara representa as águas da plataforma continental, a azul escura as águas oceânicas, a linha tracejada a localização da margem continental e a região onde ocorre uma abrupta mudança de tonalidade define a frente de vorticidade potencial, devida à variação da topografia. No plano vertical  $(xz)$  (Figura 3.3), o sistema é constituído por duas regiões de profundidades distintas  $h_1$  e  $h_2$ , onde  $h_1$  representa a profundidade da plataforma e  $h_2$  a profundidade do oceano aberto. A região de transição, a qual compreende plataforma, talude e sopé continentais denominamos de margem



**Figura 3.2:** Representação esquemática do sistema Vórtice-Margem Continental no plano horizontal.

continental, será representado por uma função degrau  $h$  da seguinte forma

$$h(x) = \begin{cases} h_1, & x < x_t \\ h_2, & x > x_t, \end{cases} \quad (3.1)$$

onde,  $h_1 < h_2$ .

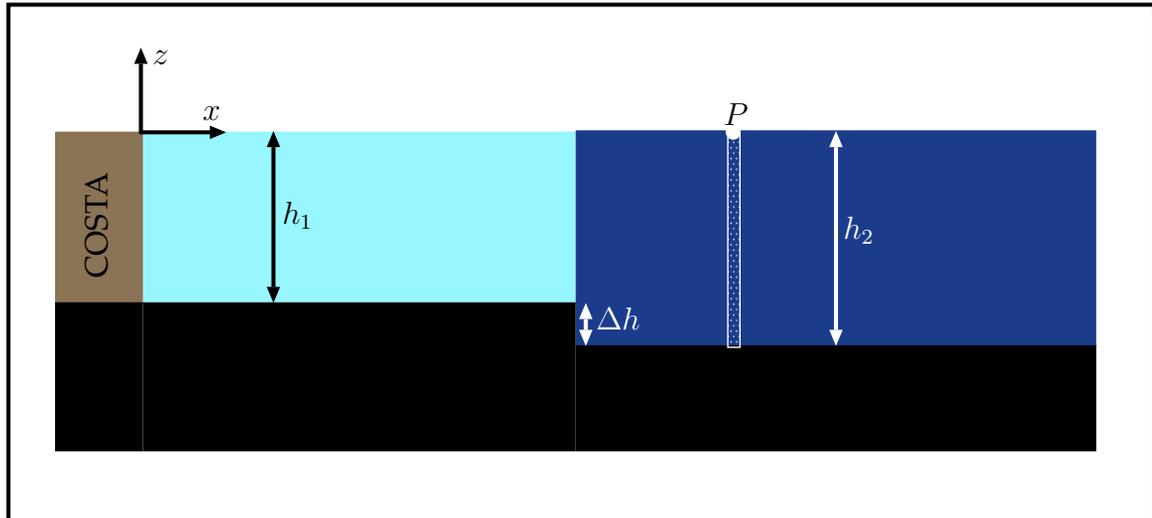
Do ponto de vista dinâmico, o sistema vórtice-margem continental será descrito utilizando-se o modelo barotrópico, na aproximação do plano- $f$ . A frente de VP associada à margem continental será representada por uma única frente e a estrutura vortical por um vórtice singular.

Em um escoamento barotrópico não-viscoso, sem fontes e sorvedouros de massa, na aproximação da tampa rígida e do plano  $f$ , a equação que rege a evolução do sistema é a equação da conservação da vorticidade potencial,

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\nabla^2 \psi + f_0}{h} \right) = 0. \quad (3.2)$$

Devido a profundidade  $h$  ser dada pela relação (3.1), o campo de velocidade, o qual transporta a vorticidade potencial é solução da equação de Poisson

$$\nabla^2 \psi = q(x, y), \quad (3.3)$$

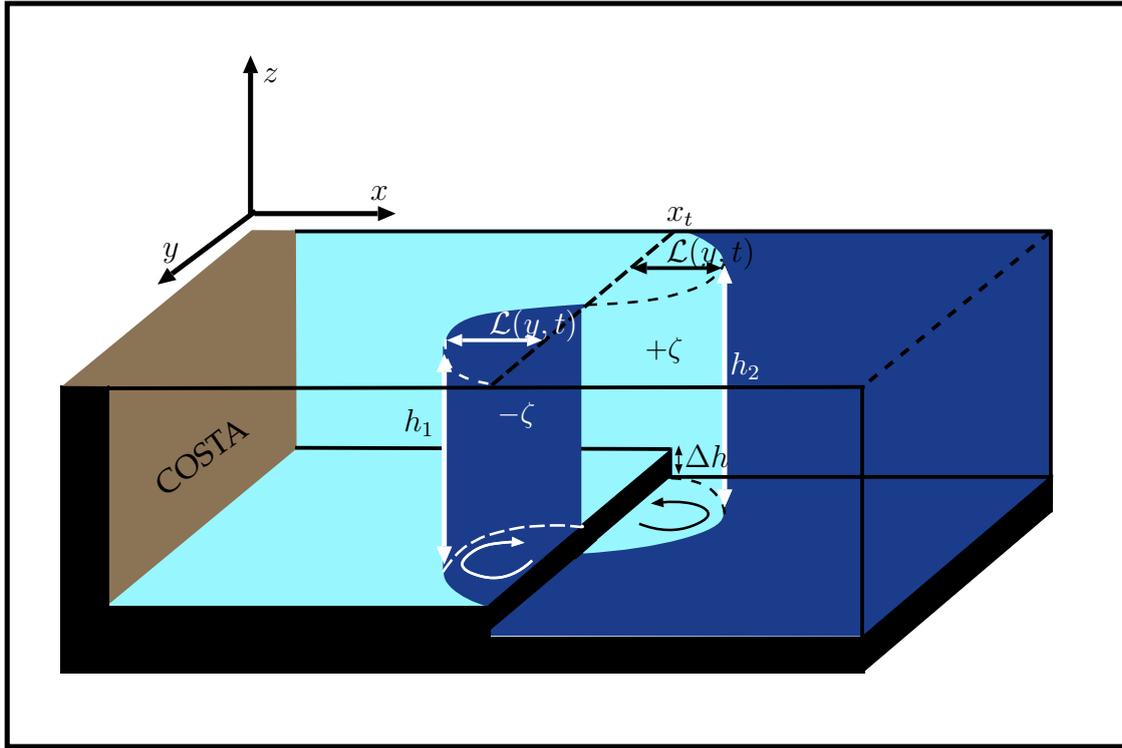


**Figura 3.3:** Representação do sistema Vórtice-Margem Continental no plano  $(xz)$ .

onde  $q(x, y)$  representa a vorticidade potencial em todo o domínio.

Inicialmente o fluido está em repouso, quando é perturbado por um vórtice singular colocado a leste da margem continental ( $x > x_t$ ). O vórtice interage com a frente de VP deslocando-a de sua posição original  $x_t$ . A migração de águas para regiões de profundidades diferentes induz a criação de anomalias de vorticidade relativa como esquematizado na Figura 3.4. Águas que residiam na profundidade  $h_2$  ( $x > x_t$ ), ao deslocarem-se para a profundidade  $h_1$  ( $x < x_t$ ), sofrem uma compressão na coluna de água. Neste processo, anomalias de vorticidade relativa com circulação horária são geradas na frente de maneira que a vorticidade potencial seja conservada. No caso oposto, águas que residiam na profundidade  $h_1$  ( $x < x_t$ ), ao deslocarem-se para a profundidade  $h_2$  ( $x > x_t$ ), sofrem um estiramento da coluna de água, gerando assim anomalias de vorticidade relativa com circulação anti-horárias na frente. A interação das anomalias de vorticidade relativa induzidas no contorno (frente) com o vórtice e a auto-interação entre as anomalias serão responsáveis pela evolução do sistema.

A anomalia de vorticidade relativa criada devido à frente de vorticidade potencial



**Figura 3.4:** Representação do mecanismo responsável pela criação da anomalia de vorticidade relativa no plano- $xyz$ .

associada a margem continental ter sido perturbada pelo vórtice é dada por,

$$q' = \begin{cases} -f_0 \frac{\Delta h}{h_2} & : \quad x_t > x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \\ f_0 \frac{\Delta h}{h_1} & : \quad x_t < x < x_t + \mathcal{L}(y, t) \\ 0 & : \quad \text{qualquer outra região,} \end{cases} \quad (3.4)$$

onde  $\Delta h = h_2 - h_1$  e  $\mathcal{L}(y, t)$  é a posição da anomalia.

Dependendo do sentido da circulação do vórtice (ciclônico ou anticiclônico), a evolução do sistema frente-vórtice apresentará características diferentes. Vórtices com circulação anti-horária [ciclônico (anticiclônico) no hemisfério Norte (Sul)] ao interagirem com a frente criam anomalias de vorticidade relativa que atuam de forma a transportar o vórtice no sentido do gradiente de vorticidade ambiente (Figura 3.5). No caso do vórtices com circulação horária [anticiclônico (ciclônico) no hemisfério Norte (Sul)], as anomalias de vorticidade relativa geradas atuam de forma a transportar o vórtice no sentido oposto ao gradiente de vorticidade ambiente (Figura 3.6).

A presença da costa meridional retilínea por sua vez induz, devido ao efeito imagem, um jato costeiro paralelo à costa que decai em intensidade com o inverso da distância zonal. No caso de anomalias ou vórtices com circulação anti-horária (horária) o jato costeiro é para Sul (Norte), como esquematizado nas Figuras 3.6 e 3.5.

Sendo o sistema não divergente, podemos escrever as componentes da velocidade zonal  $u$  e meridional  $v$  em termos da função de corrente  $\psi$ , equação (2.7). Conhecida a distribuição de  $q(x, y)$ , usamos as integrais de Green, e assim determinamos a função de corrente, equação (2.6), a qual deve satisfazer a condição de fronteira de fluxo normal à costa nulo,

$$\left. \frac{\partial \psi(x, y, t)}{\partial y} \right|_{x=0} = 0, \quad (3.5)$$

e as condições de continuidade de transporte e de velocidade através e ao longo da margem continental respectivamente,

$$h_1 \left. \frac{\partial \psi(x_-, y, t)}{\partial y} \right|_{x_-=x_t} = h_2 \left. \frac{\partial \psi(x_+, y, t)}{\partial y} \right|_{x_+=x_t} \quad (3.6)$$

$$\left. \frac{\partial \psi(x_-, y, t)}{\partial x} \right|_{x_-=x_t} = \left. \frac{\partial \psi(x_+, y, t)}{\partial x} \right|_{x_+=x_t} \quad (3.7)$$

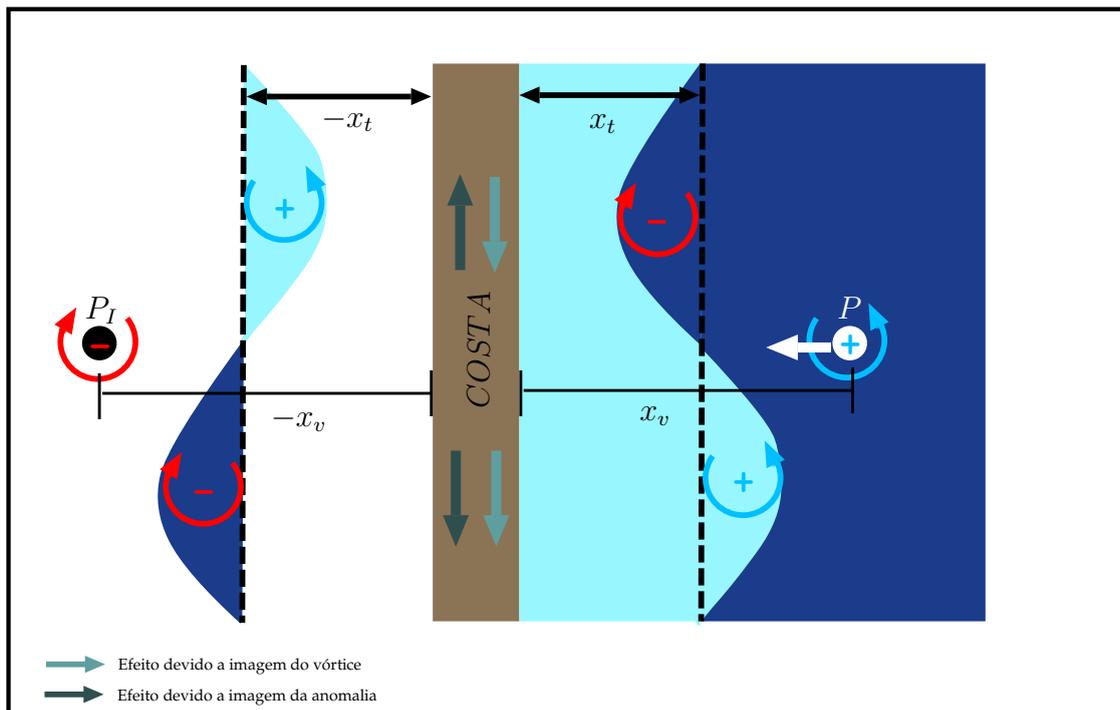
Como a vorticidade  $q$  é constante em regiões, aplicamos os mesmos procedimentos da seção 2.2 e obtemos as componentes da velocidade ( equação (2.14)).

A equação de **VP** na presença do vórtice singular localizado em  $P = P(x_v, y_v)$  em  $t = 0$  é expressa na forma,

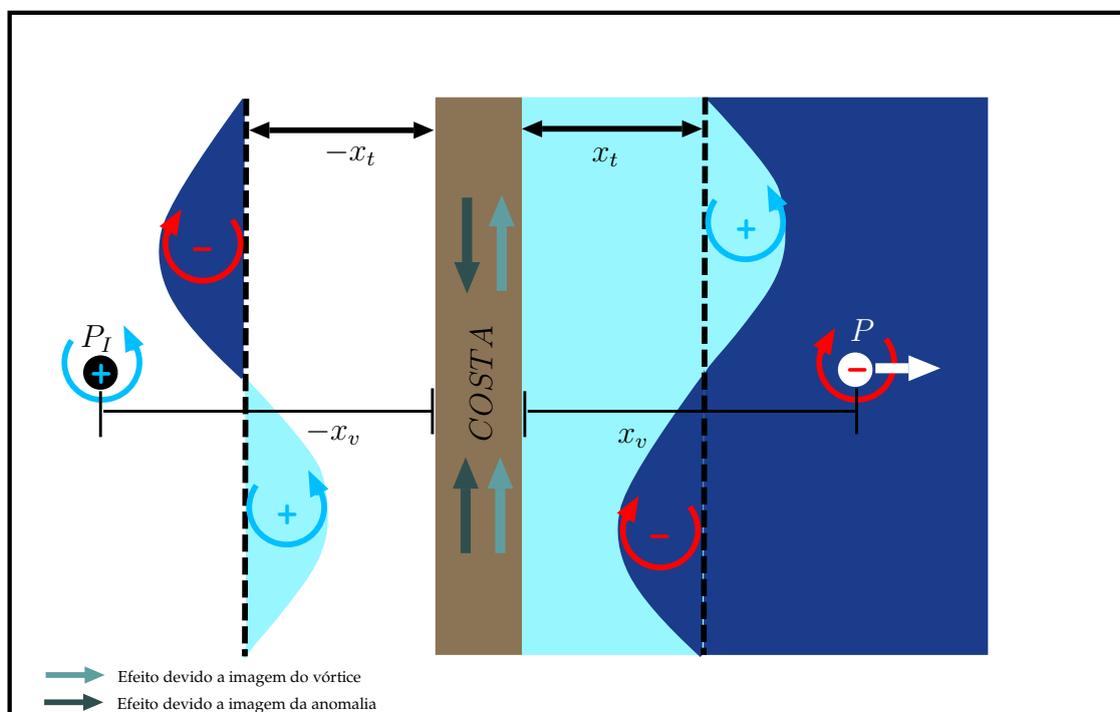
$$\nabla^2 \psi = q(x, y) + \Gamma_0 \delta(x - x_v) \delta(y - y_v) \quad (3.8)$$

onde  $q(x, y)$  representa a vorticidade relativa associada a margem continental, dada pela relação (3.4) e  $\Gamma_0$  representa a circulação do vórtice singular.  $\Gamma_0 > 0$  ( $\Gamma_0 < 0$ ) define a circulação anti-horária (horária) e  $\delta(x)$  é a função delta de Dirac, definida da seguinte maneira:

$$\delta(x) = \begin{cases} 1 & : x \neq 0 \\ 0 & : x = 0. \end{cases} \quad (3.9)$$



**Figura 3.5:** Representação esquemática da interação do vórtice anticiclônico com as anomalias de vorticidade relativa na presença da costa, para o hemisfério Norte.



**Figura 3.6:** Representação esquemática da interação do vórtice ciclônico com as anomalias de vorticidade relativa na presença da costa, para o hemisfério Norte.

Substituindo a equação (3.4) na equação (3.8) e adimensionalizando-a, obtemos

$$\nabla^2\psi = \Gamma\delta(x - x_v)\delta(y - y_v) + \begin{cases} -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} & : x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \\ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} & : x < x_t + \mathcal{L}(y, t), \end{cases} \quad (3.10)$$

onde  $R_o = \frac{U}{f_0 L}$ , é o número de Rossby.

As escalas de comprimento  $L$  e de velocidade  $U$  foram definidas em termos da circulação do vórtice singular e da vorticidade relativa, conforme Tabela 3.1, tal que  $\Gamma = \Gamma_0 \frac{h}{f_0 \Delta h}$  é a razão entre a intensidade do vórtice singular e a anomalia de vorticidade associada a frente.

**Tabela 3.1:** Escalas do Modelo

Definição	Convenção
Escala de comprimento horizontal	$L = \sqrt{\Gamma_0 \frac{h}{f_0 \Delta h}}$
Velocidade horizontal	$U = \sqrt{\Gamma_0 \frac{f_0 \Delta h}{h}}$
Escala de Tempo	$LU^{-1} = \frac{h}{f_0 \Delta h}$
Vorticidade potencial	$UL^{-1} = \frac{f_0 \Delta h}{h}$

Seguindo *Stern e Flierl* [1987], separamos a função de corrente em duas partes: a contribuição devida a posição perturbada da frente (anomalias),  $\psi'$ , e  $\psi_v$ , a função de corrente associada ao vórtice singular. Na referência citada acima teríamos ainda a função de corrente associada ao estado básico, mas devido a distribuição horizontal de **VP** ser zero, esta é nula.

$$\psi(x, y, t) = \psi'(x, y, t) + \psi_v(x, y, t) \quad (3.11)$$

A princípio nesta seção poderíamos utilizar a Dinâmica de Contornos tradicional, como em *Wang* [1992] na ausência da costa. Esse autor encontra a função de Green que satisfaz as condições de fronteira e continuidade no caso de uma margem

continental finita. Calcular a função de Green em domínios finitos é uma tarefa difícil e, como discutido anteriormente para configurações não homogêneas uma tarefa impossível.

Optamos, entretanto, por utilizar a Dinâmica de Contornos Modificada, pois assim temos meios de validar a aplicação dessa metodologia no problema aqui considerado, comparando-a com os resultados obtidos pela DC tradicional.

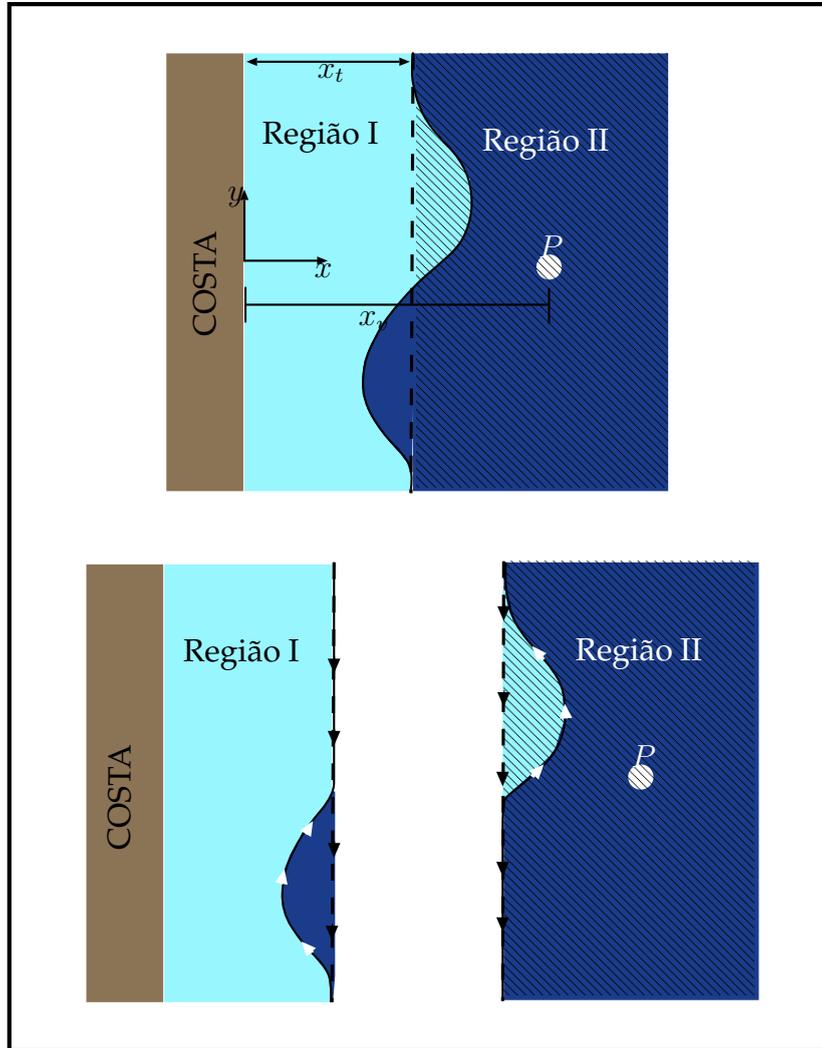
Como discutido anteriormente, na DCM determina-se primeiramente a solução do campo de VP no domínio infinito e a posteriori adiciona-se soluções homogêneas de maneira a satisfazer as condições de fronteira e de continuidade. Isto não significa que na DCM não se possa, se a fronteira o permitir, resolver o campo de VP no domínio finito e apenas adicionar as soluções homogêneas para satisfazer as condições de continuidade. Neste e no próximo capítulo, devido a costa meridional ser retilínea, vamos incorporar seu efeito nas funções de Green através da utilização do método das imagens.

Para aplicar a DCM ao nosso problema, vamos dividir o domínio de estudo em duas regiões. A plataforma continental ( $0 \leq x < x_t$ ), a qual denominaremos de região I, e o oceano aberto ( $x > x_t$ ), a qual denominaremos de região II (Figura 3.7). Cada região apresenta características dinâmicas e fisiográficas distintas, por exemplo a região I é limitada à esquerda pela costa e em contra partida a região II apresenta o vórtice singular. A princípio resolveremos cada região independentemente, como se as mesmas fossem desacopladas. Calculamos então o efeito dinâmico de cada região na fronteira ( $x = x_t$ ) e utilizamos as condições de continuidade a cada passo de tempo para achar os coeficientes de Fourier da solução homogênea, a qual acoplará o sistema. Na região I como a costa apresenta uma geometria adequada para a utilização do método das imagens, assim o faremos, pois desta forma economizamos tempo computacional. Desta forma a única fronteira na qual precisamos adicionar soluções homogêneas para satisfazer as condições de continuidade de transporte normal e de velocidade tangencial é a margem continental.

Separamos a função de corrente  $\psi'$  associada a anomalia de vorticidade em duas partes,

$$\psi'(x, y, t) = \psi_h(x, y, t) + \psi_p(x, y, t), \quad (3.12)$$

onde  $\psi_h(x, y, t)$  e  $\psi_p(x, y, t)$  são respectivamente as funções de corrente associadas à fronteira ( $x = x_t$ ) e a anomalia de vorticidade.



**Figura 3.7:** Representação esquemática para aplicação da DCM.

O vórtice singular é descrito pela seguinte equação,

$$\nabla^2 \psi_v = \Gamma \delta(x - x_v) \delta(y - y_v), \quad (3.13)$$

a qual tem como solução,

$$\psi_v(x, y, t) = \frac{\Gamma}{2\pi} \begin{cases} \ln[(x - x_v)^2 + (y - y_v)^2]^{1/2} - \ln[(x + x_v)^2 + (y - y_v)^2]^{1/2} & : x_v < x_t \\ \ln[(x - x_v)^2 + (y - y_v)^2]^{1/2} & : x_v > x_t. \end{cases} \quad (3.14)$$

O segundo termo na expressão acima, referente a condição  $x_v < x_t$ , corresponde a imagem do vórtice singular para a região I. Este termo é introduzido de forma a satisfazer a condição de fronteira na costa.

As componentes da velocidade, devida ao vórtice singular são,

$$u_v(x, y, t) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \begin{cases} \frac{y - y_v}{r_v^2} - \frac{y - y_v}{r_v^{*2}} & : x_v < x_t \\ \frac{y - y_v}{r_v^2} & : x_v > x_t, \end{cases} \quad (3.15)$$

$$v_v(x, y, t) = \frac{\Gamma}{2\pi} \begin{cases} \frac{x - x_v}{r_v^2} - \frac{x + x_v}{r_v^{*2}} & : x_v < x_t \\ \frac{x - x_v}{r_v^2} & : x_v > x_t. \end{cases} \quad (3.16)$$

onde  $r_v = \sqrt{(x - x_v)^2 + (y - y_v)^2}$  e  $r_v^* = \sqrt{(x + x_v)^2 + (y - y_v)^2}$ , são respectivamente as distâncias entre qualquer ponto do fluido em relação ao vórtice e a sua imagem.

A equação da **VP** associada as anomalias é,

$$\nabla^2 \psi_p = \begin{cases} -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} & : x_t > x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \\ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} & : x_t < x < x_t + \mathcal{L}(y, t), \end{cases} \quad (3.17)$$

A solução da função de corrente das anomalias  $\psi_p$ , é encontrada aplicando-se as funções de Green à equação (3.17):

$$\psi_p(x, y, t) = \begin{cases} \left[ -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} \right] \iint_{A_I} G_I(x, y|x', y') dx' dy' & : x_t > x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \\ \left[ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} \right] \iint_{A_{II}} G_{II}(x, y|x', y') dx' dy' & : x_t < x < x_t + \mathcal{L}(y, t). \end{cases} \quad (3.18)$$

onde  $A_I$  é a área compreendida entre as curvas  $x_t$  e  $x_t - \mathcal{L}(y, t)$  (Região I),  $A_{II}$  a área compreendida entre as curvas  $x_t$  e  $x_t + \mathcal{L}(y, t)$  (Região II) e  $(x', y')$  são as coordenadas do ponto fonte de **VP**.

A função de Green associada à equação de Poisson, assume a seguinte forma,

$$G_I = G(r) + G(r^*) = -\frac{1}{2\pi} \ln(r) + \frac{1}{2\pi} \ln(r^*) \quad \text{e} \quad (3.19)$$

$$G_{II} = G(r) = -\frac{1}{2\pi} \ln(r), \quad (3.20)$$

onde  $G(r^*)$  corresponde ao termo imagem necessário para satisfazer a condição de fronteira na costa (Região I). As distâncias  $r$  e  $r^*$  representam as distâncias entre qualquer ponto do fluido em relação à anomalia e sua imagem respectivamente, as quais são definidas por

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} \\ r^* &= \sqrt{(x + x')^2 + (y - y')^2}, \end{aligned}$$

As expressões para as velocidades associadas as anomalias são obtidas diferenciando-se a equação (3.18) em relação a  $x$  e  $y$ , empregando as propriedades de simetria das funções de Green (2.9) e aplicando o teorema da divergência (equação (2.11)), como apresentado por Wang [1992]. Obtemos

$$[u_p, v_p](x, y, t) = \begin{cases} \left[ -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} \right] \oint_{\partial A_I} [-G_I, G_I] [dx', dy'] & : \quad x_t > x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \\ \left[ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} \right] \oint_{\partial A_{II}} G_{II} [dx', dy'] & : \quad x_t < x < x_t + \mathcal{L}(y, t), \end{cases} \quad (3.21)$$

onde  $\partial A_I$  e  $\partial A_{II}$  são respectivamente os contornos que delimitam as áreas  $A_I$  e  $A_{II}$ .

A função de Green em (3.21), dada pela função logarítmica  $\ln(r)$  é singular quando  $r \rightarrow 0$ . Tal singularidade é removida por meio de uma integração por partes, conforme Polvani [1988], conduzindo as expressões não singulares,

$$u_p(x, y, t) = -\frac{1}{4\pi} \begin{cases} \left[ -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} \right] \left[ \oint_{\partial A_I} (x - x') \frac{dr^2}{r^2} + \oint_{\partial A_I} (x + x') \frac{dr^{*2}}{r^{*2}} \right] & : \quad x_t > x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \\ \left[ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} \right] \oint_{\partial A_{II}} (x - x') \frac{dr^2}{r^2} & : \quad x_t < x < x_t + \mathcal{L}(y, t), \end{cases} \quad (3.22)$$



Substituindo os coeficientes (3.29) em (3.25), obtemos a função de corrente  $\psi_h$ ,

$$\psi_h(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} dl e^{ily} \begin{cases} A_l \sinh(lx) & : x < x_t \\ B_l \exp[-|l|x] & : x > x_t. \end{cases} \quad (3.30)$$

As componentes da velocidade são encontradas utilizando-se a relação (2.7),

$$u_h(x, y, t) = -i \int_{-\infty}^{+\infty} dl l \exp[ily] \begin{cases} A_l \sinh(lx) & : x < x_t \\ B_l \exp[-|l|x] & : x > x_t, \end{cases} \quad (3.31)$$

$$v_h(x, y, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dl \exp[ily] \begin{cases} A_l l \cosh(lx) & : x < x_t \\ -B_l |l| \exp[-|l|x] & : x > x_t. \end{cases} \quad (3.32)$$

A velocidade em qualquer ponto do fluido na Região I fica determinada da seguinte forma,

$$u(x, y, t) = u'(x, y, t) \quad (3.33)$$

$$v(x, y, t) = v'(x, y, t),$$

e na região II,

$$u(x, y, t) = u'(x, y, t) + u_v(x, y, t) \quad (3.34)$$

$$v(x, y, t) = v'(x, y, t) + v_v(x, y, t).$$

As componentes da velocidade das anomalias são,

$$u'(x, y, t) = u_p(x, y, t) + u_h(x, y, t) \quad (3.35)$$

$$v'(x, y, t) = v_p(x, y, t) + v_h(x, y, t) \quad (3.36)$$

Os coeficientes  $A_l$  e  $B_l$  das equações (3.31) e (3.32) são determinados aplicando-se

as condições de continuidade (3.6) e (3.7) a cada passo de tempo, resultando

$$A_l = \left\{ \begin{array}{l} \{h_1 |l| \hat{u}_p^I(x_t, l) + h_2 |l| \hat{u}_p^I(x_t, l) + h_2 |l| \hat{u}_v(x_t, l) \\ + i l h_2 \hat{v}_p^I(x_t, l) + i l h_2 \hat{v}_p^{II}(x_t, l) + i l h_2 \hat{v}_v(x_t, l)\} / \\ - i l [h_1 |l| \sinh(lx_t) + h_2 l \cosh(lx_t)] \end{array} \right. \quad : x_v > x_t$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \{h_1 |l| \hat{u}_p^I(x_t, l) + h_2 |l| \hat{u}_p^I(x_t, l) - h_1 |l| \hat{u}_v(x_t, l) \\ + i l h_2 \hat{v}_p^I(x_t, l) + i l h_2 \hat{v}_p^{II}(x_t, l) - i l h_2 \hat{v}_v(x_t, l)\} / \\ - i l [h_1 |l| \sinh(lx_t) + h_2 l \cosh(lx_t)] \end{array} \right. \quad : x_v < x_t$$
(3.37)

$$B_l = \left\{ \begin{array}{l} \{ \cosh(lx_t) [-h_1 \hat{u}_p^I(x_t, l) + h_2 \hat{u}_p^{II}(x_t, l) + h_2 \hat{u}_v(x_t, l)] \\ \sinh(lx_t) [-i h_1 \hat{v}_p^I(x_t, l) - i h_1 \hat{v}_p^{II}(x_t, l) + i h_1 \hat{v}_v(x_t, l)] \} / \\ i \exp[-|l|x_t] [h_1 |l| \sinh(lx_t) + h_2 l \cosh(lx_t)] \end{array} \right. \quad : x_v > x_t$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \{ \cosh(lx_t) [-h_1 \hat{u}_p^I(x_t, l) + h_2 \hat{u}_p^{II}(x_t, l) - h_1 \hat{u}_v(x_t, l)] \\ \sinh(lx_t) [-i h_1 \hat{v}_p^I(x_t, l) - i h_1 \hat{v}_p^{II}(x_t, l) - i h_1 \hat{v}_v(x_t, l)] \} / \\ i \exp[-|l|x_t] [h_1 |l| \sinh(lx_t) + h_2 l \cosh(lx_t)] \end{array} \right. \quad : x_v < x_t$$
(3.38)

Onde  $\hat{u}_p^I$ ,  $\hat{v}_p^I$ ,  $\hat{u}_v^I$  e  $\hat{v}_v^I$ , são os coeficientes de Fourier devido respectivamente às anomalias e ao vórtice singular da Região I avaliados na margem continental  $x_t$ . De posse das expressões da velocidade devida ao vórtice singular (3.15) e (3.16) e as anomalias (3.35) e (3.39), podemos evoluir o sistema frente-vórtice no tempo. A evolução da frente é realizada de acordo com as equações Lagrangeanas,

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{L}}{dt} &= u'(\mathcal{L}, y, t) + u_v(\mathcal{L}, y, t) \\ \frac{dy}{dt} &= v'(\mathcal{L}, y, t) + v_v(\mathcal{L}, y, t), \end{aligned} \quad (3.39)$$

e do vórtice singular,

$$\begin{aligned}\frac{dx_v}{dt} &= u'(x_v, y_v, t) \\ \frac{dy_v}{dt} &= v'(x_v, y_v, t).\end{aligned}\tag{3.40}$$

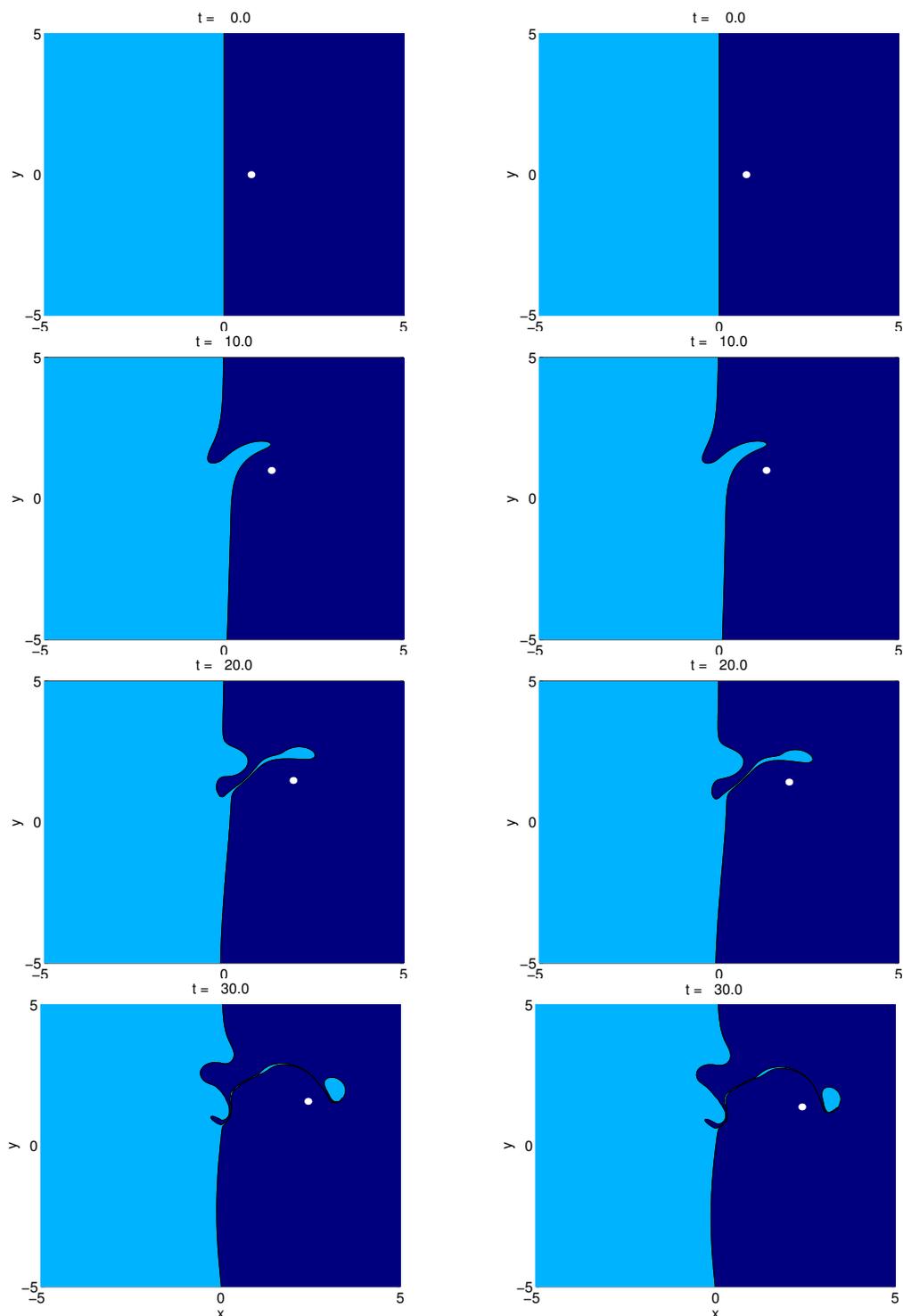
A velocidade na frente de vorticidade  $\mathcal{L}(y, t)$  é resolvida numericamente empregando-se um número finito de pontos Lagrangeanos. A extensão da frente ao longo de  $y$  é suficientemente longa de modo a evitar que os pontos extremos sejam perturbados. Mais precisamente, o domínio computacional é de 40 unidades na direção  $y$  em todos os experimentos realizados. A evolução não-linear do sistema é calculada pela advecção dos pontos com as velocidades avaliadas numericamente através das integrais de linha ao longo da frente de vorticidade. A evolução é realizada empregando-se um esquema de Runge-Kutta de segunda ordem. À medida que a frente evolui, a densidade de pontos na frente varia, sendo que nas regiões onde há convergência horizontal da velocidade tangencial a densidade de pontos aumenta e em regiões de divergência a densidade de pontos diminui. Para manter uma resolução adequada é necessário redistribuir os pontos, isto é feito estabelecendo-se um espaçamento uniforme com respeito ao comprimento do arco [Pratt e Stern, 1986].

### 3.2.2 Validação

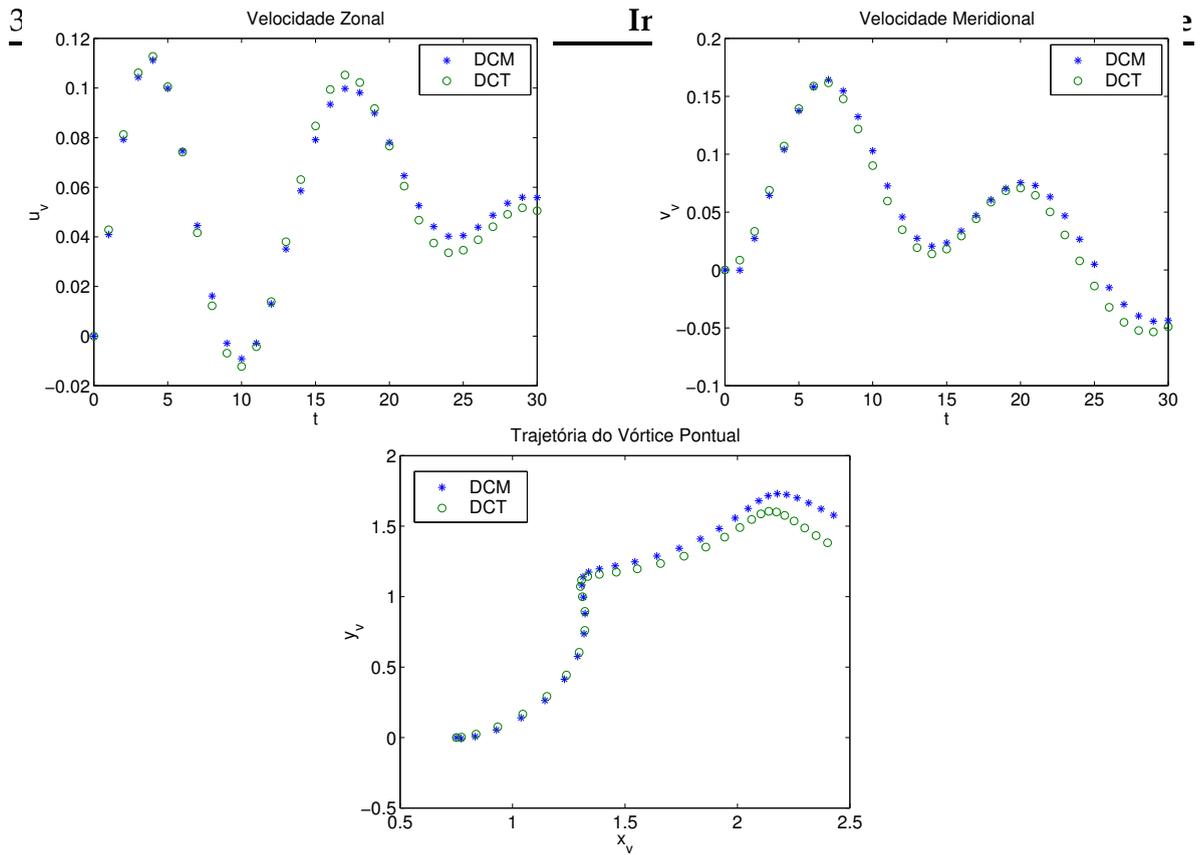
Nesta seção vamos avaliar a confiabilidade do modelo, realizando um experimento piloto, onde buscaremos a comparação do modelo de **DC** tradicional com o modelo de **DCM** adotado. Vamos realizar este experimento no limite quase-geostrófico em que  $\frac{\Delta h}{h} = O[R_o]$ . Como parâmetro nesses experimentos utilizamos:

- Salto de **VP** devido a topografia  $\left\{ \begin{array}{l} 1 \quad : \quad x_t < x < x_t + \mathcal{L}(x, y, t) \\ -1 \quad : \quad x_t > x > x_t - \mathcal{L}(x, y, t) \end{array} \right\}$ ,
- Localização do vórtice singular à  $(0, 75, 0)$ ,
- Intensidade da circulação igual a 1 e sentido horário (vórtice anticiclônico, hemisfério Norte).

Podemos observar que a Dinâmica de Contorno Modificada reproduziu de forma adequada o padrão de evolução do sistema vórtice-margem continental. Observamos uma pequena diferença na magnitude das velocidades zonais e meridionais, as quais possuem valores um pouco inferiores, porém o padrão é preservado. Tais diferenças devem ser atribuídas ao maior número de cálculos numéricos envolvidos na **DCM**.



**Figura 3.8:** Experimento de validação do Modelo. Evolução do sistema vórtice-margem continental, usando a Dinâmica de Contorno tradicional (gráficos da esquerda) e a Dinâmica de Contorno Modificada (gráficos da direita).



**Figura 3.9:** Velocidades zonais, meridionais e trajetórias do vórtice pontual, usando a Dinâmica de Contorno Tradicional e Modificada.

### 3.2.3 Experimentos Numéricos

Realizamos uma série de experimentos numéricos empregando a **DCM** na presença ou não da costa meridional com a finalidade de avaliarmos o papel desta feição na evolução do sistema vórtice-margem continental. Nesta subseção, descreveremos e discutiremos os resultados obtidos.

Nos experimentos a seguir a distribuição horizontal de **VP** é devida exclusivamente à presença da margem continental, implicando assim que o único mecanismo responsável pela geração de vorticidade relativa é o estiramento ou compressão do tubo de vórtice.

Os parâmetros independentes do sistema margem continental-vórtice são: a intensidade da topografia,  $\Delta_t = \frac{\Delta h}{R_o h}$ , a intensidade do vórtice singular  $\Gamma_0$ , a largura da margem continental,  $x_t$ , e a distância inicial do vórtice singular em relação à mar-

gem continental,  $(x_v - x_t)$ .

Em todos os experimentos realizados tomamos o limite quase-geostrófico, desta forma, a extensão vertical do talude continental idealizado, isto é, a diferença das profundidades  $\Delta h = h_2 - h_1$ , dividida pela profundidade do fluido,  $h$ , tem que ser da ordem do número de Rossby  $R_o = U/f_0L$ . O salto de vorticidade associado a margem continental,  $\Delta_t$ , pode assumir quaisquer valores, desde que os parâmetros  $R_o$  e  $\frac{\Delta h}{h}$  sejam  $\ll 1$ . Fixamos a intensidade da vorticidade devida à topografia e a intensidade do vórtice singular, os quais assumem valor 1. Os demais parâmetros serão avaliados dentro das escalas típicas de processos geofísicos, tais como vórtices de meso-escala.

Na ausência da costa a largura da plataforma é infinita e posicionamos a margem continental em  $x_t = 0$ . Nos experimentos em que a costa é adicionada, fazemos sua posição  $x = 0$ , sendo que nessa configuração a largura da plataforma e a posição da margem se fundem.

Variamos a largura da plataforma que assume os valores  $x_t = 0, 5$  e  $1, 0$ . A posição inicial do vórtice singular em relação a frente é variada, assumindo os valores  $x_v - x_t = 0, 5; 0, 75; 1, 0$  e  $1, 25$ .

Como a resposta da interação da margem continental com o vórtice depende do sentido de sua circulação, estudaremos a interação desta com vórtices anticiclônicos e ciclônicos separadamente.

*Todos os experimentos numéricos são realizados para o hemisfério Norte. Não há aqui nenhuma perda de generalidade, pois a equação (3.10) no limite quase-geostrófico é invariante à transformação,*

$$\psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \rightarrow -\psi(\mathbf{x}, -\mathbf{y}). \quad (3.41)$$

*Resultados análogos para o hemisfério Sul podem ser deduzidos por simetria.*

### • Vórtice Anticiclônico

As principais características observadas na interação entre a frente de vorticidade associada à margem continental e um vórtice anticiclônico e a variação dos

parâmetros utilizados são apresentados na Tabela 3.2.

Descreveremos de forma qualitativa a evolução da frente de **VP** associada à margem continental e perturbada pelo vórtice singular anticiclônico buscando avaliar como os parâmetros do modelo auxiliam ou inibem a formação de vórtices topográficos e trocas de volume entre as duas regiões.

O experimento 1 (**Exp1**) representa a situação na qual o vórtice anticiclônico está localizado o mais próximo da frente de **VP** associada a margem continental ( $x_v - x_t = 0,5$ ). Como nos demais experimentos a largura da margem continental varia, estabelecemos três casos de estudo. Caso 1, onde a largura da margem é infinita (ausência da costa); Caso 2, onde a largura da margem é igual a 0,5 (presença da costa) e Caso 3, em que a largura da margem é igual a 1 (presença da costa).

Tabela 3.2: Modelo Barotrópico

Interação Margem Continental-Vórtice Anticiclônico					
Experimentos	Casos	Costa	$x_t$	$x_v - x_t$	Resposta da Interação
Exp1	1	Não	0,0	0,5	Filamentação e Vórtice ciclônico
	2	Sim	0,5		Vórtice ciclônico
	3	Sim	1,0		Vórtice ciclônico
Exp2	1	Não	0,0	0,75	Filamentação e dipolo
	2	Sim	0,5		Filamentação, dipolo e vórtice anticiclônico
	3	Sim	1,0		Filamentação e dipolo
Exp3	1	Não	0,0	1,0	Filamentação
	2	Sim	0,5		Filamentação, dipolo e vórtice anticiclônico
	3	Sim	1,0		Filamentação e dipolo
Exp4	1	Não	0,0	1,25	Filamentação
	2	Sim	0,5		Filamentação, dipolo e vórtice anticiclônico
	3	Sim	1,0		Filamentação, vórtice ciclônico e anticiclônico

A evolução da frente e do vórtice singular **Exp1-1<sup>†</sup>** (Figura 3.10) inicia-se quando o vórtice anticiclônico deforma a frente de **VP** que estava localizada sobre a margem continental, criando anomalias de vorticidade. Estas anomalias são geradas através do mecanismo de estiramento ou compressão do tubo de vórtice, como explicado anteriormente.

Nos instantes iniciais o vórtice atua de forma a transportar águas da região profunda para dentro da margem continental na porção mais ao sul do domínio ( $y < 0$ ) e águas da região rasa para fora da margem na porção norte ( $y > 0$ ). Cria-se assim uma onda topográfica na frente. Esta onda, como predito pela teoria linear (Subseção 3.3.2), na ausência do vórtice singular propaga-se para sul. Como neste caso a circulação do vórtice singular é oposta à propagação da onda topográfica, este inibe a propagação da anomalia, tornando assim a interação mais efetiva. A anomalia ciclônica, impedida de se propagar, inicia um processo de crescimento até atingir amplitude finita ( $t = 4$ ). A anomalia, em contrapartida, transporta o vórtice para nordeste, afastando-o do eixo principal da frente.

Em  $t = 8$  o vórtice está a uma distância  $x_v - x_t > 1.3$ , enfraquecendo assim sua interação com as águas próximas à margem continental. A anomalia, com o afastamento do vórtice, passa a desempenhar papel preponderante na evolução da frente. Ainda em  $t = 8$  a anomalia positiva começa a advectar na sua parte posterior águas da região profunda para dentro da margem, criando uma nova anomalia, de vorticidade negativa. A interação das anomalias atua de maneira a impedir a advecção de águas da parte interior da margem para dentro da anomalia positiva, causando uma diminuição de vorticidade na primeira anomalia e assim criando um desequilíbrio de momento entre o vórtice e a anomalia ciclônica que se manifestará através do alongamento e enrolamento da anomalia em redor do vórtice, este processo perdura até  $t = 14$ .

A partir de  $t = 14$  a primeira anomalia começa a desenvolver um vórtice na sua extremidade por estar mais próxima do vórtice singular do que o resto de seu segmento. Em  $t = 16$ , uma anomalia secundária de vorticidade positiva é gerada na frente, a qual junto com a anomalia negativa atua de maneira a estreitar a base da

---

<sup>†</sup>Experimento 1, caso 1.

anomalia ciclônica causando um estrangulamento. Este processo perdura até  $t = 20$ , onde interrompemos a simulação.

Em  $t = 20$ , observa-se que a anomalia ciclônica se enrolou em torno do vórtice singular e desenvolveu um pequeno vórtice na sua extremidade.

Nos casos **Exp1-2** (Figura 3.12) e **Exp1-3** (Figura 3.14) observamos que a evolução inicial é qualitativamente semelhante a Figura 3.10 e que a inclusão da costa meridional e a variação da largura da margem continental atuam de forma a retardar o processo de estrangulamento da base, filamentação e formação do vórtice topográfico.

Devido a presença da costa, o vórtice singular anticiclônico e as anomalias geram uma corrente paralela à costa no sentido Sul-Norte que se estende até  $\pm y = 0$ . Com isto a quantidade de água advectada para fora da margem continental diminui, tornando o processo de crescimento do lóbulo da anomalia positiva e o deslocamento do vórtice singular para nordeste mais lento. Esta mudança de comportamento afetará o desenvolvimento de novas anomalias na frente as quais desempenham papel fundamental no processo de estrangulamento e filamentação da base da anomalia.

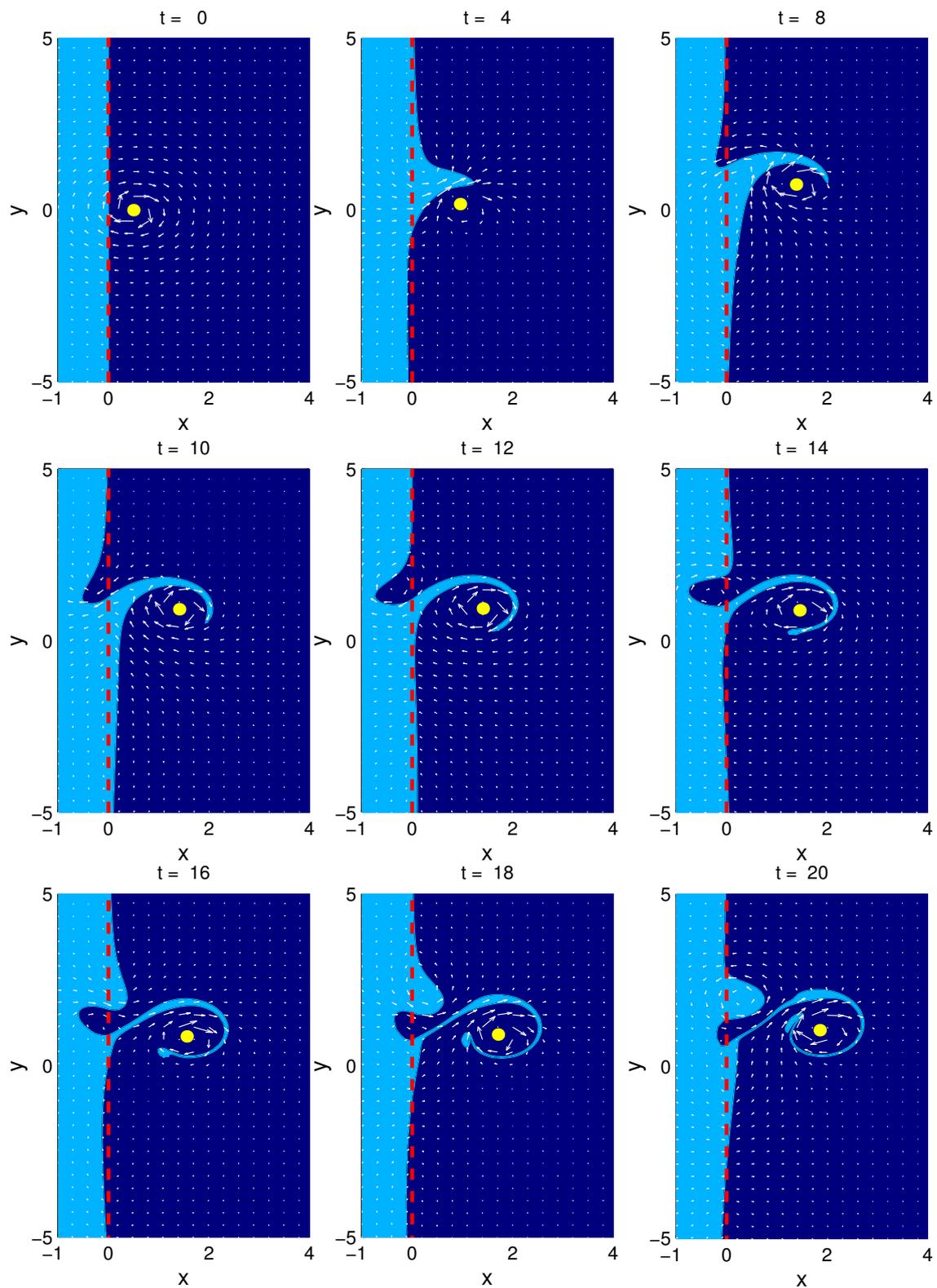
Devido a intensidade da corrente paralela à costa decair em intensidade a taxa de  $(1/r)$ , onde  $r$  é a distância relativa a costa, seu efeito é bem menor no **Exp1-3**, o qual possui uma evolução mais próxima do **Exp1-1**.

Analisando o campo de velocidade das anomalias de **VP** da frente (ausência do vórtice) para os três casos em consideração, representados nas Figuras 3.11, 3.13 e 3.15 observamos claramente a rigidez da frente imposta pela corrente paralela à costa. Esta inibe movimentos transversais a ela, dificultando a formação e desenvolvimento de anomalias na frente.

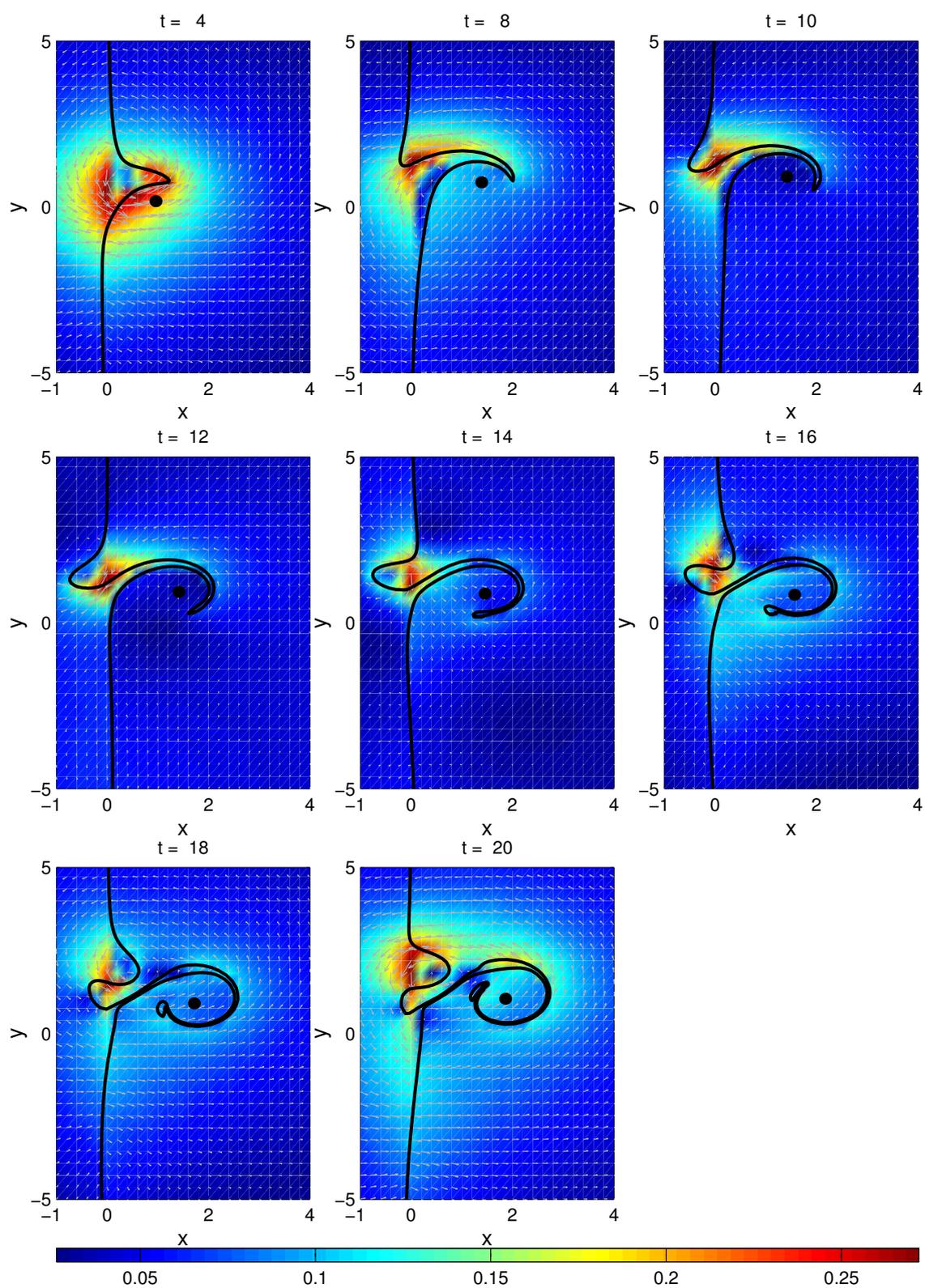
Nos três casos estudados, o vórtice singular se desloca para nordeste, como mostra a Figura 3.16. O transporte de volume entre a região interna à margem continental (plataforma) e a região externa (oceano aberto) diminui na presença da costa (Figura 3.17). Este resultado era esperado pois, como mencionado anteriormente, a presença da costa inibe a formação e desenvolvimento das anomalias na frente, as quais são responsáveis pelas trocas de água.

Em todos os três experimentos observamos que o vórtice singular propaga-se para

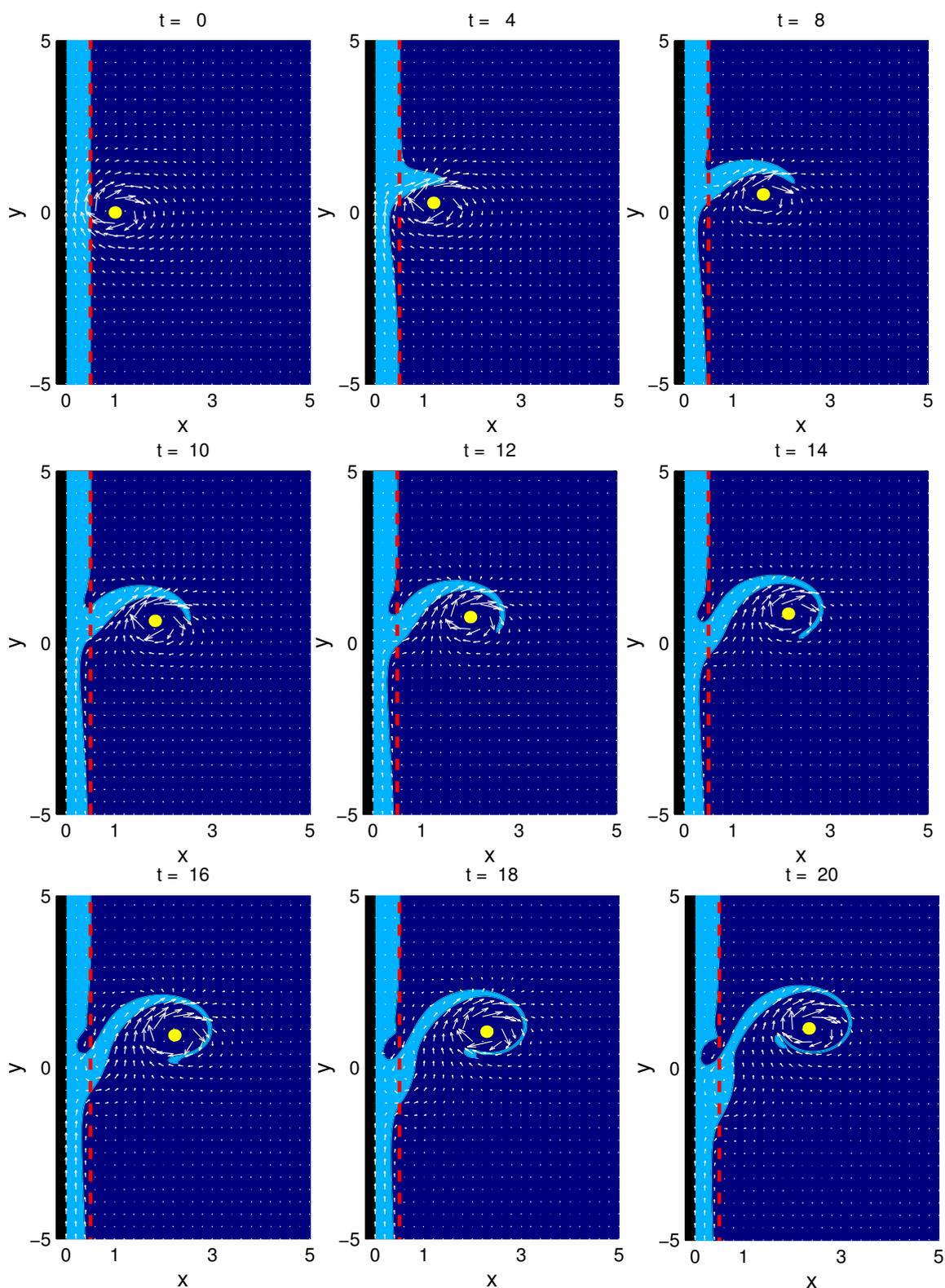
nordeste, sendo que na ausência da costa o vórtice apresenta um deslocamento em forma de ciclóide. Isto significa que o vórtice singular retorna a interagir com a frente.



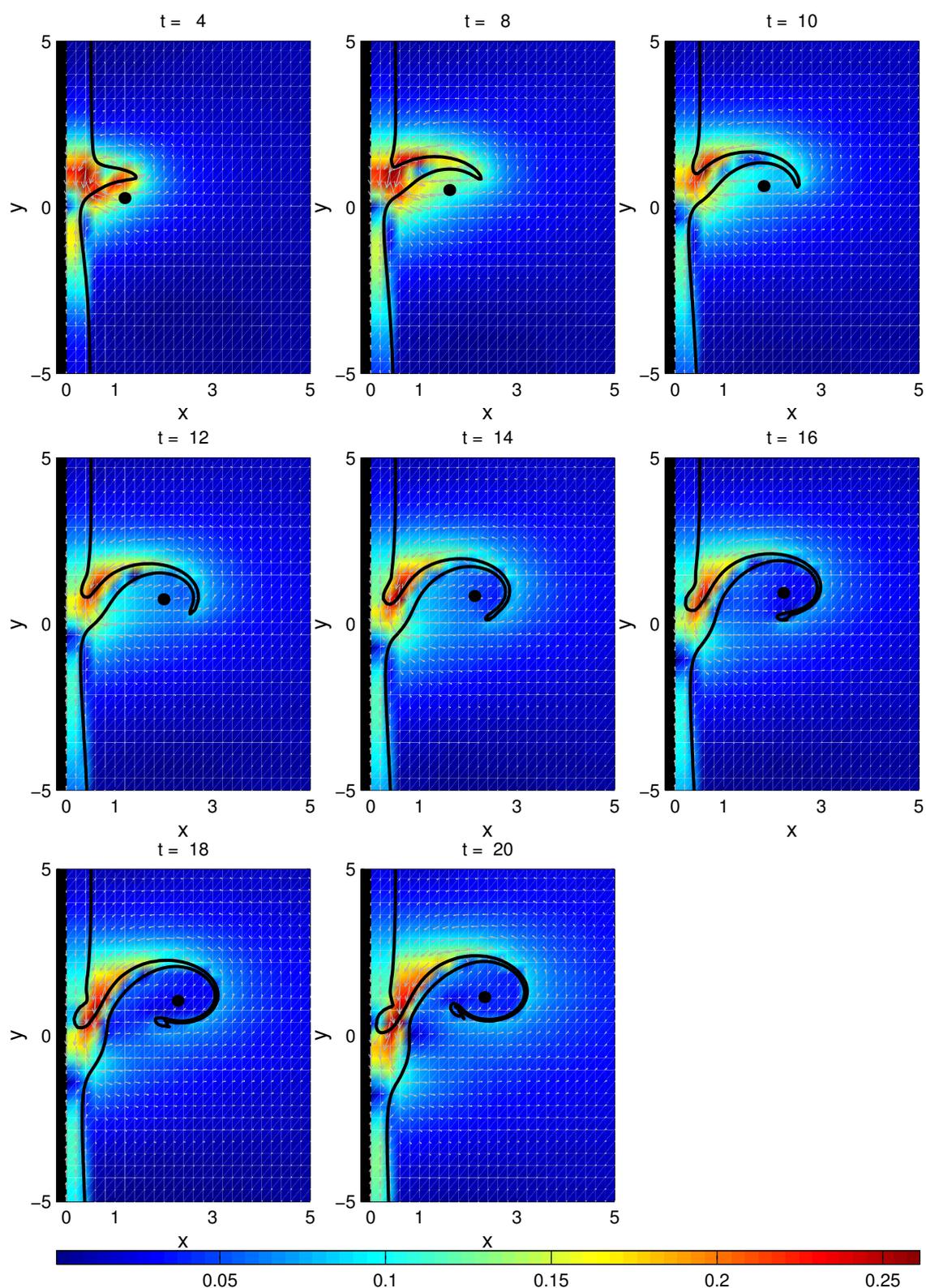
**Figura 3.10:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 1, caso 1* da Tabela 3.2.



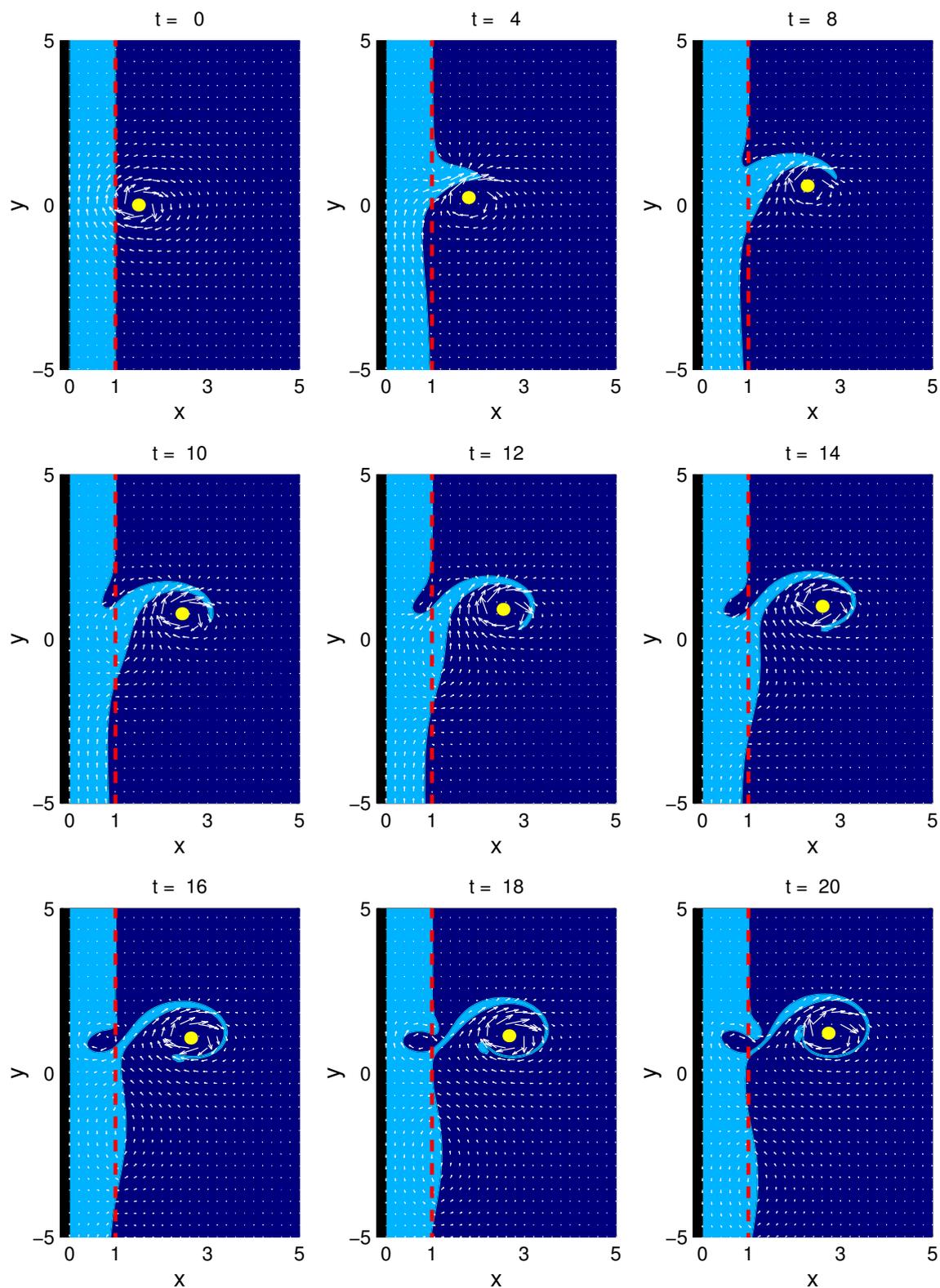
**Figura 3.11:** Campo de velocidade da frente topográfica do **experimento 1, caso 1** (Figura 3.10).



**Figura 3.12:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 1*, caso 2 da Tabela 3.2.



**Figura 3.13:** Campo de velocidade da frente de vorticidade topográfica do **experimento 1, caso 2** (Figura 3.12).



**Figura 3.14:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 1*, caso 3 da Tabela 3.2.

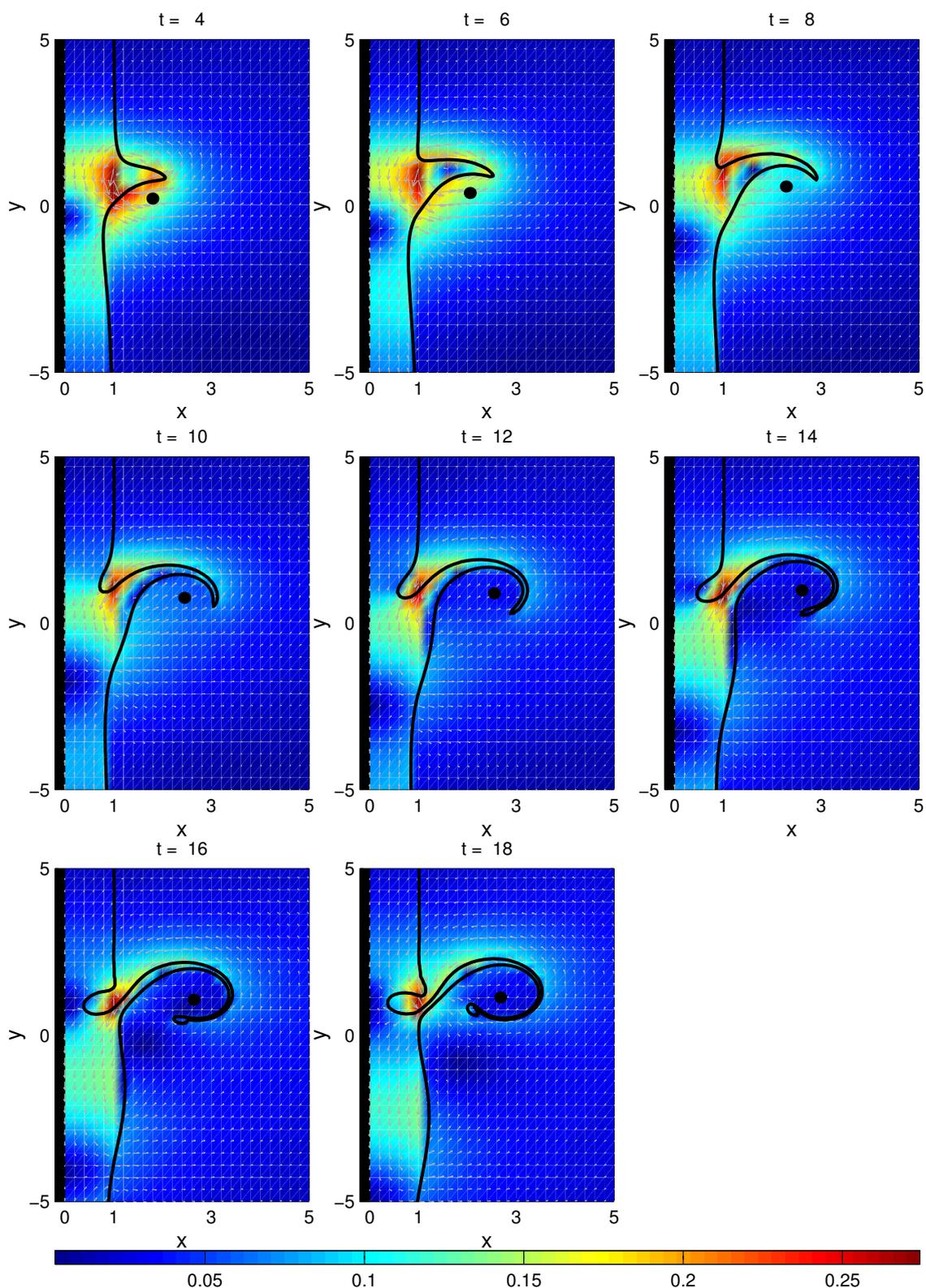


Figura 3.15: Campo de velocidade da frente de vorticidade topográfica do **experimento 1, caso 3** (Figura 3.14).

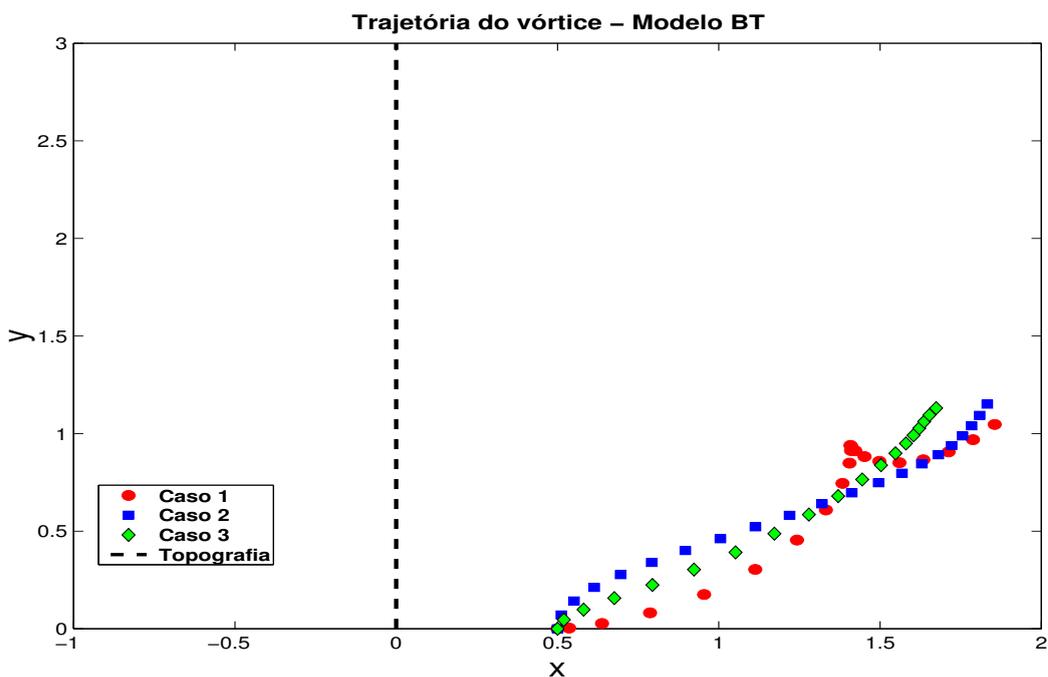


Figura 3.16: Trajetória do vórtice anticlônico do experimento 1, para os casos 1, 2 e 3.

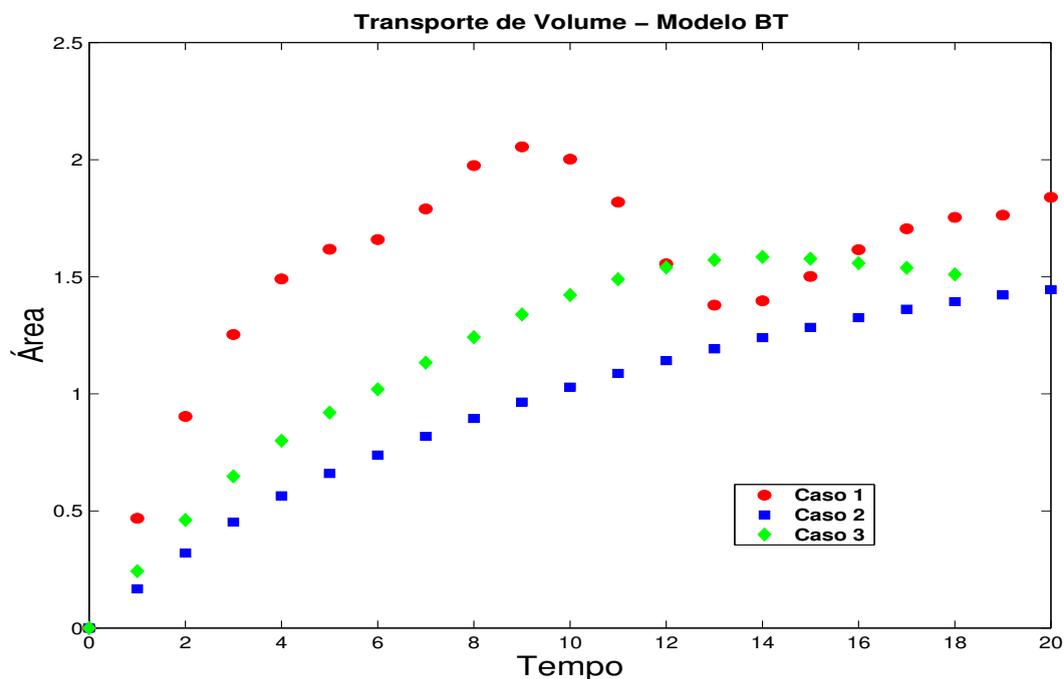


Figura 3.17: Transporte de volume através da Margem Continental para o experimento 1, casos 1, 2 e 3.

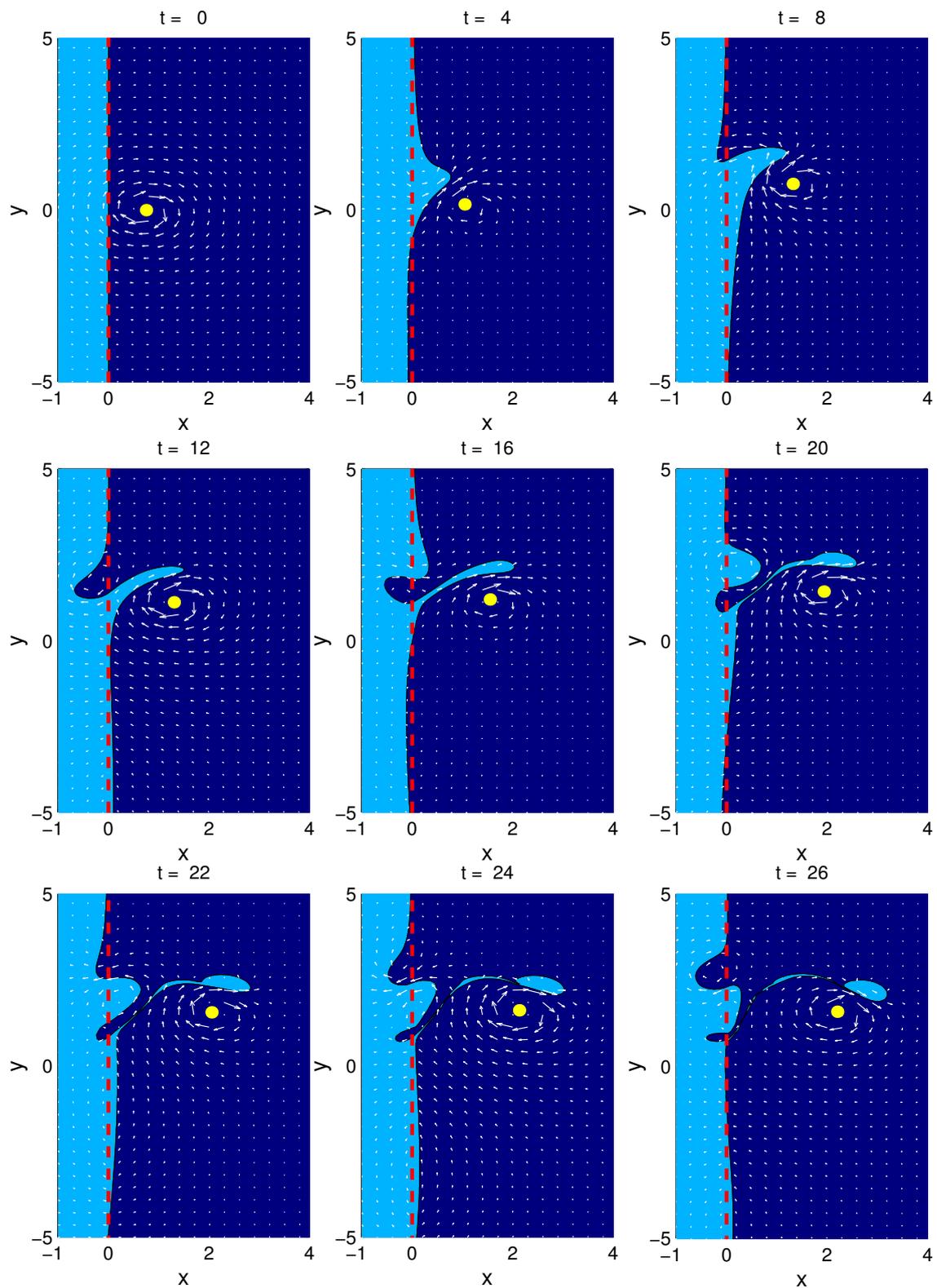
No segundo experimento que realizamos (**Exp2-1**, Figura 3.18), o vórtice singular anticiclônico é posicionado a uma distância  $x_v - x_t = 0,75$  da margem continental. A evolução inicial é semelhante ao do **Exp1-1** até  $t = 4$ , sendo que a anomalia ciclônica formada possui uma amplitude menor que a do experimento anterior. A formação de uma anomalia ciclônica com menor amplitude é devida ao vórtice singular em  $t = 0$  ter sido posicionado a uma distância maior da frente, o que implica em uma interação mais fraca. A partir de  $t = 8$ , devido ao vórtice ter propagado para nordeste e a anomalia ciclônica não ter se desenvolvido o suficiente, o processo de enrolamento do vórtice não ocorre. A partir deste momento, a anomalia ciclônica passa a exercer papel predominante na evolução da frente. Em  $t = 12$ , podemos notar que águas da região profunda são advectadas na parte posterior da anomalia ciclônica para dentro da região rasa. Estas águas adquirem vorticidade relativa negativa, através do mecanismo de compressão do tubo de vórtice, formando assim uma anomalia anticiclônica na frente. A interação das anomalias de vorticidade ciclônica e anticiclônica, atua de forma a favorecer o desenvolvimento da anomalia anticiclônica. Em  $t = 16$ , o vórtice tende a alongar a anomalia ciclônica, iniciando assim o processo de estrangulamento de sua base. Com a anomalia ciclônica praticamente estrangulada, seu efeito na frente diminui, permitindo que a anomalia anticiclônica advecte águas da região rasa na sua parte posterior para dentro da região profunda, formando uma anomalia ciclônica secundária. O vórtice, devido ao efeito do estrangulamento causado pela anomalia anticiclônica, não consegue injetar mais água da região rasa para a região profunda, advectando a água presente na anomalia para frente, dando início a formação do vórtice topográfico na porção posterior e realimentando o processo de filamentação na porção anterior. A interação das anomalias ( $t = 16$  a  $t = 22$ ) favorece o crescimento da anomalia ciclônica secundária, a qual, por sua vez, atua de maneira a advectar as águas de origem profunda para fora da região rasa, provocando um processo de alongamento na anomalia anticiclônica. Em  $t = 22$ , o vórtice topográfico já está bem desenvolvido e em  $t = 24$ , ele está prestes a se desprender da frente. Em  $t = 26$ , ocorre filamentação na base do vórtice topográfico e, devido a este processo, somos obrigados a interromper a simulação.

A presença da costa meridional paralela à margem continental no experimento 2 (**Exp2**), casos 2 e 3, como visto nos experimentos anteriores, inibe o desenvolvimento das anomalias na frente, retarda e impede o estrangulamento e filamentação da base da anomalia ciclônica. No experimento **Exp2-2**, observamos a formação de um vórtice ciclônico na plataforma em  $t = 26$  (Figura 3.19), fenômeno não observado nos experimentos **Exp2-1**, **Exp2-3** e anteriores.

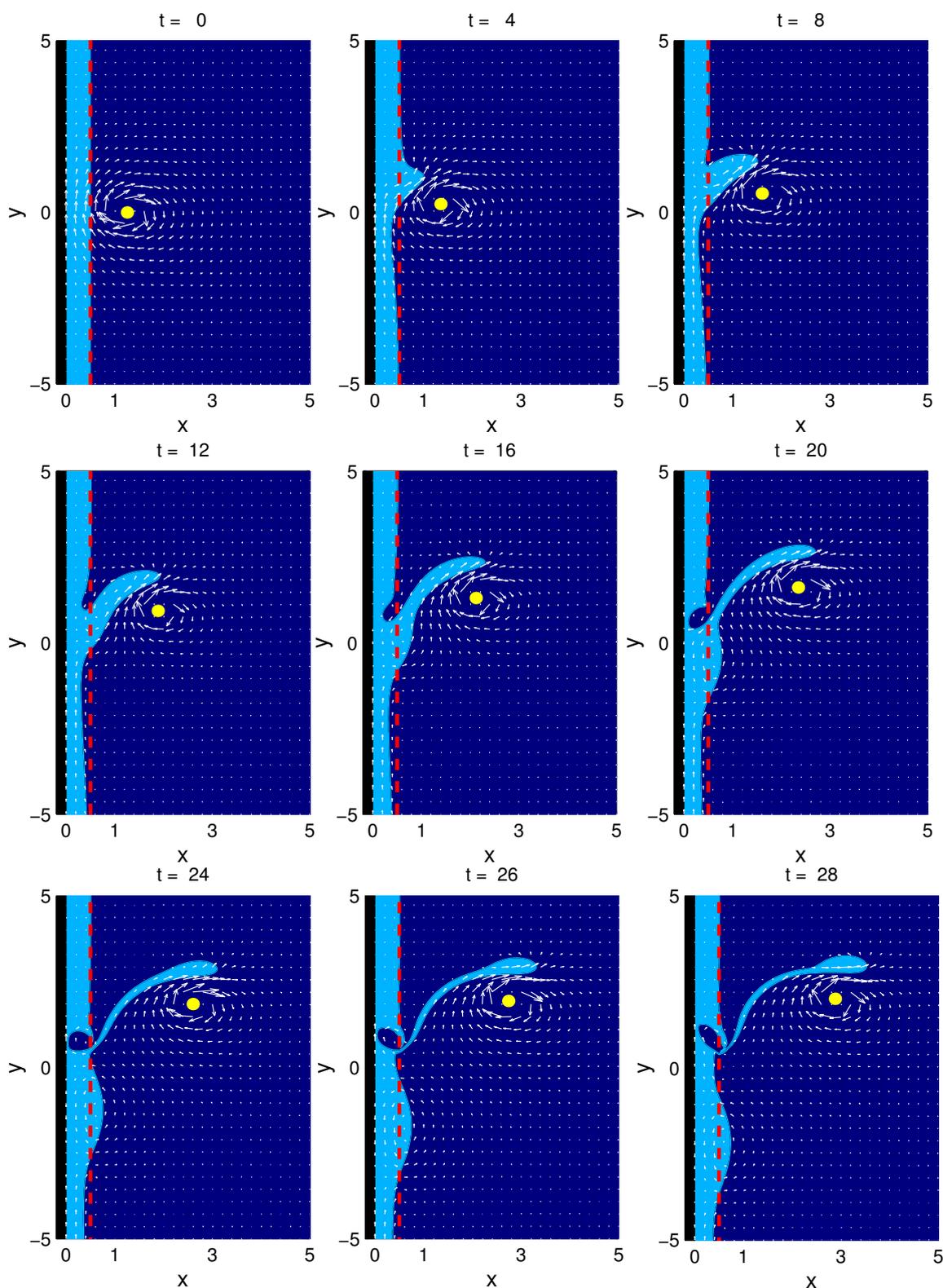
No **Exp2-3**, Figura 3.20, em função da largura da plataforma ser maior, a influência da costa na evolução do sistema frente topográfica-vórtice não é tão restritiva de maneira a alterar o padrão de evolução. Podemos observar que as características gerais da evolução se assemelham com o **Exp2-1**, onde a plataforma é infinita. Mesmo assim, algumas características persistem, como o retardamento do processo de estrangulamento e filamentação ( $t = 20$ ).

A trajetória do vórtice no experimento 2, para os três casos em consideração, é apresentada através da Figura 3.21. É possível observar que nos dois casos onde a costa está presente (casos 2 e 3), o deslocamento do vórtice é essencialmente para nordeste, sendo que nos instantes finais da simulação seu deslocamento é para oeste. No caso 1 podemos observar que, embora a propagação seja em média para nordeste, o vórtice singular apresenta, também como no **Exp1-1**, uma trajetória ciclóide.

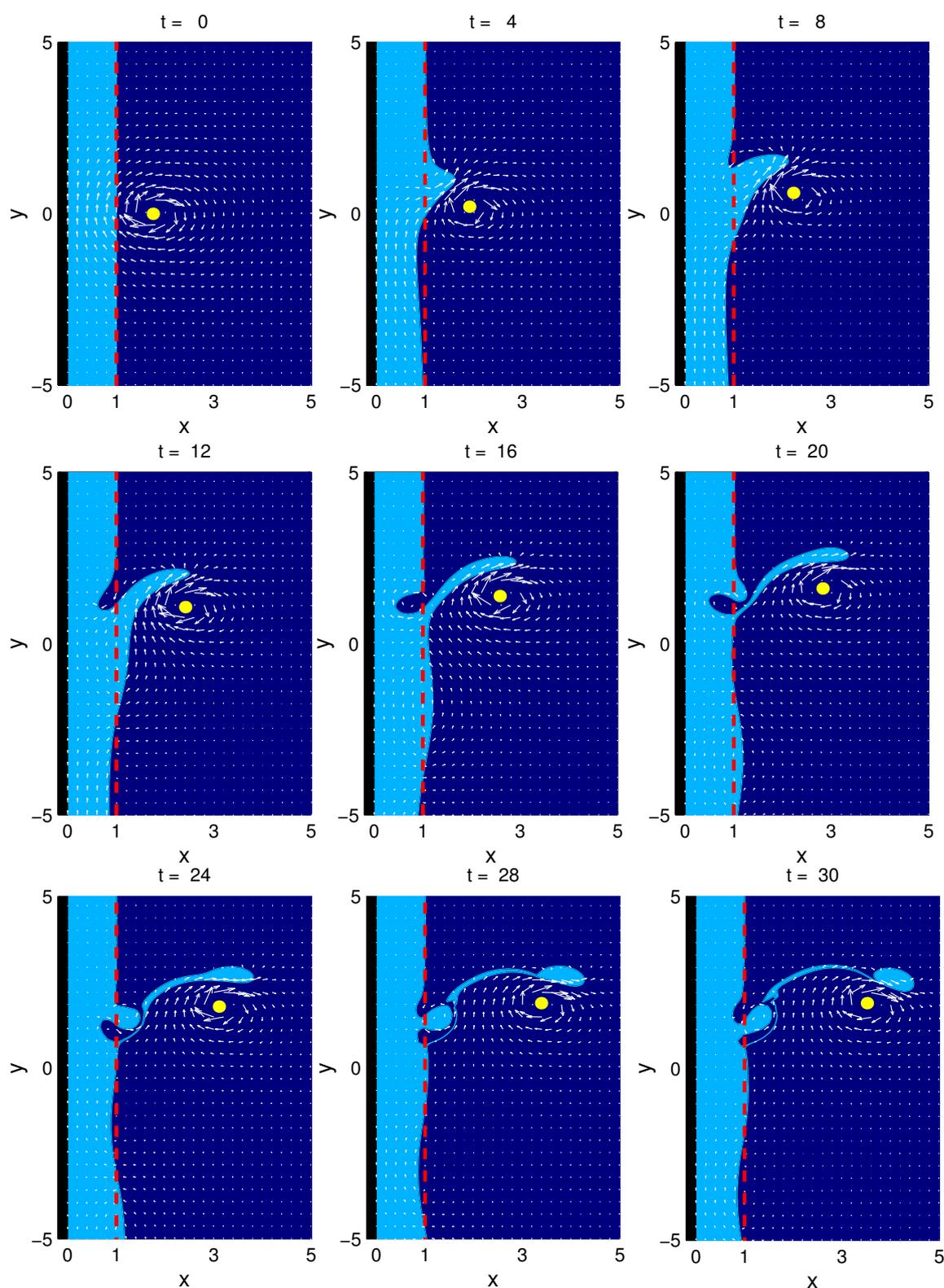
O transporte de volume (Figura 3.22), como apontado anteriormente, diminui em função da extensão da plataforma: quanto mais estreita, menor é o transporte.



**Figura 3.18:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 2, caso 1* da Tabela 3.2.



**Figura 3.19:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 2*, caso 2 da Tabela 3.2.



**Figura 3.20:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 2*, caso 3 da Tabela 3.2.

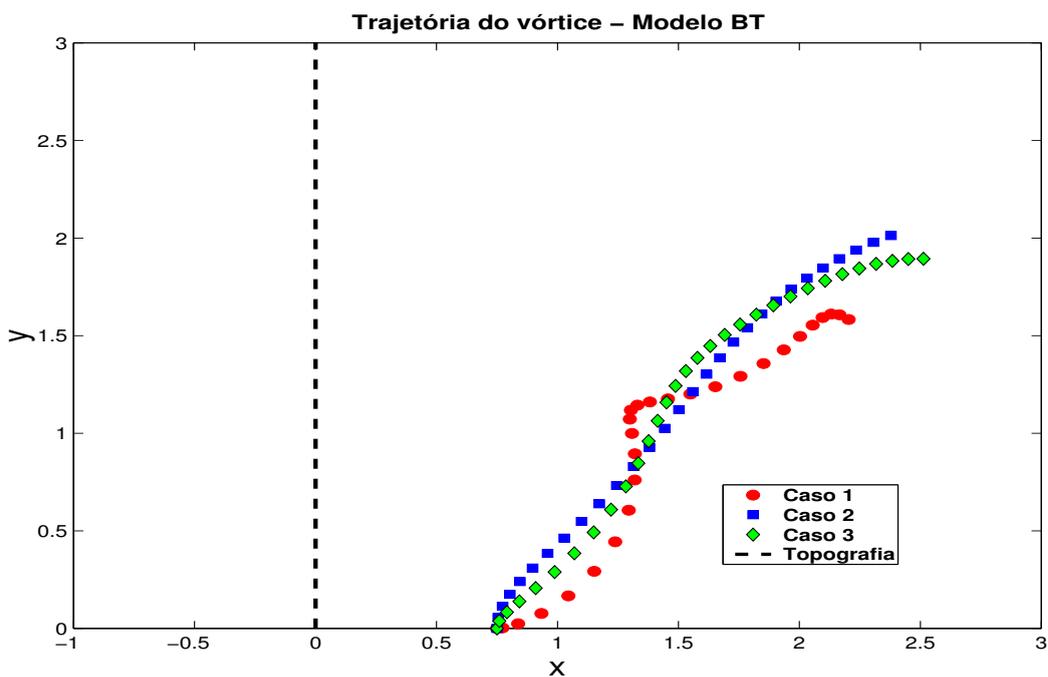


Figura 3.21: Trajetória do vórtice anticlônico do experimento 2, para os casos 1, 2 e 3.

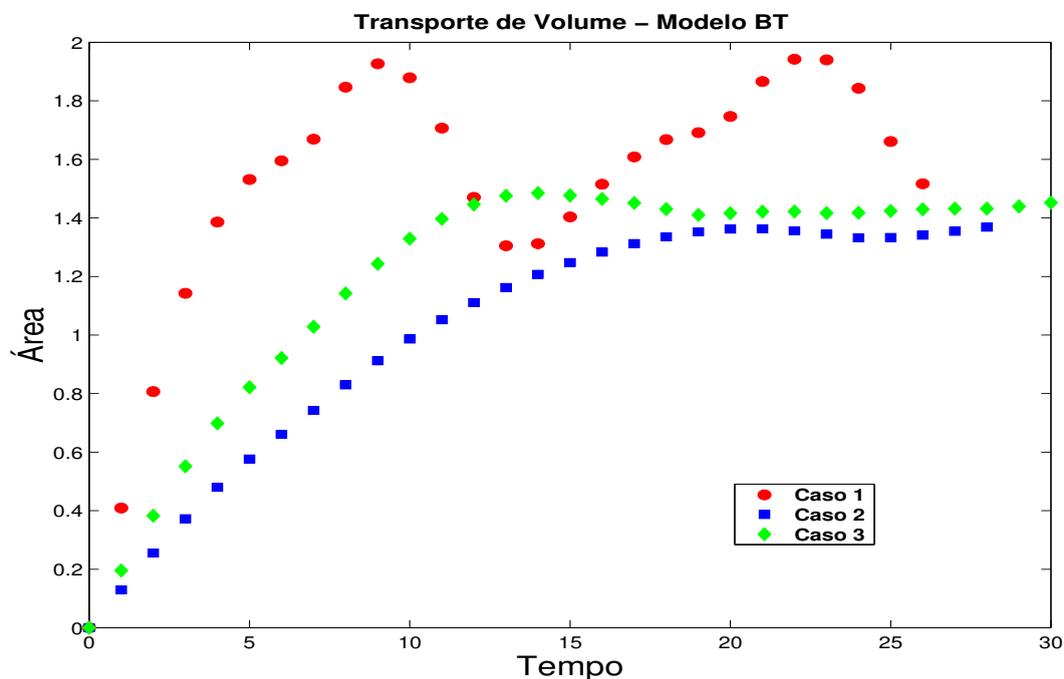


Figura 3.22: Transporte de volume através da Margem Continental para o experimento 2, para os casos 1, 2 e 3.

No **Exp3-1** (Figura 3.23), o vórtice anticiclônico foi colocado inicialmente à distância  $x_v - x_t = 1, 0$ . Nos instantes iniciais, a evolução do sistema é qualitativamente semelhante aos experimentos anteriores. Há formação e crescimento da anomalia ciclônica ( $t = 0$  a  $t = 4$ ), mas com amplitude bem menor. Tais anomalias são devidas à fraca interação. A intensidade da interação está intrinsecamente associada à distância da margem continental ao vórtice singular. Em  $t = 8$ , o vórtice propagou-se para nordeste e está a uma distância  $x_v - x_t > 1.3$ . A esta distância, a intensidade da interação do vórtice com a frente é mínima, e a anomalia ciclônica passa a exercer papel preponderante na evolução da frente. Em  $t = 12$ , ocorre a formação de uma anomalia anticiclônica na porção mais ao norte da frente. Em  $t = 16$ , a anomalia anticiclônica cria uma anomalia ciclônica secundária em sua porção ao norte. A anomalia ciclônica secundária junto com a anomalia anticiclônica e o vórtice singular são responsáveis pelo alongamento da anomalia ciclônica. Em  $t = 20$  a  $t = 28$  observamos o crescimento da anomalia ciclônica secundária e o surgimento de uma nova anomalia anticiclônica. Esta sucessão de anomalias na frente faz com que a frente apresente um padrão de evolução complexo. O vórtice atua de forma ativa nos instantes iniciais na formação da anomalia ciclônica e nos instantes finais no processo de alongamento e filamentação.

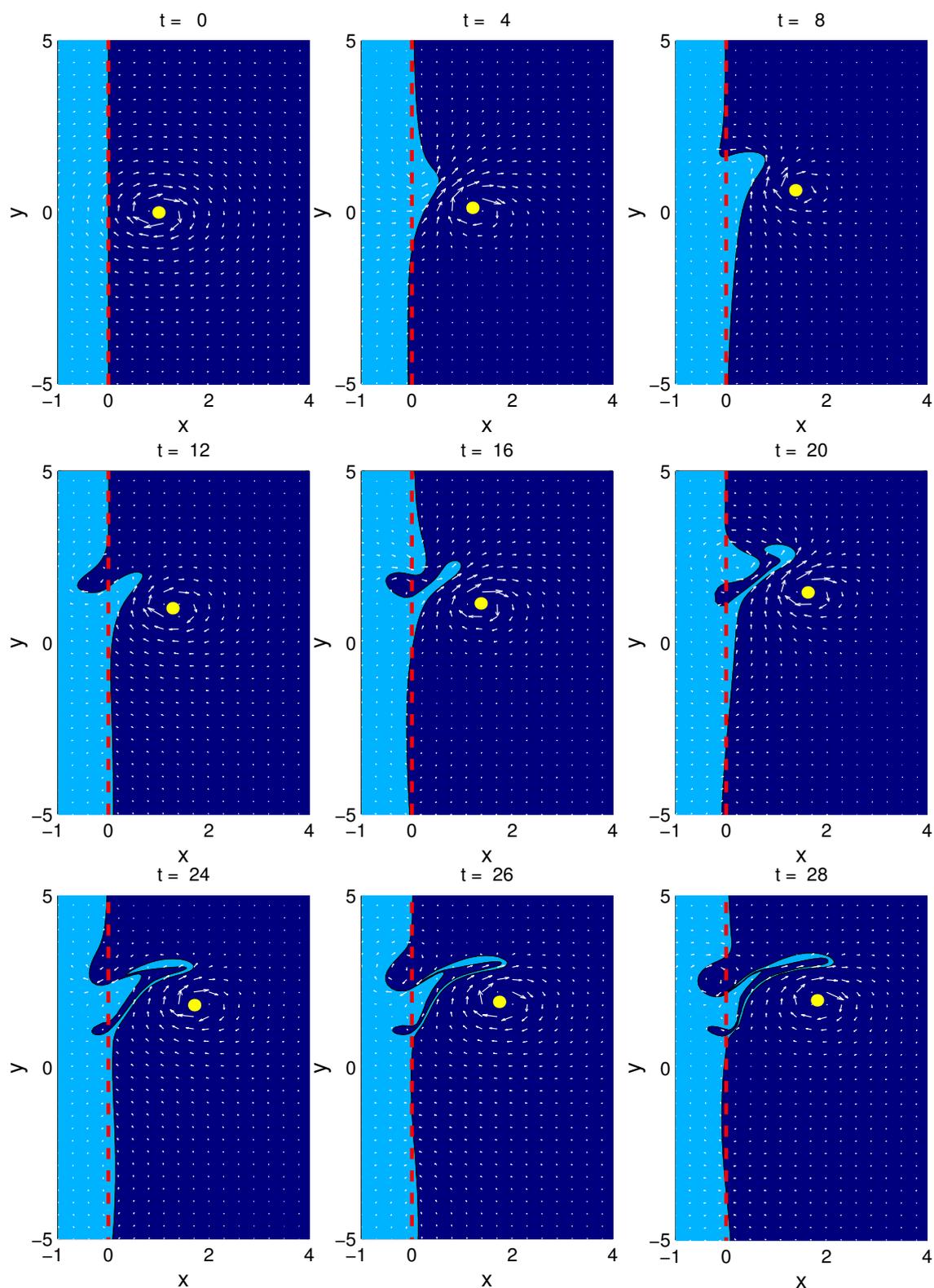
Os experimentos **Exp3-2** (Figura 3.24) e **Exp3-3** (Figura 3.25) apresentam, nos instantes iniciais ( $t = 0$  a  $t = 8$ ), um padrão de evolução qualitativamente semelhante ao experimento **Exp3-1**. A partir de  $t = 12$ , diferentemente do experimento **Exp3-1** (Figura 3.23), a presença da costa inibe o desenvolvimento da anomalia anticiclônica, permitindo assim que o vórtice singular injete mais águas da plataforma para dentro da anomalia ciclônica, fazendo-a crescer ainda mais. Em  $t = 16$ , a anomalia anticiclônica inicia o processo de estrangulamento da base da anomalia ciclônica. Em  $t = 20$ , com a base da anomalia ciclônica estrangulada e a interação do vórtice singular com a frente enfraquecida, o vórtice não consegue injetar mais água da plataforma para a região profunda. Este atua apenas de forma a advectar a água já presente na anomalia para frente, iniciando desta forma o processo de formação do vórtice topográfico ciclônico na sua dianteira e realimentando o processo de filamentação na sua traseira. Em  $t = 24$  a  $t = 26$ , a anomalia anticiclônica se fecha

formando um vórtice topográfico anticiclônico na plataforma e o vórtice ciclônico continua o processo de filamentação da anomalia ciclônica. Em  $t = 28$ , com os vórtices topográficos ciclônico e anticiclônico formados interrompemos a simulação.

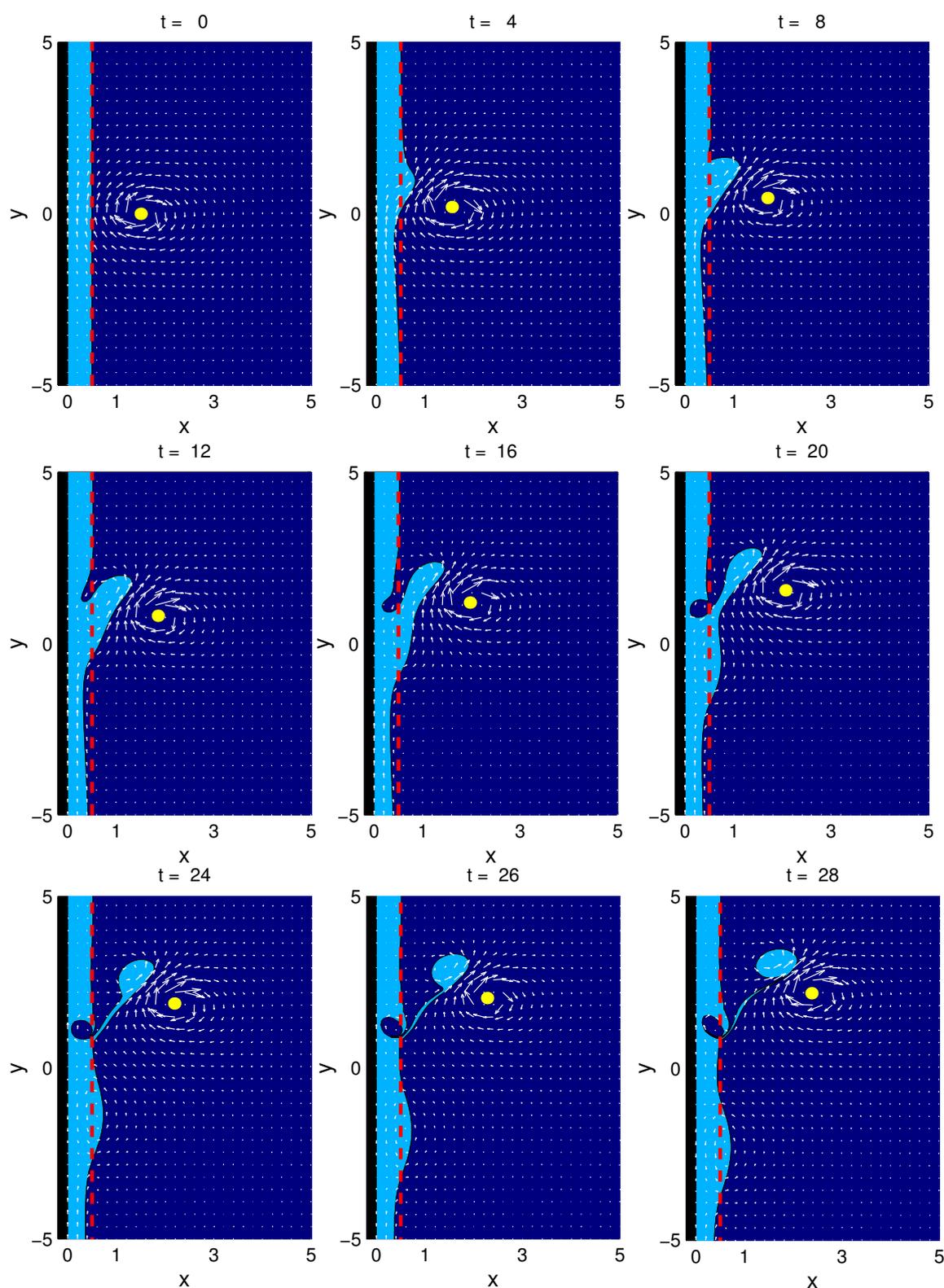
O vórtice singular anticiclônico no experimento **Exp3**, como nos experimentos anteriores, propaga-se para nordeste (Figura 3.26), sendo que na ausência da costa sua trajetória apresenta a forma de uma cicloide. O volume trocado entre a margem continental e o oceano profundo no **Exp3** (Figura 3.27) é menor que nos experimentos anteriores, mas segue o mesmo padrão.

O experimento **Exp4-1** por apresentar características qualitativamente semelhantes ao experimento **Exp3-1** não será descrito. O experimento **Exp4-2** (Figura 3.28) apresenta muita similaridade dinâmica com o experimento **Exp3-2**. Há formação do vórtice topográfico ciclônico e anticiclônico, sendo que a grande diferença apresentada foi que o vórtice topográfico ciclônico se forma muito próximo à frente e provavelmente será reabsorvido. O vórtice singular junto com o vórtice topográfico ciclônico formam um dipolo que, diferindo dos experimentos anteriores, propaga-se para norte e não mais para nordeste.

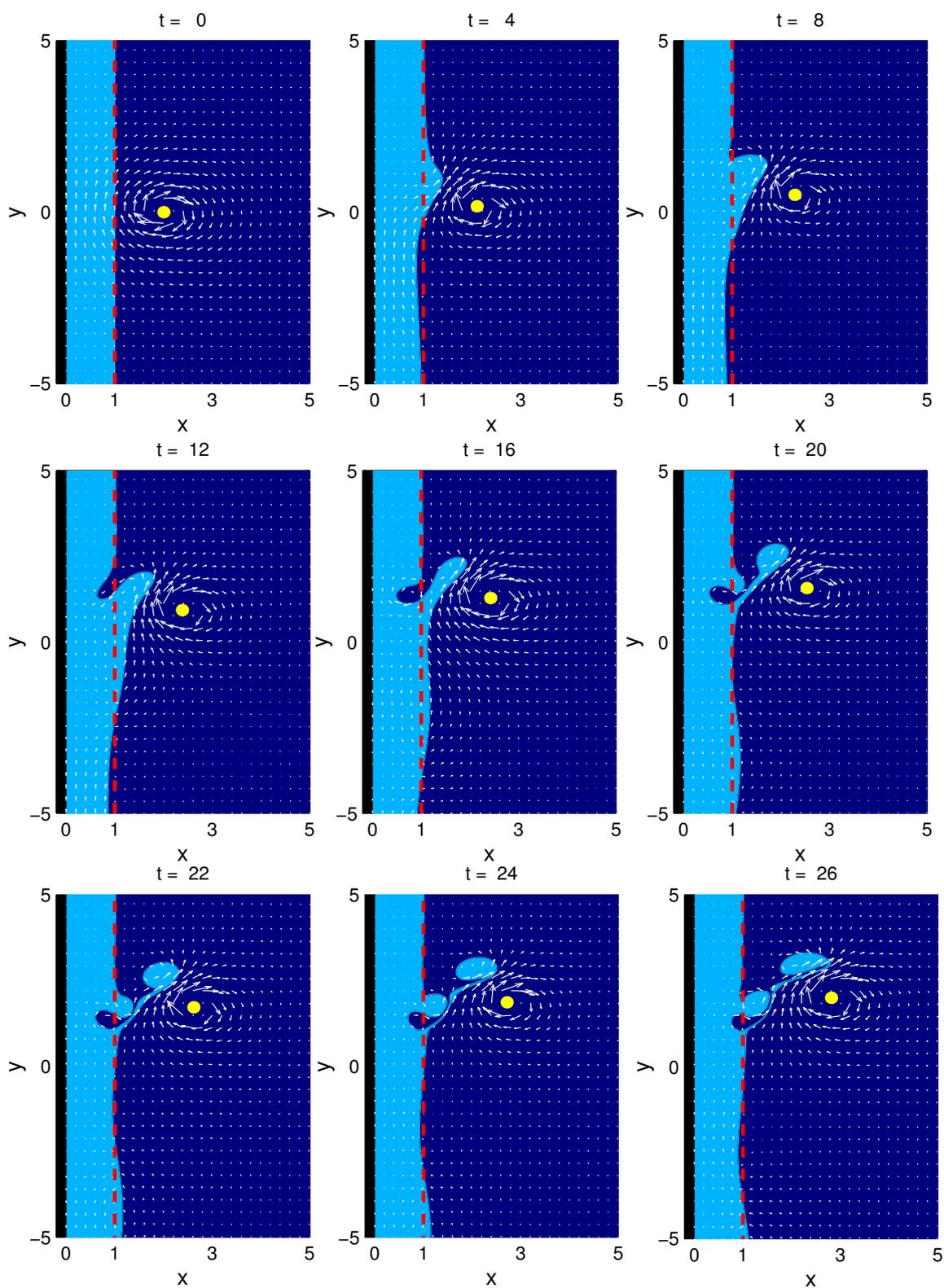
Novamente a trajetória do vórtice singular tem a forma de uma cicloide na ausência da costa. O volume segue o mesmo padrão dos demais experimentos (Figura 3.30).



**Figura 3.23:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 3, caso 1* da Tabela 3.2.



**Figura 3.24:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 3, caso 2* da Tabela 3.2.



**Figura 3.25:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 3, caso 3* da Tabela 3.2.

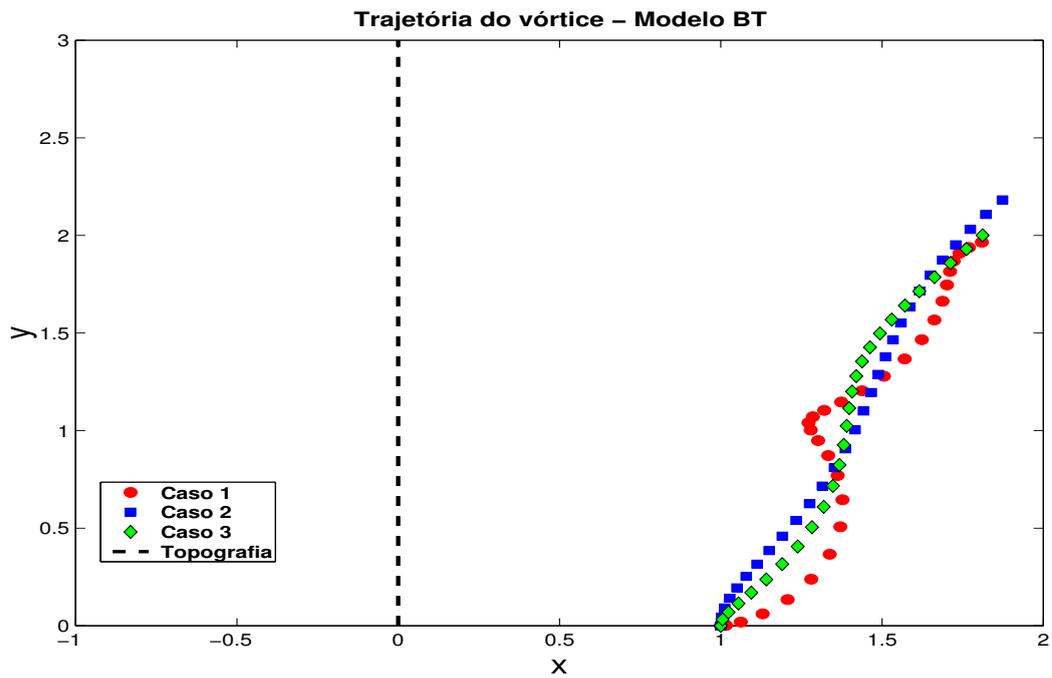


Figura 3.26: Trajetória do vórtice anticiclônico do experimento 3, para os casos 1, 2 e 3.

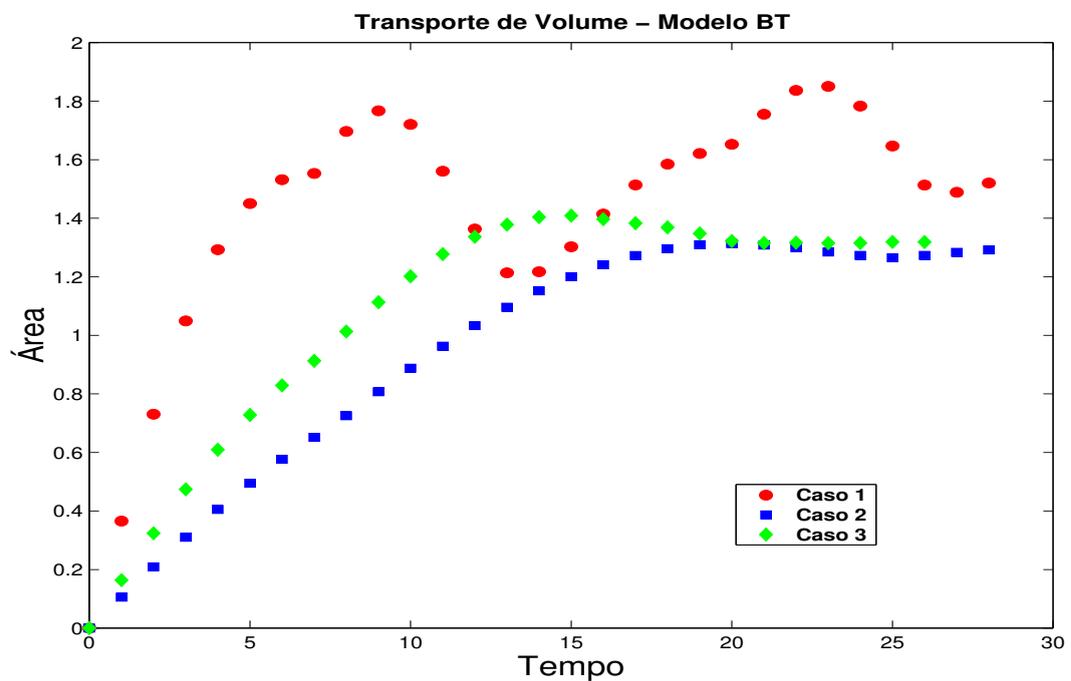
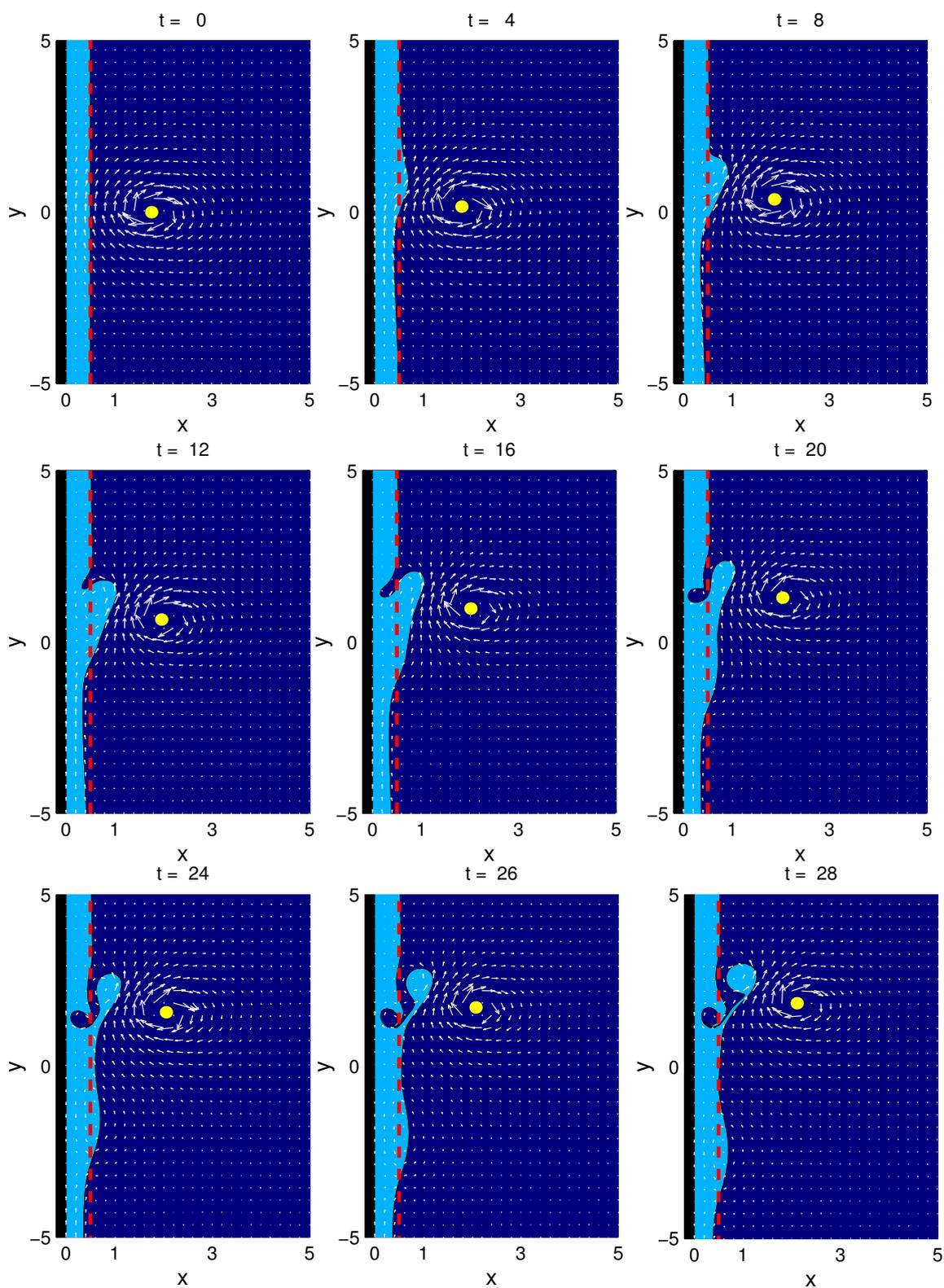


Figura 3.27: Transporte de volume através da Margem Continental para o experimento 3, casos 1, 2 e 3.



**Figura 3.28:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 4*, caso 2 da Tabela 3.2.

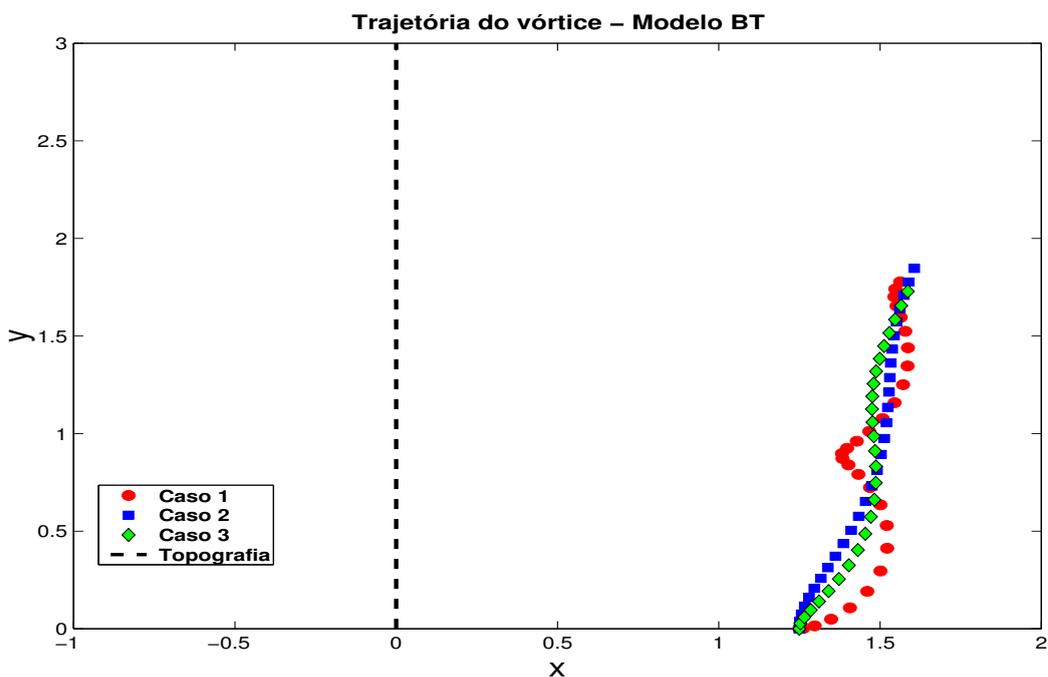


Figura 3.29: Trajetória do vórtice anticlônico do experimento 4, para os casos 1, 2 e 3.

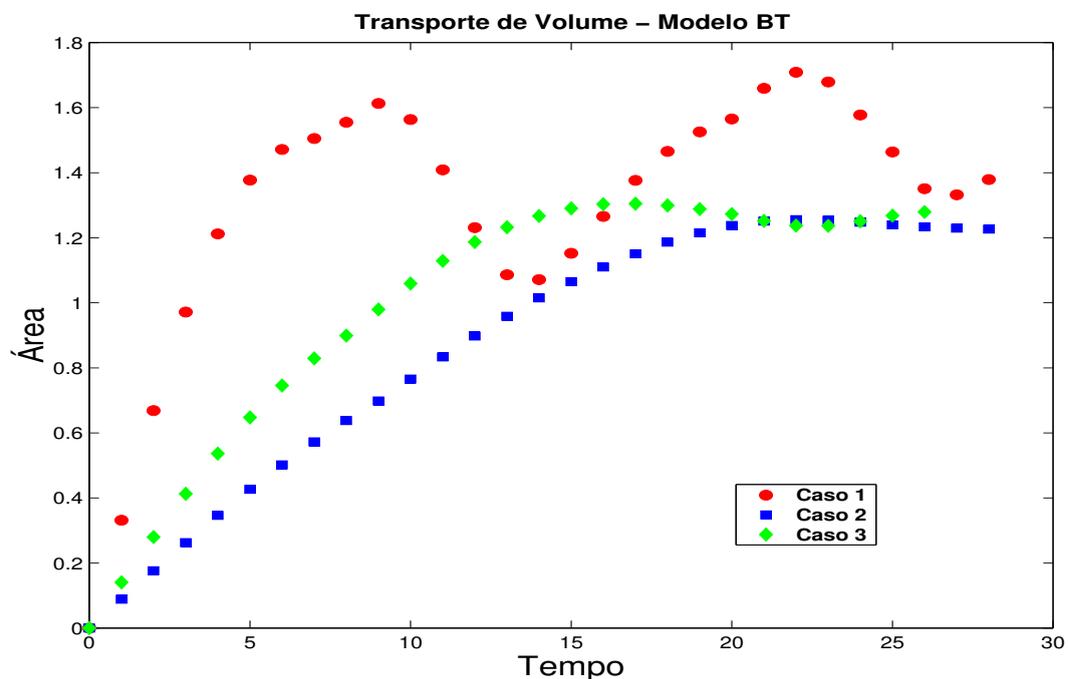


Figura 3.30: Transporte de volume através da Margem Continental para o experimento 4, casos 1, 2 e 3.

**• Vórtice Ciclônico**

As anomalias geradas na frente de **VP** pelo vórtice ciclônico atuam de forma a atraí-lo em direção à topografia, aprisionando-o. As principais características observadas na interação entre a margem continental e vórtice ciclônico são apresentados na Tabela 5.1.

A interação e evolução do sistema margem continental-vórtice ciclônico será descrita de forma qualitativa a seguir.

O experimento **Exp5-1** (Figura 3.31) apresenta o vórtice posicionado inicialmente o mais próximo da margem continental em  $x_v - x_t = 0,5$  com a plataforma tomada infinita. O vórtice singular ciclônico nos instantes iniciais ( $t = 2$ ), ao interagir com a frente de **VP**, desloca águas do oceano profundo para dentro da margem continental à sua direita, criando uma anomalia anticiclônica. Ao mesmo tempo desloca águas da plataforma para dentro do oceano profundo na sua porção esquerda, criando uma anomalia ciclônica. Estas anomalias criadas são assimétricas, isto é, a anomalia anticiclônica formada na frente é maior que a ciclônica. A onda topográfica gerada na frente através deste processo, como predito pela teoria linear, propaga-se para sul. Diferentemente do caso anticiclônico a circulação gerada pelo vórtice ciclônico na frente, também propaga para sul.

A anomalia anticiclônica tende a mover o vórtice singular na direção sul, da mesma forma que sua imagem. A anomalia ciclônica atua, por sua vez, deslocando o vórtice na direção da topografia. Estas anomalias, em conjunto, fazem com que o vórtice singular propague-se para sudoeste. A medida que o vórtice singular se aproxima da margem ( $t = 4$ ), mais água é deslocada para dentro da plataforma, aumentando assim o tamanho da anomalia anticiclônica. Em  $t = 6$ , o vórtice atravessa a margem continental e inicia um processo de filamentação com águas oriundas da plataforma. O vórtice singular junto com a anomalia ciclônica forma um dipolo que se propaga para oeste. Em  $t = 10$ , o desenvolvimento de uma nova anomalia ciclônica, a direita do vórtice singular, altera o sentido de sua propagação para noroeste. Em  $t = 12$ , o filamento enrolou-se completamente em redor do vórtice e novos filamentos se formam. Neste instante, devido ao aparecimento de estruturas

de pequena escalas interrompemos a simulação.

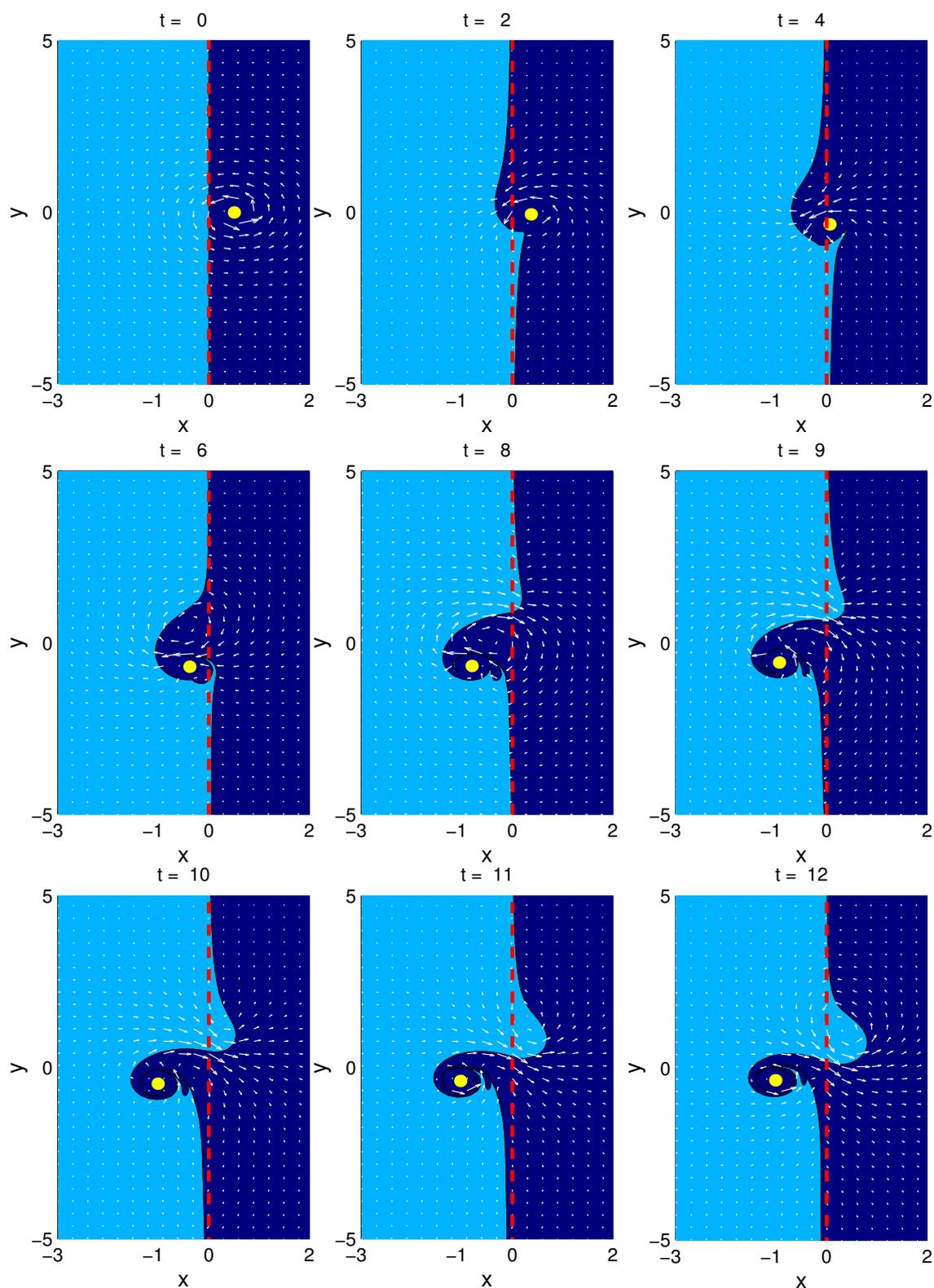
O experimento **Exp5-2** (Figura 3.32), difere do anterior apenas na largura da plataforma, a qual agora é finita e com largura  $x_t = 0,5$ . Nos instantes iniciais ( $t = 2$ ) o vórtice singular cria anomalias anticiclônicas na porção à direita e anomalias ciclônicas na porção à esquerda do vórtice. A presença da costa como esperado cria uma corrente para sul paralela a costa na plataforma, atuando de forma a inibir o desenvolvimento da anomalia anticiclônica e possibilitando que a anomalia ciclônica se desenvolva mais do que a anticiclônica. Mesmo com a anomalia anticiclônica não se desenvolvendo tanto como no caso anterior, o vórtice singular se propaga mais na direção sul do que na direção sudoeste, quando comparado a esse caso. Isto é devido à presença da costa que impõe uma propagação para sul ao vórtice. Em  $t = 4$ , a anomalia ciclônica começa a enrolar-se ao redor do vórtice singular. Em  $t = 11$ , o vórtice singular atravessa a margem continental e o filamento, formado por águas da plataforma, que se enrolou no vórtice alcança a costa e neste momento interrompemos a simulação.

No experimento **Exp5-3** (Figura 3.33), com a plataforma mais larga,  $x_t = 1,0$ , a evolução do sistema assemelha-se de forma qualitativa com o experimento anterior. Algumas mudanças qualitativas ocorrem como, por exemplo, o vórtice singular atravessa a plataforma num passo de tempo inferior ( $t = 7$ ) e o filamento de vorticidade ciclônica enrola-se completamente no vórtice.

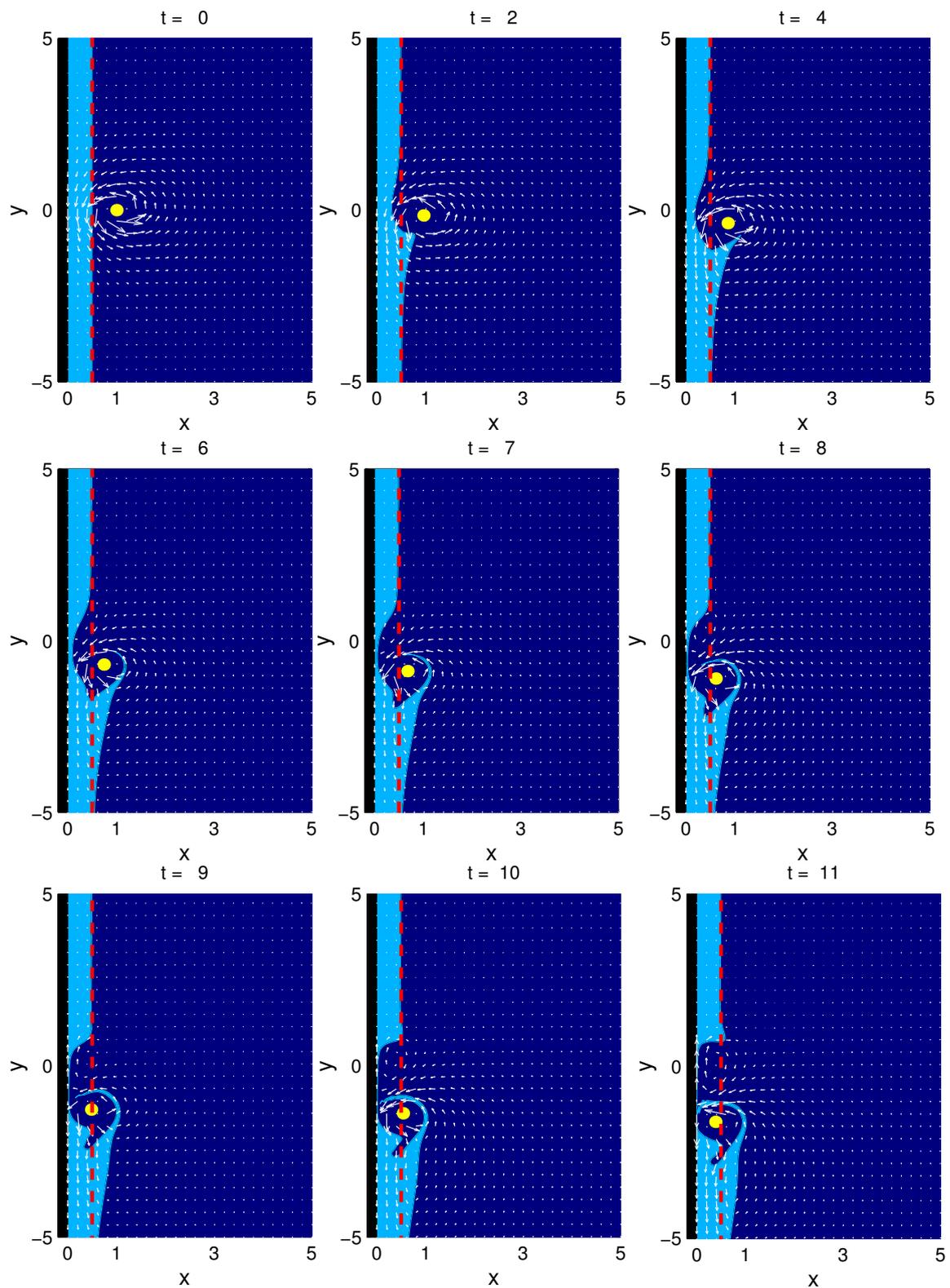
A propagação do vórtice para o experimento **Exp5** é apresentada através da Figura 3.34, onde podemos observar que o vórtice propaga-se para sudoeste antes de atravessar a frente nos três casos de estudo. Após atravessá-la sua propagação é para oeste nos casos 1 e 2 e continua sendo para sudoeste no caso 3. O transporte de volume (Figura 3.35) é maior no caso 3, onde a largura da plataforma é  $x_t = 1,0$ .

Tabela 3.3: Modelo Barotrópico

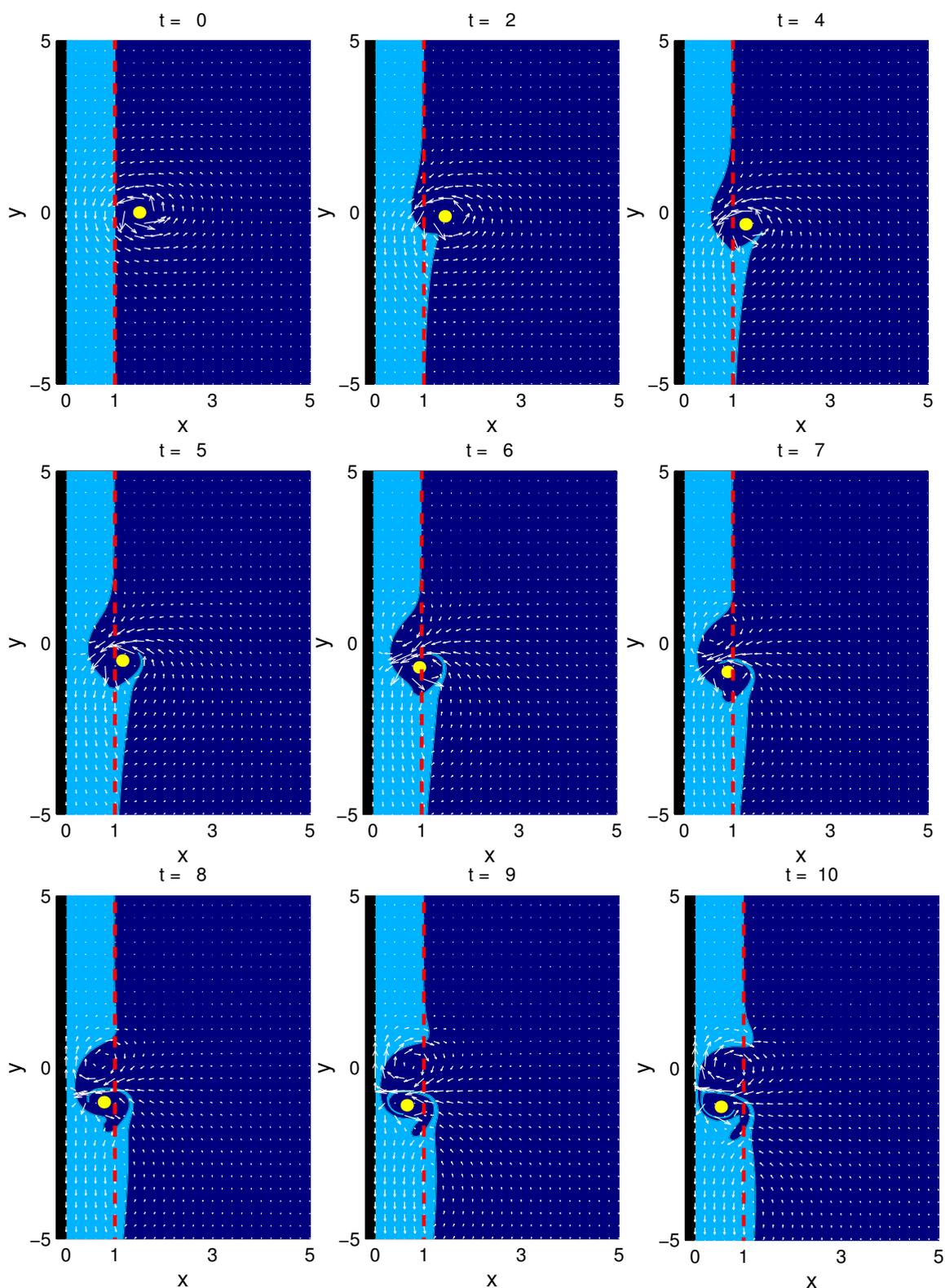
Interação Margem Continental-Vórtice Ciclônico					
Experimentos	Casos	Costa	$x_t$	$x_v - x_t$	Resposta da Interação
Exp5	1	Não	0.0	0,5	Filamentação e absorção do vórtice
	2	Sim	0,5		Absorção do vórtice e inundação da plataforma
	3	Sim	1,0		
Exp6	1	Não	0.0	0,75	Filamentação, absorção e meandramento
	2	Sim	0,5		Absorção do vórtice, formação de vórtice, inundação da Plataforma e corrente costeira
	3	Sim	1,0		Absorção do vórtice
Exp7	1	Não	0.0	1,0	Filamentação e onda
	2	Sim	0,5		Filamentação, inundação da plataforma e corrente costeira
	3	Sim	1,0		Onda
Exp8	1	Não	0.0	1,25	Onda
	2	Sim	0,5		
	3	Sim	1,0		



**Figura 3.31:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 5, caso 1* da Tabela 5.1.



**Figura 3.32:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 5, caso 2* da Tabela 5.1.



**Figura 3.33:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 5, caso 3* da Tabela 5.1.

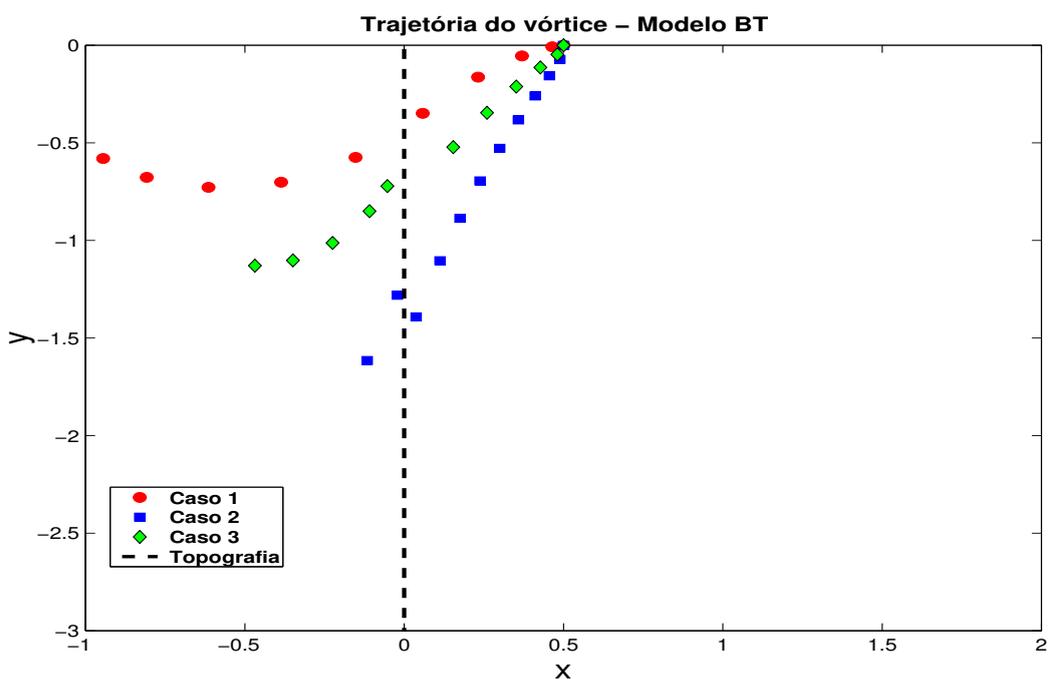


Figura 3.34: Trajetória do vórtice ciclônico do experimento 5, para os casos 1, 2 e 3.

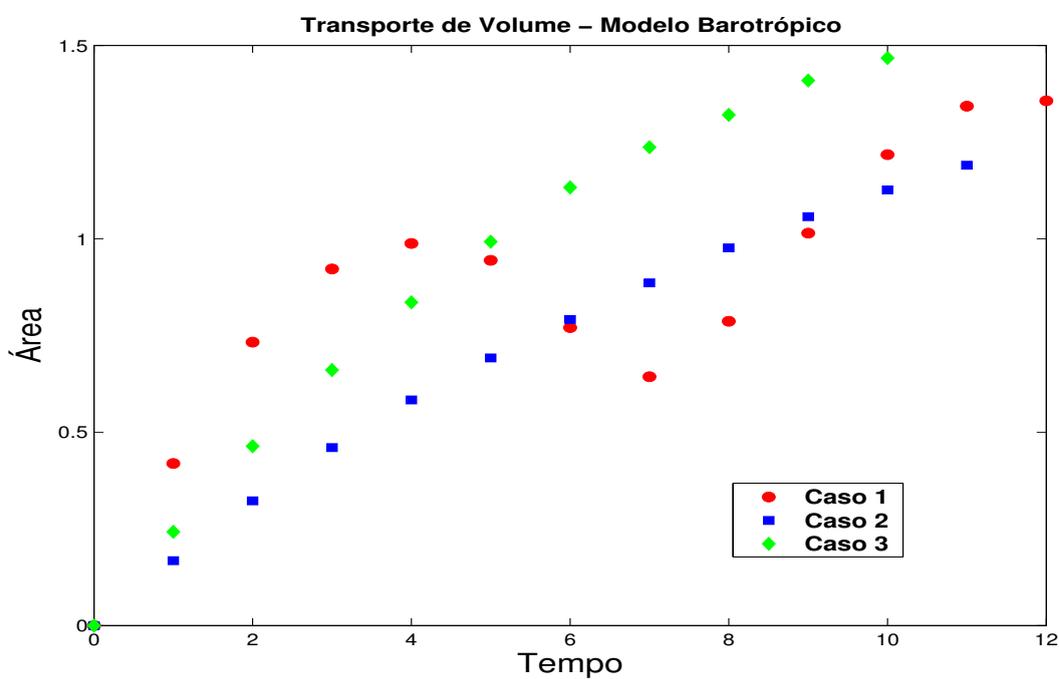


Figura 3.35: Transporte de volume através da Margem Continental, para o experimento 5, casos 1, 2 e 3.

No experimento **Exp6-1** (Figura 3.36), com a plataforma infinita, o vórtice ciclônico é posicionado inicialmente a uma distância 0.25 maior do que a do **Exp5-1**. A evolução do sistema é qualitativamente semelhante ao **Exp5-1**. A principal diferença observada é que o vórtice ciclônico atravessa a margem continental num intervalo de tempo 2 vezes superior.

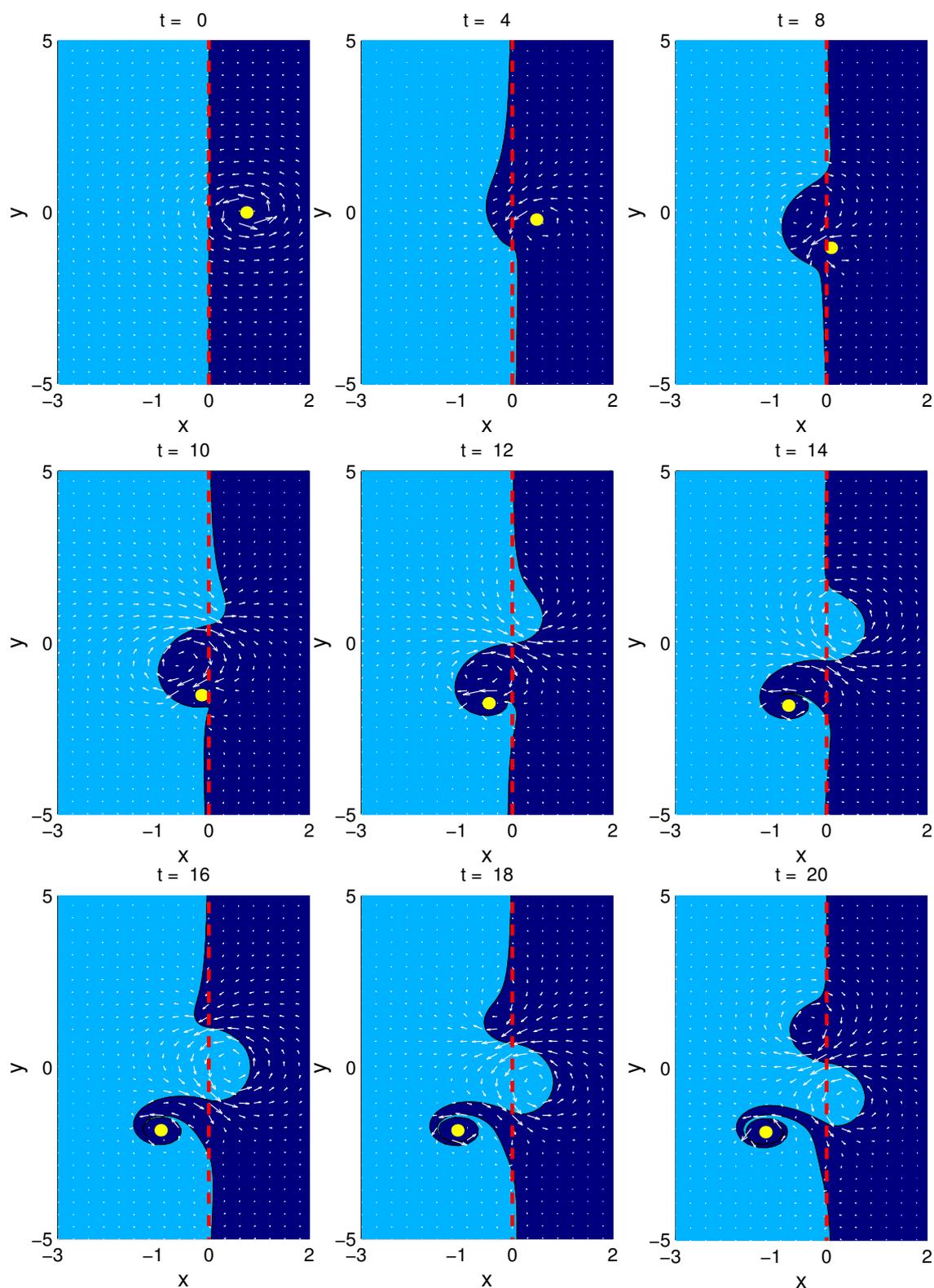
No experimento **Exp6-2** (Figura 3.37), a evolução do sistema margem continental-vórtice ciclônico apresenta a formação de um vórtice topográfico ciclônico em  $t = 28$ , fenômeno este não observado em nenhum dos experimentos anteriores. Neste experimento o vórtice é posicionado inicialmente a uma distância  $x_v - x_t = 0,75$ , a plataforma é finita e possui largura  $x_t = 0,5$ . Devido ao vórtice estar mais distante da plataforma, as anomalias anticiclônicas (na sua porção direita) e ciclônicas (na sua porção esquerda) formadas, possuem amplitudes menores que a do experimento **Exp 5-2** (Figura 3.32). Em  $t = 4$ , devido a interação do vórtice com a margem ser mais fraca, este não consegue criar o filamento de vorticidade ciclônica, característico dos experimentos anteriores com plataforma finita. Porém em  $t = 12$ , com o vórtice ciclônico bem mais próximo da margem, um filamento começa a ser gerado a sua esquerda. Em  $t = 16$ , inicia-se a formação de outro filamento ciclônico, desta vez na extremidade direita do vórtice. Em  $t = 20$ , o filamento na parte esquerda começa a enrolar-se em redor do vórtice singular e o filamento da direita começa a crescer. O vórtice singular em,  $t = 24$ , atravessa a margem continental e o filamento ciclônico da direita começa a dar origem ao vórtice topográfico ciclônico. Em  $t = 28$ , o vórtice topográfico está prestes a se desprender.

No experimento **Exp6-3** (Figura 3.38), há formação de um vórtice topográfico ciclônico em  $t = 25$  bem maior do que o do experimento anterior. A posição inicial do vórtice singular é a mesma, sendo a largura da plataforma neste experimento  $x_t = 1,0$ . Devido à plataforma ser mais extensa a influência da costa na frente é menor, possibilitando assim que o vórtice singular crie anomalias ciclônicas e anticiclônicas ( $t = 4$ ) bem maiores que as do experimento **Exp6-2** (Figura 3.37). Em  $t = 12$ , a anomalia anticiclônica é responsável pela formação de uma anomalia ciclônica secundária à sua esquerda. Em  $t = 16$ , o vórtice singular está prestes a atravessar a margem e a anomalia ciclônica secundária está bem desenvolvida. Em

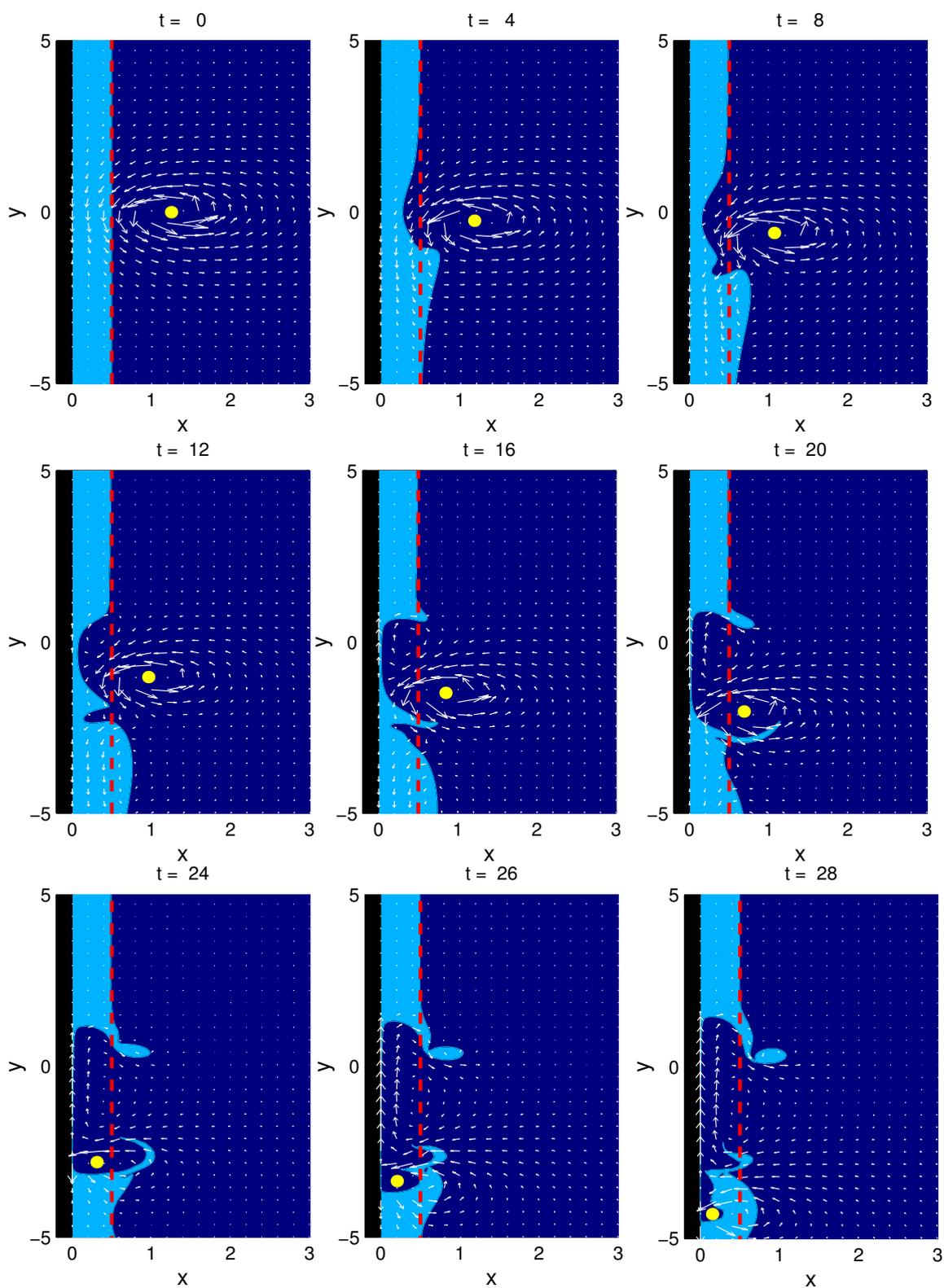
$t = 20$ , o vórtice atravessou a margem e inicia a formação de um filamento ciclônico que se enrola ao seu redor. A anomalia anticiclônica primária, a qual é constituída pelas águas do oceano profundo, alcança a costa, a qual junto com o vórtice singular, forma uma circulação em forma de dipolo com conseqüente propagação para oeste. A anomalia ciclônica secundária inicia a formação de uma nova anomalia anticiclônica a sua direita, a qual é responsável pelo estrangulamento de sua base e desprendimento do vórtice topográfico. O vórtice singular devido a sua proximidade com a costa ( $t = 24$ ), propaga-se para Sul, pelo efeito de sua imagem. Em  $t = 25$ , o vórtice topográfico está formado e parte do filamento propagou-se para Norte devido a corrente costeira formada pela anomalia anticiclônica primária. Neste ponto devido à filamentação e a proximidade do vórtice à costa interrompemos a simulação.

Nos três experimentos o vórtice propaga-se para sudoeste, sendo que nos experimentos **Exp6-1** e **Exp6-3** depois de o vórtice atravessar a frente sua propagação é para oeste (Figura 3.39). No experimento **Exp6-3** nos instantes finais da simulação a proximidade do vórtice à costa torna o efeito imagem dominante e em resposta o vórtice propaga-se para sul.

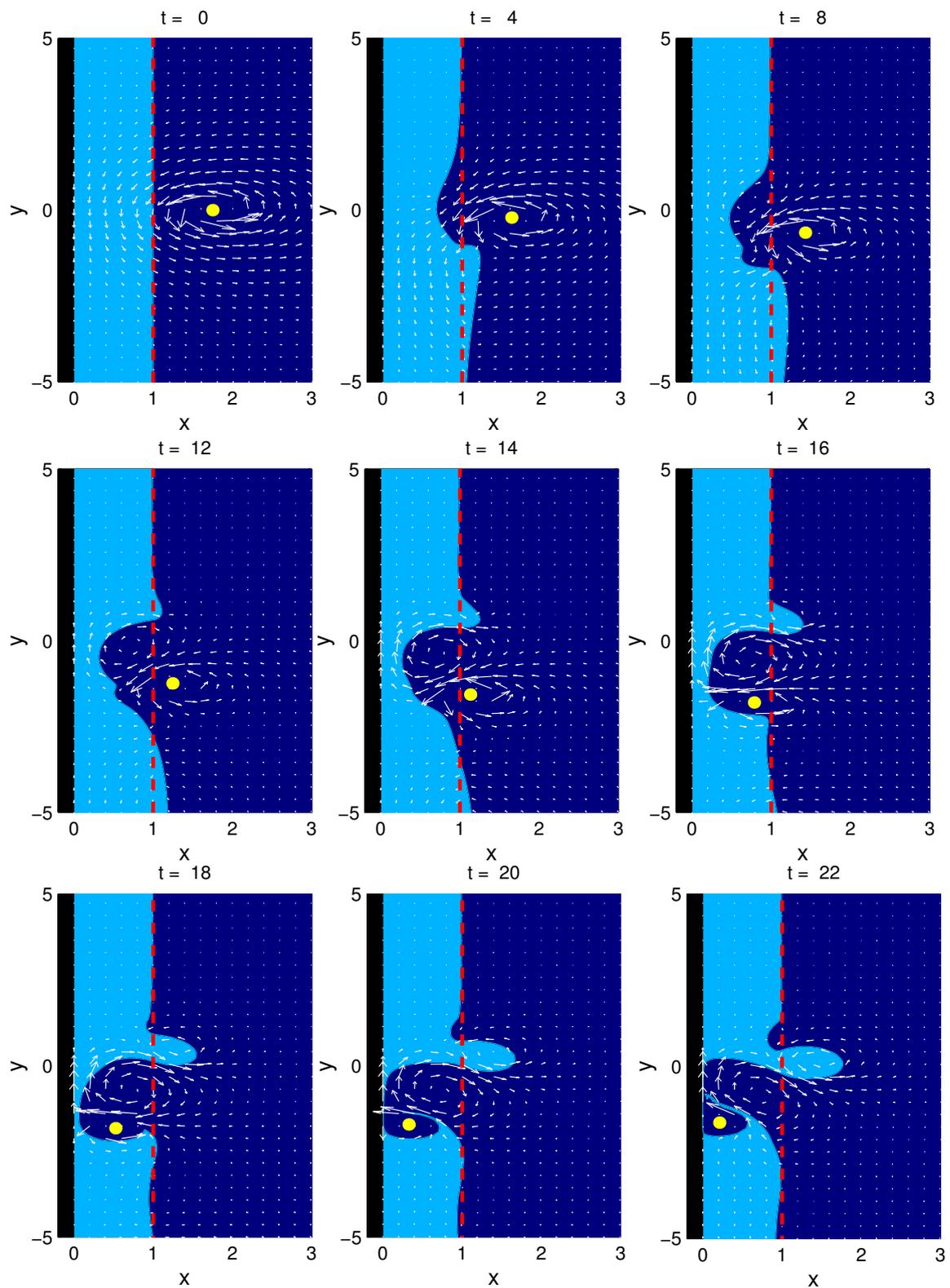
A Figura 3.40, mostra que o volume transportado entre a plataforma e o oceano profundo é diretamente proporcional a largura da plataforma.



**Figura 3.36:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 6, caso 1* da Tabela 5.1.



**Figura 3.37:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 6, caso 2* da Tabela 5.1.



**Figura 3.38:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 6, caso 3* da Tabela 5.1.

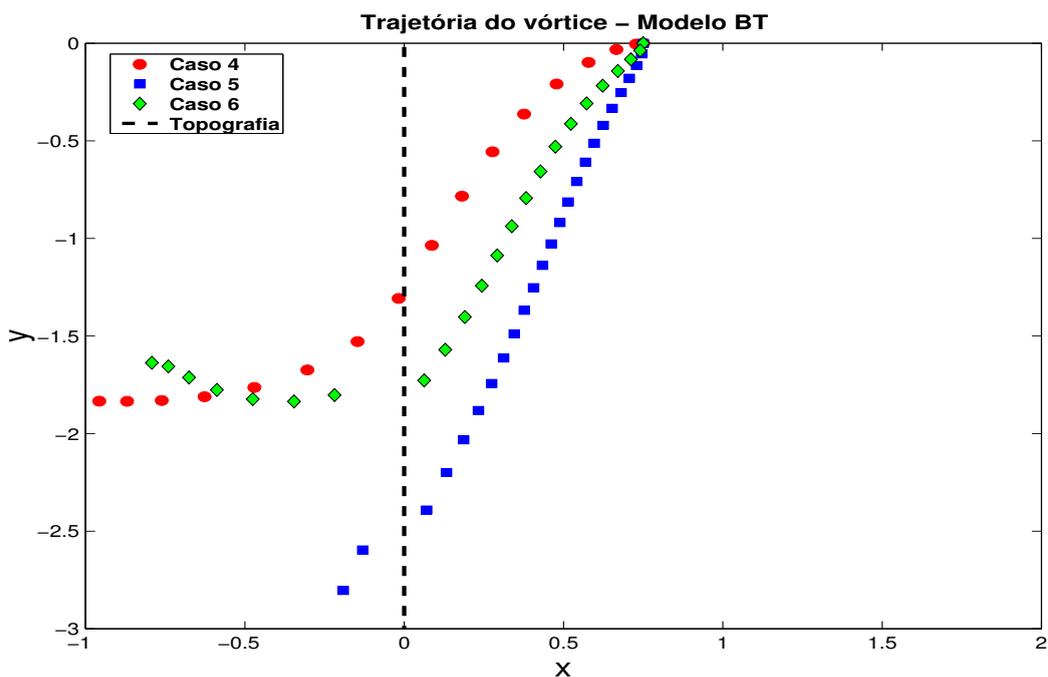


Figura 3.39: Trajetória do vórtice ciclônico do experimento 6, para os casos 1, 2 e 3.

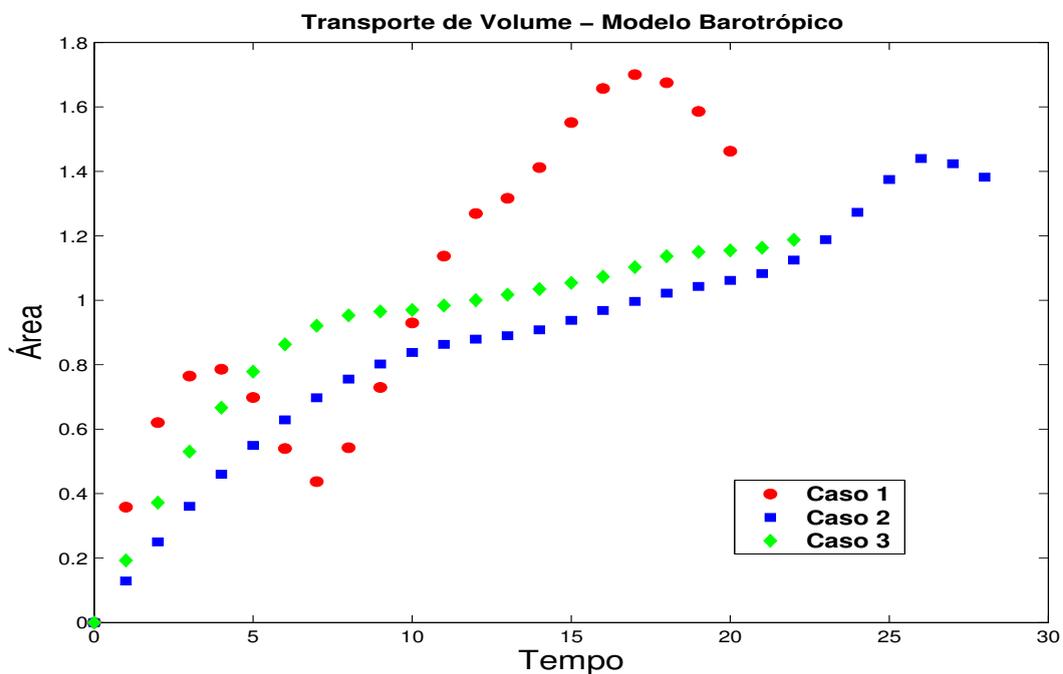
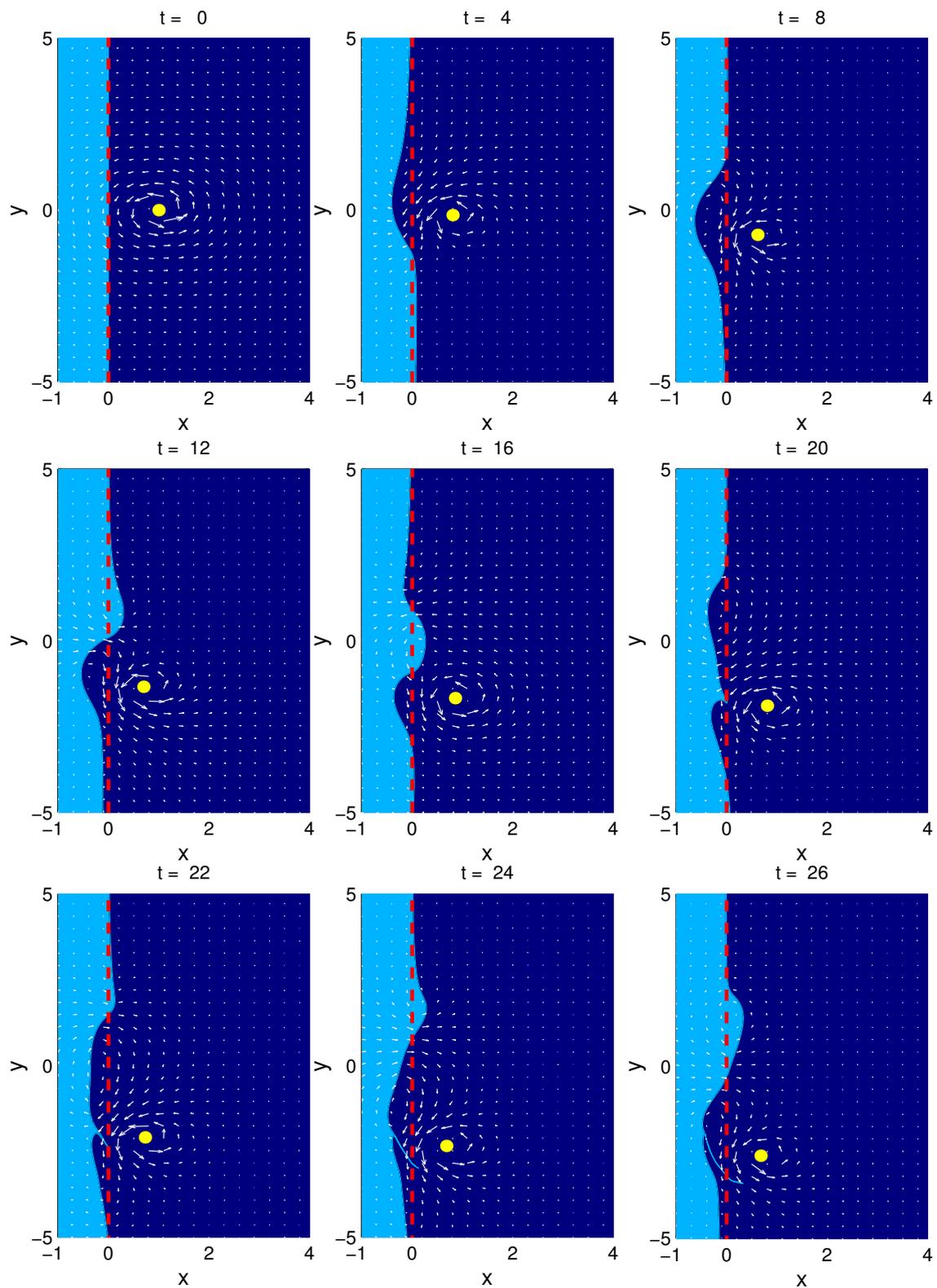


Figura 3.40: Transporte de volume através da Margem Continental, para o experimento 6, casos 1, 2 e 3.

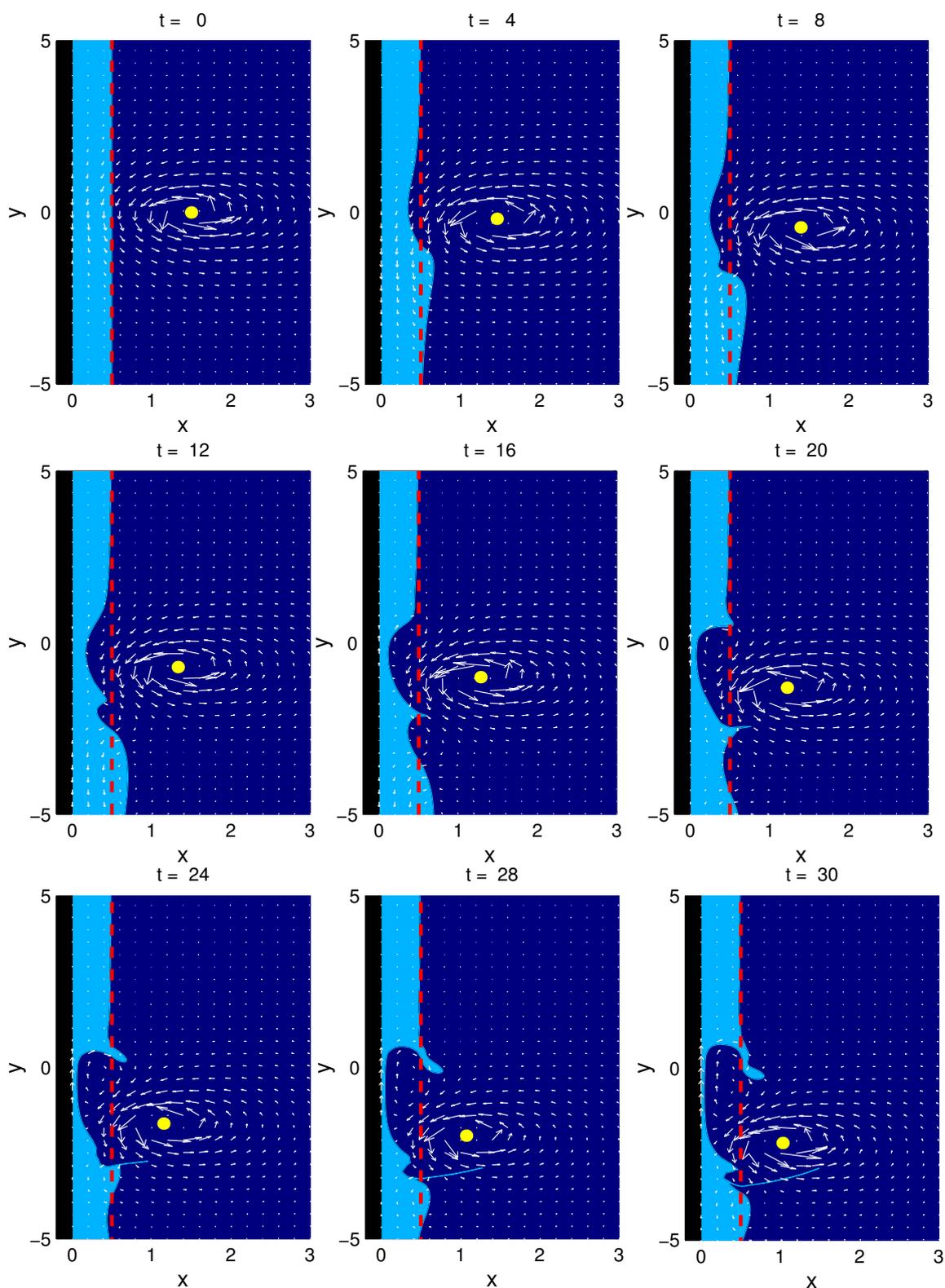
Nos experimentos **Exp7** e **Exp8** o vórtice singular está inicialmente a uma distância  $x_v - x_t \geq 1$  da margem continental. A esta distância a interação entre o vórtice singular e a frente torna-se fraca, impedindo que a anomalia anticiclônica se desenvolva o suficiente a ponto de capturar o vórtice. No experimento **Exp7-1** (Figura 3.41) o vórtice singular cria inicialmente uma anomalia anticiclônica a sua direita e ciclônica a sua esquerda, fazendo o vórtice propagar-se para sudoeste até  $t = 6$ . Em  $t = 8$ , o vórtice se propaga para sul sob a influência da anomalia anticiclônica. Em  $t = 12$ , devido à criação de uma anomalia ciclônica secundária a direita do vórtice, o mesmo passa a propagar-se para sudeste. Em  $t = 20$ , com a iniciação da filimentação da anomalia ciclônica secundária, o vórtice propaga-se novamente para sudoeste. De  $t = 24$  até  $t = 28$ , quando a simulação é interrompida, o vórtice propaga-se para Sul junto com a anomalia anticiclônica.

Nos experimentos **Exp7-2** (Figura 3.42) e **Exp7-3** (Figura 3.43), devido a presença da costa, as anomalias ciclônicas secundárias não se desenvolvem. Isto faz com que a propagação do vórtice seja para Sudoeste. A trajetória em forma de uma cicloide do experimento **Exp7-1** não mais ocorre nestes experimentos, como mostra a Figura 3.44. Podemos observar também que o transporte de volume é maior na ausência da costa (**Exp7-1**), Figura 3.45.

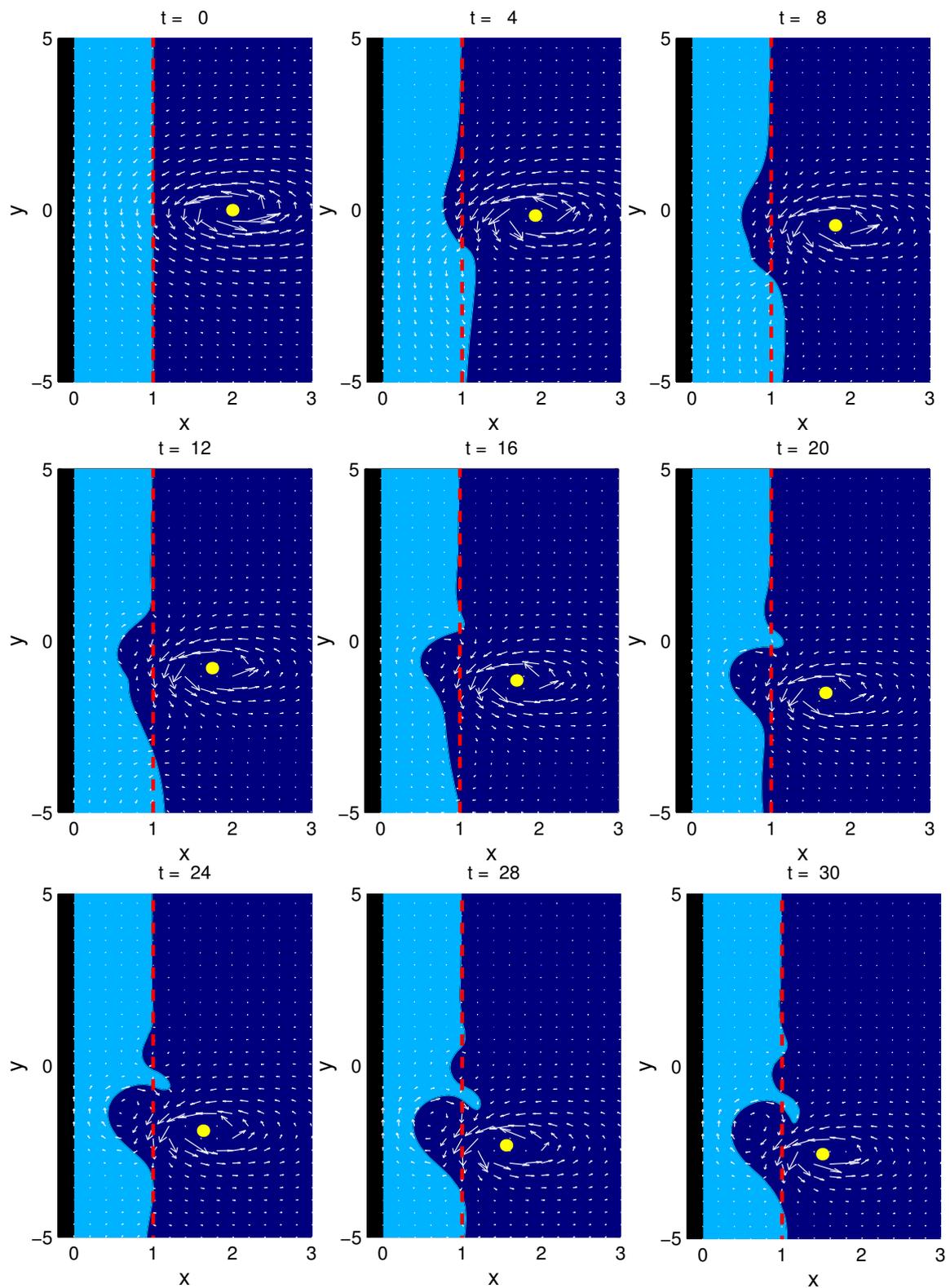
O experimento **Exp8** por apresentar uma evolução muito semelhante ao **Exp7**, não será apresentado.



**Figura 3.41:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 7, caso 1* da Tabela 5.1.



**Figura 3.42:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 7, caso 2* da Tabela 5.1.



**Figura 3.43:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 7, caso 3* da Tabela 5.1.

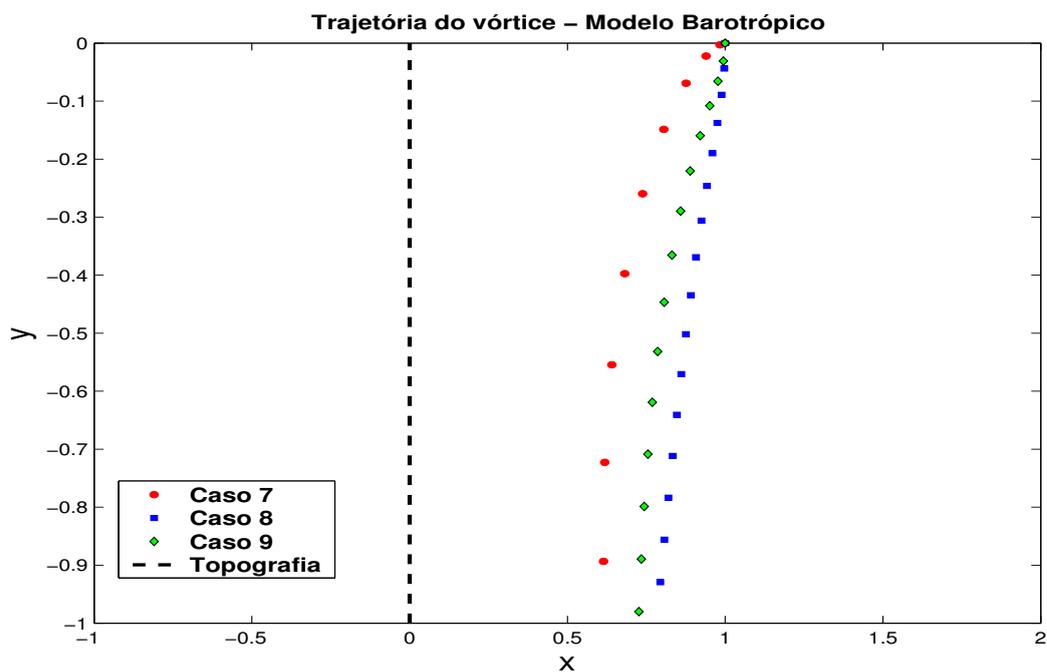


Figura 3.44: Trajetória do vórtice ciclônico do experimento 7, para os casos 1, 2 e 3.

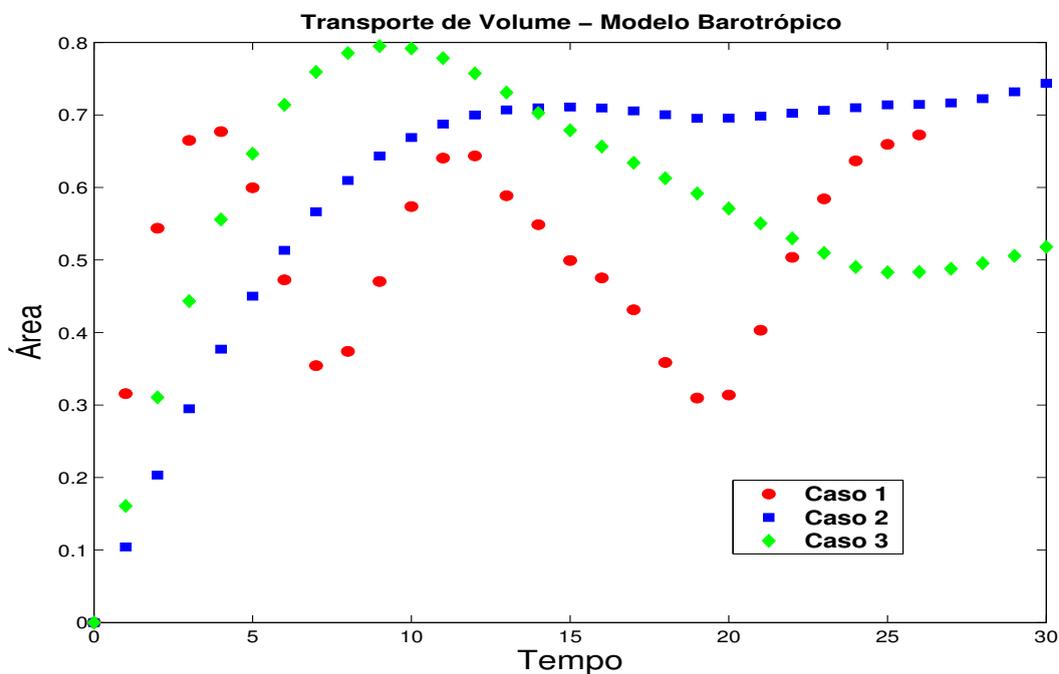


Figura 3.45: Transporte de volume através da Margem Continental para o experimento 7, casos 1, 2 e 3.

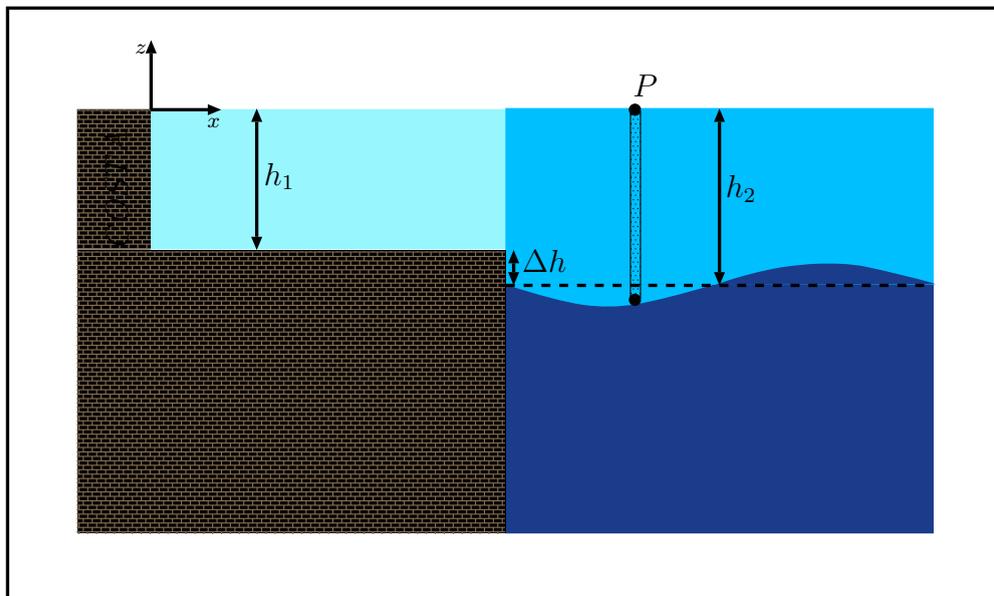
### 3.3 Modelo Híbrido

#### 3.3.1 Formulação

*Dottori* [2001], através de análises de dados hidrográficos e de correntes, observou que a Plataforma de São Paulo apresenta um caráter essencialmente barotrópico, tanto para verão como inverno. Por outro lado sabemos de trabalhos recentes que a CB apresenta caráter predominantemente baroclínico na região sudeste do Brasil [*Calado*, 2001; *Fernandes*, 2001].

Com esta diagnosticação de que a plataforma se comporta de forma barotrópica, criamos um modelo híbrido, onde as águas da plataforma serão descritas através do modelo barotrópico, e as águas do oceano aberto através do modelo de  $1\frac{1}{2}$  – Camadas (ou equivalente-barotrópico), onde a estratificação na sua forma mínima é retida.

A configuração horizontal do modelo é a mesma da seção anterior (Figura 3.2), sendo a principal diferença, que as regiões da plataforma e oceano aberto terão representações dinâmicas distintas, devido a configuração vertical ser diferente nas regiões acima citadas (Figura 3.46).



**Figura 3.46:** Representação do sistema Vórtice-Margem Continental no plano- $xz$ .

A equação da **VP** no modelo híbrido, na presença do vórtice singular localizado em  $(x_v, y_v)$  é expressa da seguinte forma,

$$\left[ \nabla^2 - \frac{1}{R_d^2} \mathcal{H}(x - x_t) \right] \psi = q(x, y) + \Gamma_0 \delta(x - x_v) \delta(y - y_v), \quad (3.42)$$

a qual deve satisfazer a condição de fronteira (3.5), e as condições de continuidade (3.6) e (3.7).

O parâmetro  $R_d$  representa o raio de deformação interno, definido por  $R_d = \sqrt{g'h_2}/f_0$ , e  $\mathcal{H}(x)$  é a função degrau de Heaviside. O campo de **VP** das anomalias associadas à margem continental é expresso da seguinte forma,

$$q = \begin{cases} -f_0 \frac{\Delta h}{h_2} & : x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \\ f_0 \frac{\Delta h}{h_1} & : x < x_t + \mathcal{L}(y, t). \end{cases} \quad (3.43)$$

Reescrevendo a equação da vorticidade potencial (3.42) em termos adimensionais, utilizando as escalas fundamentais apresentadas na Tabela 3.1, obtemos

$$[\nabla^2 - \gamma^2 \mathcal{H}(x - x_t)] \psi = q(x, y) + \Gamma \delta(x - x_v) \delta(y - y_v), \quad (3.44)$$

onde  $\gamma = L/R_d$ .

A distribuição da **VP** adimensional das anomalias é reescrita da seguinte forma,

$$q(x, y) = \begin{cases} -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} & : x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \\ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} & : x < x_t + \mathcal{L}(y, t). \end{cases} \quad (3.45)$$

Diferente do modelo barotrópico, da seção anterior, onde podíamos empregar a Dinâmica de Contornos tradicional [Wang, 1992], no modelo híbrido em desenvolvimento nesta seção isto não é possível, pois o mesmo emprega dinâmicas distintas na plataforma continental (Região I) e oceano aberto (região II). Esta impossibilidade é removida aplicando-se a Dinâmica de Contornos Modificada. O método se aplica de maneira análoga ao que foi visto anteriormente, contudo devido a região II possuir uma estrutura vertical e dinâmica diferente a resposta apresentada pelo sistema (margem continental-vórtice) poderá sofrer alterações em relação aos estudos conduzidos anteriormente onde a dinâmica era inteiramente barotrópica.

Separamos a função de corrente  $\psi(x, y, t)$  de acordo com (3.11), em duas partes, onde  $\psi'(x, y, t)$  representa a posição perturbada da frente (anomalias) e  $\psi_v(x, y, t)$ , a função de corrente devida ao vórtice singular.

O comportamento do vórtice singular é descrito através da equação,

$$[\nabla^2 - \gamma^2 \mathcal{H}(x_v - x_t)] \psi_v = \Gamma \delta(x - x_v) \delta(y - y_v), \quad (3.46)$$

cuja solução de  $\psi_v$  é

$$\psi_v(x, y, t) = \frac{\Gamma}{2\pi} \begin{cases} \ln[(x - x_v)^2 + (y - y_v)^2]^{1/2} - \ln[(x + x_v)^2 + (y - y_v)^2]^{1/2} & : x_v < x_t \\ K_0(\gamma[(x - x_v)^2 + (y - y_v)^2]^{1/2}) & : x_v > x_t. \end{cases} \quad (3.47)$$

Pode-se observar que a função de corrente na região *II* ( $x_v > x_t$ ), não é mais representada pela função logarítmica como descrito anteriormente no modelo barotrópico, mas sim pela função de Bessel modificada de ordem zero  $K_0$  que representa a solução correspondente ao modo baroclínico.

As componentes da velocidade associadas a  $\psi_v$  são,

$$u_v(x, y, t) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \begin{cases} \frac{y - y_v}{r_v^2} - \frac{y - y_v}{r_v^{*2}} & : x_v < x_t \\ \gamma K_1(\gamma r_v) \frac{y - y_v}{r_v} & : x_v > x_t \end{cases} \quad (3.48)$$

$$v_v(x, y, t) = \frac{\Gamma}{2\pi} \begin{cases} \frac{x - x_v}{r_v^2} - \frac{x + x_v}{r_v^{*2}} & : x_v < x_t \\ \gamma K_1(\gamma r_v) \frac{x - x_v}{r_v} & : x_v > x_t, \end{cases} \quad (3.49)$$

A função de corrente das anomalias da **VP**,  $\psi'(x, y, t)$  é separada em duas partes, como em (3.12). Encontramos a função de corrente  $\psi_p(x, y, t)$  associada as anomalias nas regiões *I* e *II* de maneira independente.

A equação da **VP** associada as anomalias é

$$[\nabla^2 - \gamma^2 \mathcal{H}(x - x_t)] \psi_p = \begin{cases} -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} & : x_t > x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \\ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} & : x_t < x < x_t + \mathcal{L}(y, t) \end{cases} \quad (3.50)$$

A solução do campo de  $\psi_p(x, y, t)$  das anomalias, equação (3.50), é encontrada

aplicando-se as integrais de Green,

$$\psi_p(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \begin{cases} \left[ -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} \right] \iint_{A_I} [-\ln(r) + \ln(r^*)] dx' dy' & : x_t > x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \\ \left[ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} \right] \iint_{A_{II}} K_0(\gamma r) dx' dy' & : x_t > x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \end{cases} \quad (3.51)$$

A função de Green na região *II* é diferente daquela encontrada na seção anterior. Esta diferença é devida à função de Green nesta região estar associada não mais à equação de Poisson, na qual a função de Green é dada pelo logaritmo natural ( $\ln r$ ), mas sim à equação de Helmholtz, na qual a função de Green associada é a função de Bessel modificada de ordem zero ( $K_0(\gamma r)$ ). Devemos observar novamente que a costa, a princípio, só se faz presente na expressão de  $\psi_p(x, y, t)$  para a região da plataforma ( $x < x_t$ ). Da mesma forma que  $\ln(r)$ ,  $K_0(\gamma r)$  também apresenta singularidade quando  $r \rightarrow 0$ , assim removemos a singularidade por meio de uma integração por partes [Polvani, 1988].

As expressões das componentes da velocidade não singulares são,

$$u_p(x, y, t) = -\frac{1}{4\pi} \begin{cases} \left[ -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} \right] \left[ \oint_{\partial A_I} (x - x') \frac{dr^2}{r^2} + \oint_{\partial A_I} (x + x') \frac{dr^{*2}}{r^{*2}} \right] & : x_t > x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \\ \left[ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} \right] \left[ \oint_{\partial A_{II}} (x - x') K_1(\gamma r) \frac{dr^2}{r} \right] & : x_t < x < x_t + \mathcal{L}(y, t) \end{cases} \quad (3.52)$$

$$v_p(x, y, t) = -\frac{1}{4\pi} \begin{cases} \left[ -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} \right] \left[ \oint_{\partial A_I} (y - y') \frac{dr^2}{r^2} + \oint_{\partial A_I} (y - y') \frac{dr^{*2}}{r^{*2}} \right] & : x_t > x > x_t - \mathcal{L}(y, t) \\ \left[ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} \right] \left[ \oint_{\partial A_{II}} (y - y') K_1(\gamma r) \frac{dr^2}{r} \right] & : x_t < x < x_t + \mathcal{L}(y, t), \end{cases} \quad (3.53)$$

onde  $K_1(\gamma r)$  é a função modificada de Bessel de segunda classe de ordem um.

A equação homogênea que acopla as soluções nas duas regiões é,

$$[\nabla^2 - \gamma^2 \mathcal{H}(x - x_t)] \psi_h = 0. \quad (3.54)$$

Aplicando-se a transformada de Fourier (3.26) em (3.54), obtemos a equação diferencial em relação aos coeficientes de Fourier,

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} - (\gamma^2 \mathcal{H}(x - x_t) + l^2) \right] \hat{\psi}_h(x, l) = 0, \quad (3.55)$$

e aplicando as condições de fronteira (3.28), obtemos as soluções

$$\hat{\psi}_h(x, l) = \begin{cases} A_l \sinh(lx) & : x < x_t \\ B_l e^{-\alpha x} & : x > x_t, \end{cases} \quad (3.56)$$

onde  $\alpha = \sqrt{\gamma^2 + l^2}$ .

Substituindo os coeficientes (3.56) na equação da transformada (3.26), obtemos a função de corrente homogênea

$$\psi_h(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} dl e^{ily} \begin{cases} A_l \sinh(lx) & : x < x_t \\ B_l e^{-\alpha x} & : x > x_t, \end{cases} \quad (3.57)$$

cujas componentes da velocidade são obtidas aplicando-se a relação (2.7), são

$$u_h(x, y, t) = -i \int_{-\infty}^{+\infty} dl l e^{ily} \begin{cases} A_l \sinh(lx) & : x < x_t \\ B_l e^{-\alpha x} & : x > x_t \end{cases} \quad (3.58)$$

$$v_h(x, y, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dl e^{ily} \begin{cases} A_l l \cosh(lx) & : x < x_t \\ -B_l \alpha e^{-\alpha x} & : x > x_t. \end{cases} \quad (3.59)$$

Aplicando a cada passo de tempo as condições de continuidade (3.6), determi-

namos os coeficientes de Fourier,  $A_l$  e  $B_l$ .

$$A_l = \begin{cases} \left\{ \begin{aligned} & \{ h_1 \alpha \hat{u}_p^I(x_t, l) - i l h_2 \hat{v}_p^I(x_t, l) - h_2 \alpha \hat{u}_p^{II}(x_t, l) \\ & - h_2 \alpha \hat{u}_v(x_t, l) + i l h_2 (\hat{v}_p^{II}(x_t, l) + \hat{v}_v(x_t, l)) \} / \\ & i l [h_1 \alpha \sinh(lx_t) + h_2 l \cosh(lx_t)] \end{aligned} \right. & : x_v > x_t \\ \left\{ \begin{aligned} & \{ h_1 \alpha \hat{u}_p^I(x_t, l) - i l h_2 \hat{v}_p^I(x_t, l) - h_2 \alpha \hat{u}_p^{II}(x_t, l) \\ & + h_1 \alpha \hat{u}_v(x_t, l) + i l h_2 (\hat{v}_p^{II}(x_t, l) - \hat{v}_v(x_t, l)) \} / \\ & i l [h_1 \alpha \sinh(lx_t) + h_2 l \cosh(lx_t)] \end{aligned} \right. & : x_v < x_t \end{cases} \quad (3.60)$$

$$B_l = \begin{cases} \left\{ \begin{aligned} & \{ \cosh(lx_t)(h_2 \hat{u}_p^{II}(x_t, l) + h_2 \hat{u}_v(x_t, l) - h_1 \hat{u}_p^I(x_t, l)) \\ & + i \sinh(lx_t)(h_1 \hat{v}_p^{II}(x_t, l) + h_1 \hat{v}_v(x_t, l) - h_1 \hat{v}_p^I(x_t, l)) \} / \\ & i e^{-\alpha x_t} [h_1 \alpha \sinh(lx_t) + h_2 l \cosh(lx_t)] \end{aligned} \right. & : x_v > x_t \\ \left\{ \begin{aligned} & \{ \cosh(lx_t)(h_2 \hat{u}_p^{II}(x_t, l) - h_1 \hat{u}_v(x_t, l) - h_1 \hat{u}_p^I(x_t, l)) \\ & + i \sinh(lx_t)(h_1 \hat{v}_p^{II}(x_t, l) - h_1 \hat{v}_v(x_t, l) - h_1 \hat{v}_p^I(x_t, l)) \} / \\ & i e^{-\alpha x_t} [h_1 \alpha \sinh(lx_t) + h_2 l \cosh(lx_t)] \end{aligned} \right. & : x_v < x_t \end{cases} \quad (3.61)$$

A velocidade do fluido na região I é dada pelas expressões (3.33) e na região II pelas expressões (3.34). Obtidas as soluções do campo de velocidade, utilizamos as equações Lagrangeanas (3.39) e (3.40) com o objetivo de acompanharmos a evolução temporal do sistema.

### 3.3.2 Teoria Linear

Nesta seção assumimos que o contorno sofre apenas pequenos desvios de sua posição não-perturbada ( $x = x_t$ ) e que a interação mútua entre o vórtice e a frente é fraca. Esta premissa é válida quando o vórtice singular está a uma distância grande

da frente, de modo que as velocidades geradas na interface  $u_v(x_t)$  e  $v_v(x_t)$  sejam pequenas, garantindo assim que os desvios da interface  $\mathcal{L}(y, t)$  também o sejam. Estas restrições nos permitem linearizar as equações de conservação (2.1) e do campo de VP das anomalias (3.42) e assim obter resultados analíticos. As equações linearizadas são

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{L} = u', \quad (3.62)$$

$$[\nabla^2 - \gamma^2 \mathcal{H}(x - x_t)] \psi = \Delta \mathcal{L} \delta(x - x_t). \quad (3.63)$$

Reescrevendo a equação de inversão em termos da velocidade, obtemos

$$[\nabla^2 - \gamma^2 \mathcal{H}(x - x_t)] u' = -\Delta \delta(x - x_t) \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}, \quad (3.64)$$

onde

$$u'(x) = -\Delta G(x|x_t) \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}. \quad (3.65)$$

O problema de estabilidade linear consiste em encontrar soluções para a equação (3.64) da forma,

$$\mathcal{L} = \hat{\mathcal{L}} e^{ik(y-ct)}, \quad (3.66)$$

onde  $k$  e  $c$  representam respectivamente, o número de onda e a velocidade de fase.

Utilizando o método da função de Green,

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x^2} - [k^2 + \gamma^2 \mathcal{H}(x - x_t)] \right\} G(x|x_t) = \delta(x - x_t) \quad (3.67)$$

com as seguintes condições de fronteira,

$$G_-(x_t|x_t) = G_+(x_t|x_t) \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial G_+}{\partial x} \Big|_{x_t} - \frac{\partial G_-}{\partial x} \Big|_{x_t} = 1, \quad (3.69)$$

a função de Green é dada por,

$$G(x|x_t) = -\frac{1}{[\alpha + k \cotgh(kx_t)]} \begin{cases} \frac{\sinh(kx)}{\sinh(kx_t)} & : x < x_t \\ e^{-\alpha(x-x_t)} & : x > x_t. \end{cases} \quad (3.70)$$

onde  $\alpha = \sqrt{k^2 + \gamma^2}$ . Substituindo (3.66) em (3.62), junto com (3.65) e (3.70), obtemos a relação de dispersão

$$k c = -\frac{k \Delta}{\alpha + k \cotgh(kx_t)}. \quad (3.71)$$

As velocidades de fase e grupo são dadas por

$$c = \frac{w}{k} = -\frac{\Delta}{\alpha + k \cotgh(kx_t)}, \quad (3.72)$$

$$c_g = \frac{\partial w}{\partial k} = -\frac{\Delta \{\alpha^2 - k^2 [1 - \alpha x_t \operatorname{cosech}^2(kx_t)]\}}{\alpha [\alpha + k \cotgh(kx_t)]^2}. \quad (3.73)$$

No limite em que a margem continental está infinitamente distante da costa ( $x_t \rightarrow \infty$ ) obtemos

$$\lim_{x_t \rightarrow \infty} c = -\frac{\Delta}{\alpha + k}, \quad (3.74)$$

$$\lim_{x_t \rightarrow \infty} c_g = -\frac{\Delta}{(\alpha + k)^2} \left[ 1 - \frac{k^2}{\alpha^2} \right]. \quad (3.75)$$

No limite barotrópico ( $\gamma = 0, \alpha \rightarrow |k|$ ), as expressões da velocidade de fase (3.72) e de grupo (3.73), ficam respectivamente

$$c = -\frac{\Delta}{|k| + k \cotgh(kx_t)}, \quad (3.76)$$

$$c_g = \frac{\partial w}{\partial k} = -\frac{\Delta k^2 x_t \operatorname{cosech}^2(kx_t)}{[|k| + k \cotgh(kx_t)]^2}. \quad (3.77)$$

Tomando-se novamente o limite ( $x_t \rightarrow \infty$ ), obtemos

$$\lim_{x_t \rightarrow \infty} c = -\frac{\Delta}{2k}. \quad (3.78)$$

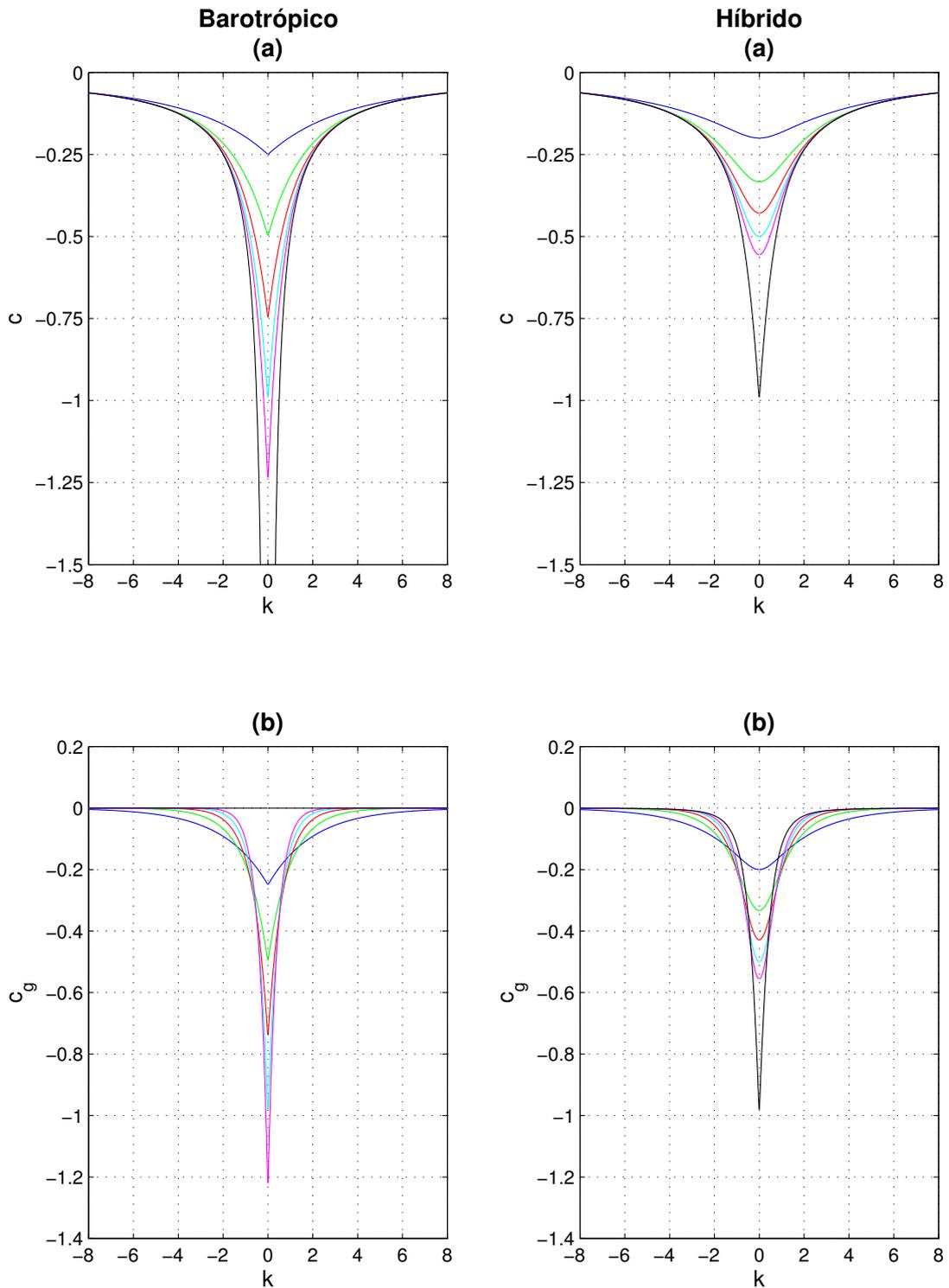
$$\lim_{x_t \rightarrow \infty} c_g = 0. \quad (3.79)$$

As ondas geradas na margem continental são diretamente proporcionais ao salto de VP,  $\Delta$ .

Na abordagem barotrópica (Figura 3.47, primeira coluna), as ondas topográficas propagam fase e grupo para sul, isto é, com a plataforma a sua direita. Se a plataforma é infinita ( $x_t \rightarrow \infty$ ), a velocidade de fase é infinita em  $k = 0$  e a velocidade de

grupo é igual a zero, isto é, na ausência da costa não há propagação de energia. À medida que estreitamos a plataforma a velocidade de fase e de grupo diminuem.

Na abordagem híbrida (Figura 3.47, segunda coluna), a velocidade de fase e de grupo das ondas topográficas também propagam para sul, porém com valores menores do que no modelo barotrópico. A velocidade de fase máxima é finita e a de grupo não mais se anula na configuração de plataforma infinita, como ocorria no modelo barotrópico. Nos dois modelos apresentados podemos observar que a velocidade de fase e de grupo diminuem a medida que alargamos a plataforma.



**Figura 3.47:** (a) Relação de Dispersão, (b) velocidade de fase e (c) velocidade de grupo para  $x_t = 1/4$  (—);  $x_t = 1/2$  (—);  $x_t = 3/4$  (—);  $x_t = 1; 0$  (—);  $x_t = 5/4$  (—) e  $x_t \rightarrow \infty$  (—) com o salto de VP  $\Delta = 1$  para os modelos barotrópico, híbrido e 11/2–Camadas.

### 3.3.3 Experimentos Numéricos

Empregando esta nova formulação realizamos os mesmos experimentos numéricos da formulação barotrópica, empregando a **DCM**. Variamos os mesmos parâmetros nesta nova abordagem na qual a plataforma e o oceano profundo assumem dinâmicas distintas. Tomamos novamente o limite quase-geostrófico.

Uma das principais diferenças entre o modelo puramente barotrópico e o modelo híbrido é que o escoamento induzido pelo vórtice singular e pela anomalia de vorticidade potencial na região profunda possui um alcance menor. No oceano profundo a velocidade induzida pela anomalia de **VP** e pelo vórtice decaem da forma  $\exp(-r)/\sqrt{r}$  enquanto na plataforma decaem da forma  $1/r$ .

Devido à adição na vorticidade potencial do termo de estiramento  $-\gamma^2\psi$ , na região II ( $x > x_t$ , oceano profundo) um novo parâmetro aparece. Este parâmetro  $\gamma$  nada mais é que, como visto anteriormente, a razão entre a escala de comprimento do movimento e o raio de deformação.

Em todos os experimentos escolhemos como escala de comprimento o raio de deformação e assim fixamos o parâmetro  $\gamma$  o qual assume o valor 1.

#### • Vórtice Anticiclônico

Variando os mesmos parâmetros do modelo barotrópico (distância do vórtice singular à margem e largura da plataforma) da seção anterior, o modelo híbrido apresentou qualitativamente semelhante padrão de evolução com algumas modificações. As principais características da interação e os parâmetros utilizados estão sintetizados na Tabela 5.3.

Descreveremos de forma qualitativa a evolução da frente de **VP** associada à margem continental e o vórtice singular anticiclônico, buscando salientar os principais mecanismos físicos presentes na interação.

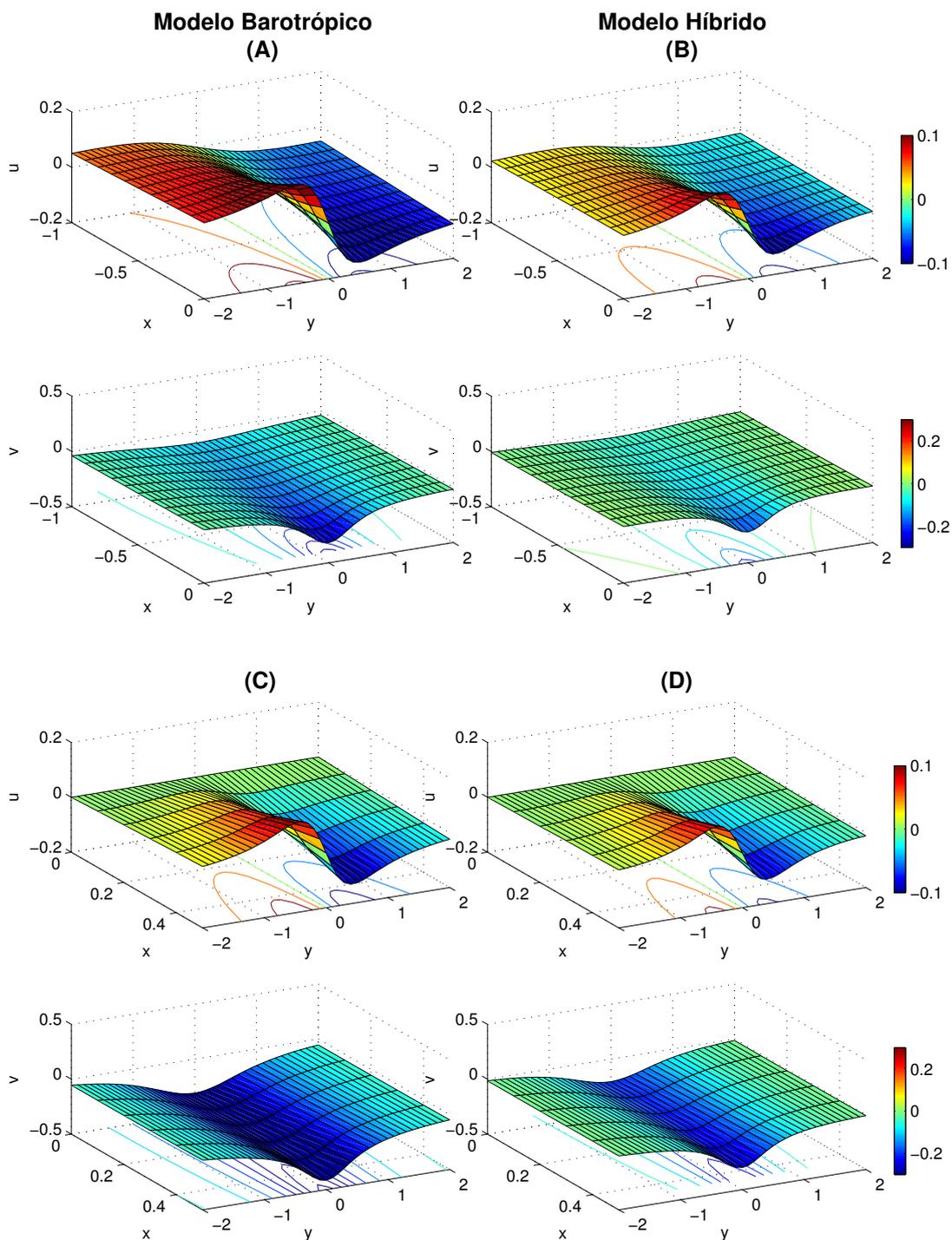
Tabela 3.4: Modelo Híbrido

Interação Margem Continental-Vórtice Anticiclônico					
Experimentos	Casos	Costa	$x_t$	$x_v - x_t$	Resposta da Interação
Exp1	1	Não	0.0	0,5	Filamentação e vórtice ciclônico
	2	Sim	0.5		Filamentação, vórtice ciclônico e anticiclônico
	3	Sim	1,0		Filamentação e vórtice ciclônico
Exp2	1	Não	0.0	0,75	Filamentação e dipolo
	2	Sim	0,5		Filamentação, dipolo e vórtice anticiclônico
	3	Sim	1,0		Filamentação e dipolo
Exp3	1	Não	0.0	1,0	Vórtice anticiclônico e dipolo
	2	Sim	0,5		Filamentação, dipolo e vórtice anticiclônico
	3	Sim	1,0		Filamentação, dipolo e vórtice anticiclônico
Exp4	1	Não	0.0	1,25	Vórtice anticiclônico
	2	Sim	0,5		
	3	Sim	1,0		

Devido o padrão de evolução na abordagem híbrida ser qualitativamente semelhante ao do modelo barotrópico apresentaremos apenas alguns experimentos, onde apontaremos as similaridades e as principais diferenças observadas.

No modelo híbrido como visto na Subseção 3.3.2, Figura 3.47, o sentido de propagação da velocidade de fase e de grupo é para Sul. Este, diferentemente do modelo barotrópico irradia energia mesmo no caso da plataforma infinita. Outra diferença observada é que as ondas no modelo híbrido propagam com velocidade de fase e de grupo inferiores ao barotrópico, sendo suas velocidades de fase e de grupo máximas aproximadamente iguais a  $-1$ .

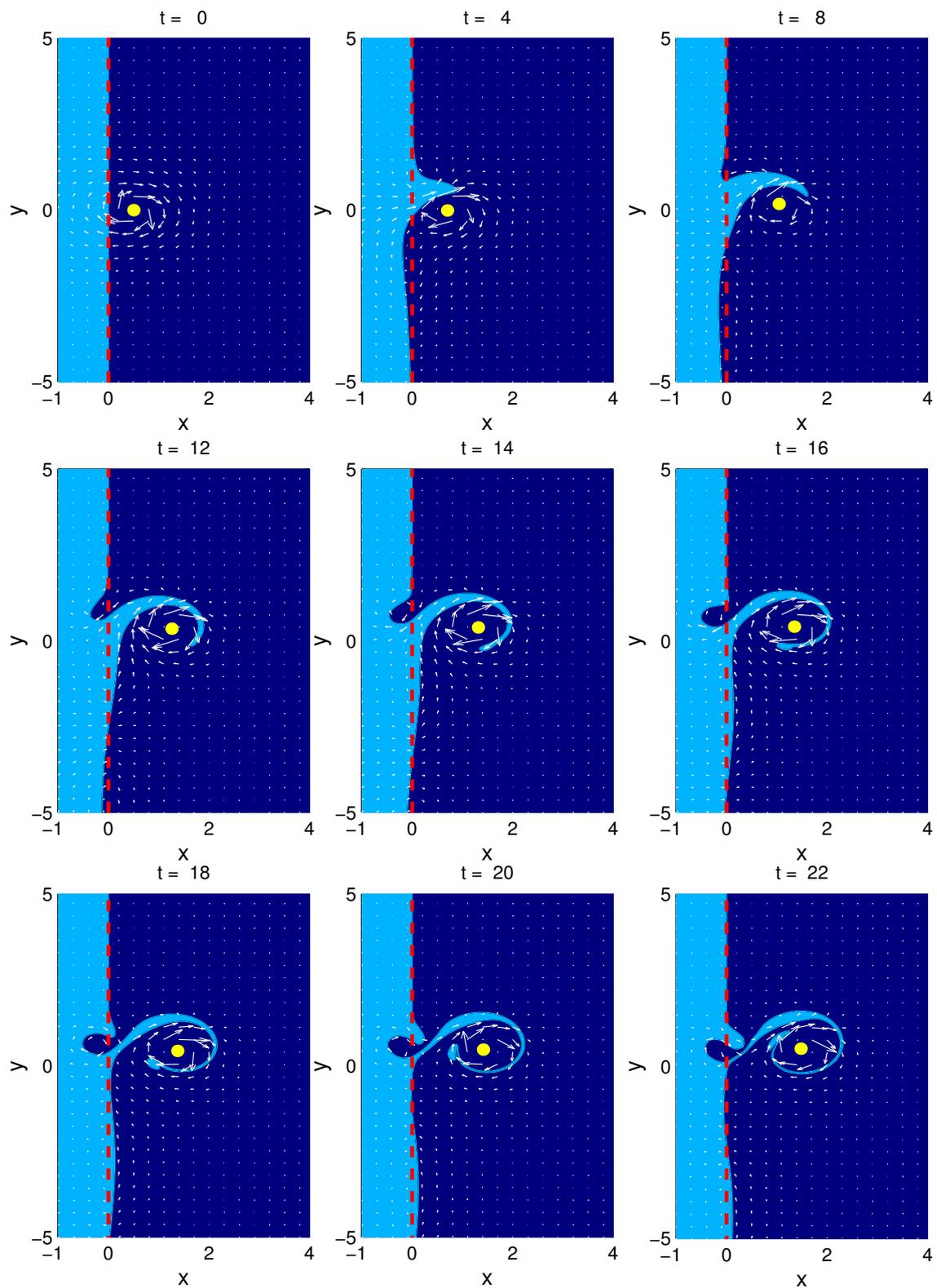
No modelo híbrido o campo de velocidade gerado pelo vórtice singular anticiclônico é menor em magnitude quando comparado com o barotrópico (Figura 3.48). Esta redução na magnitude do campo de velocidade faz com que as perturbações geradas na frente de vorticidade associada a margem continental se tornem mais fracas e seu desenvolvimento mais lento. A presença da costa reduz a magnitude da componente zonal da velocidade ( $u$ ) e intensifica a componente meridional ( $v$ ) (Figura 3.48 C e D).



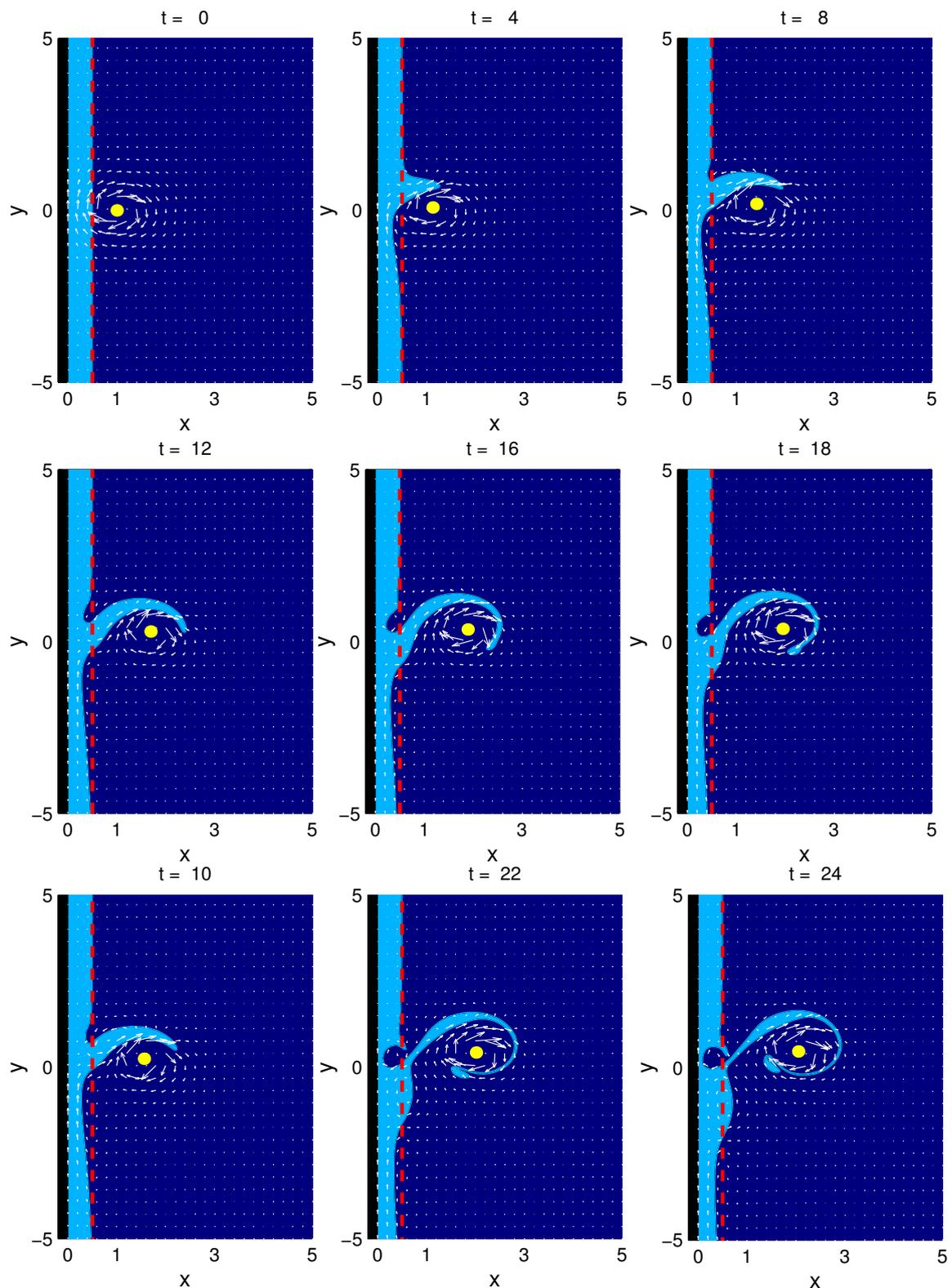
**Figura 3.48:** Campo de velocidade induzido pelo vórtice singular a uma distância  $x_v - x_t = .5$  da frente de vorticidade. **(A)** Modelo barotrópico sem costa. **(B)** Modelo Híbrido sem costa. **(C)** Modelo barotrópico com costa. **(D)** Modelo Híbrido com costa.

No experimento **Exp1-1** (Figura 3.49), o vórtice singular está posicionado inicialmente a uma distância da frente  $x_v - x_t = 0,5$ . Podemos observar que qualitativamente a evolução da frente é semelhante ao do modelo barotrópico (Figura 3.10). As anomalias geradas na frente neste caso são menores. O vórtice singular, diferentemente do modelo barotrópico, nos instantes iniciais ( $t = 0$  a  $4$ ) propaga-se para Sudeste. A partir de  $t=4$  propaga-se para Nordeste, mas com uma componente meridional bem menor que no caso barotrópico. A trajetória em forma de ciclóide característica do modelo barotrópico com plataforma finita não mais ocorre (Figura 3.52). A distância percorrida pelo vórtice singular é quase duas vezes menor que no modelo barotrópico. O transporte de volume entre a margem continental e o oceano profundo também é bem menor.

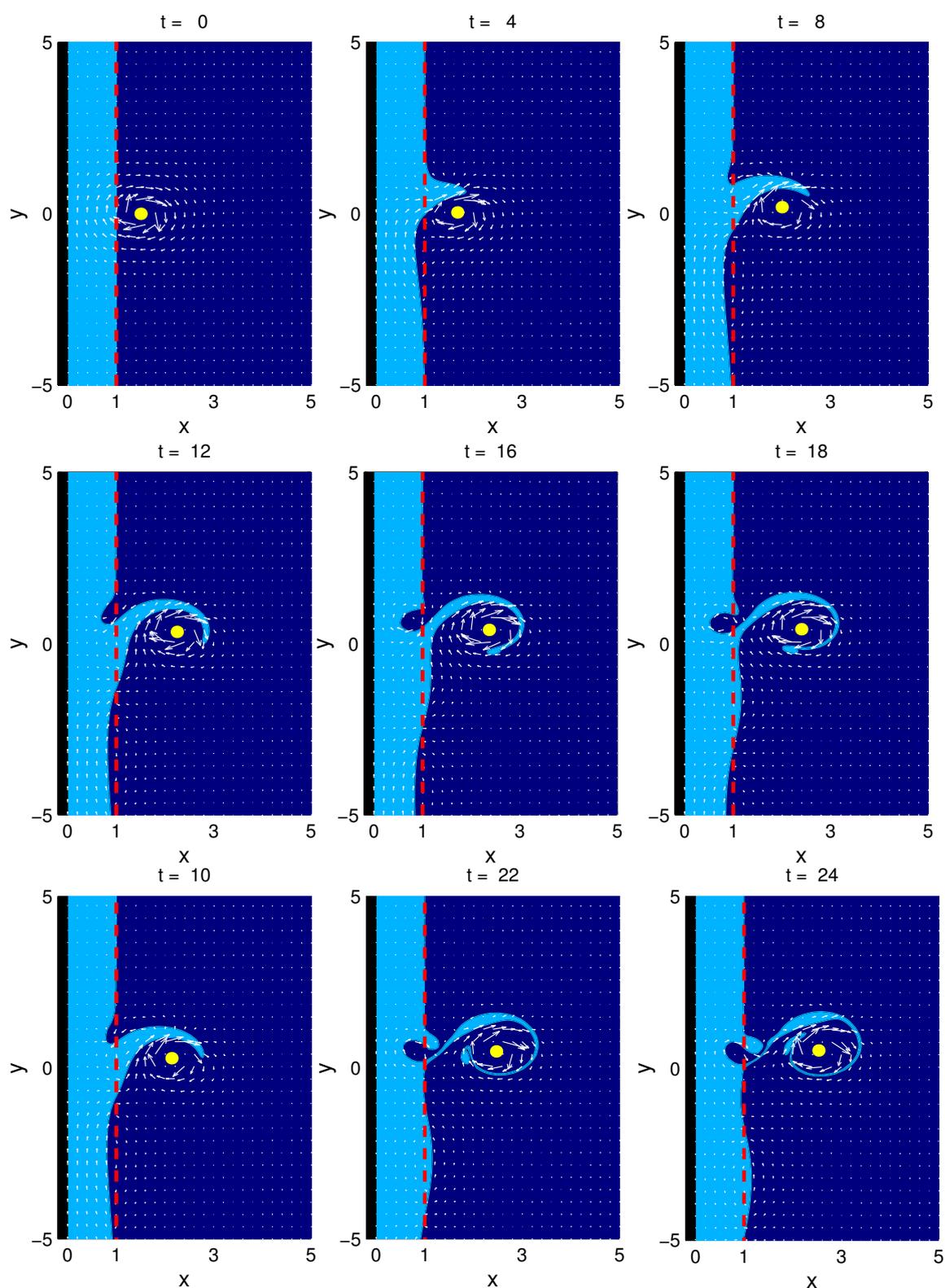
Nos experimentos com plataforma finita **Exp1-2** (Figura 3.50) e **Exp1-3** (Figura 3.51), o padrão de evolução é semelhante ao caso barotrópico (Figuras 3.12 e 3.14), sendo que os movimentos são mais zonais do que meridionais. O vórtice propaga-se para Nordeste (Figura 3.52) e o transporte de volume entre a margem continental e o oceano profundo é menor que no experimento com plataforma infinita (Figura 3.53).



**Figura 3.49:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 1, caso 1* da Tabela 5.3.



**Figura 3.50:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 1, caso 2* da Tabela 5.3.



**Figura 3.51:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 1*, caso 3 da Tabela 5.3.

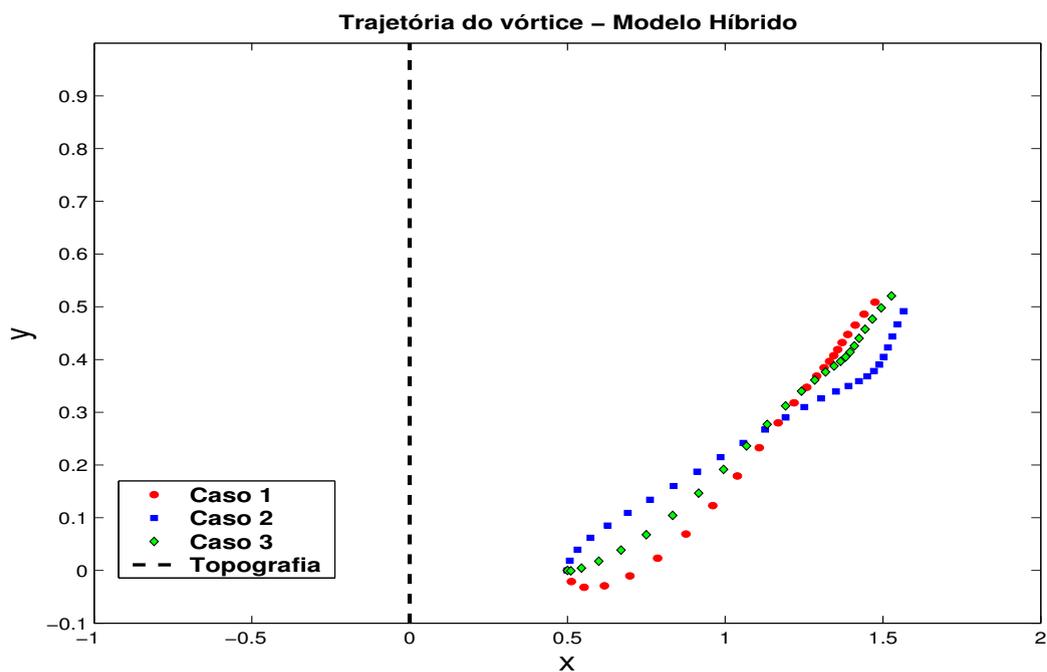


Figura 3.52: Trajetória do vórtice anticlônico do experimento 1, para os casos 1, 2 e 3.

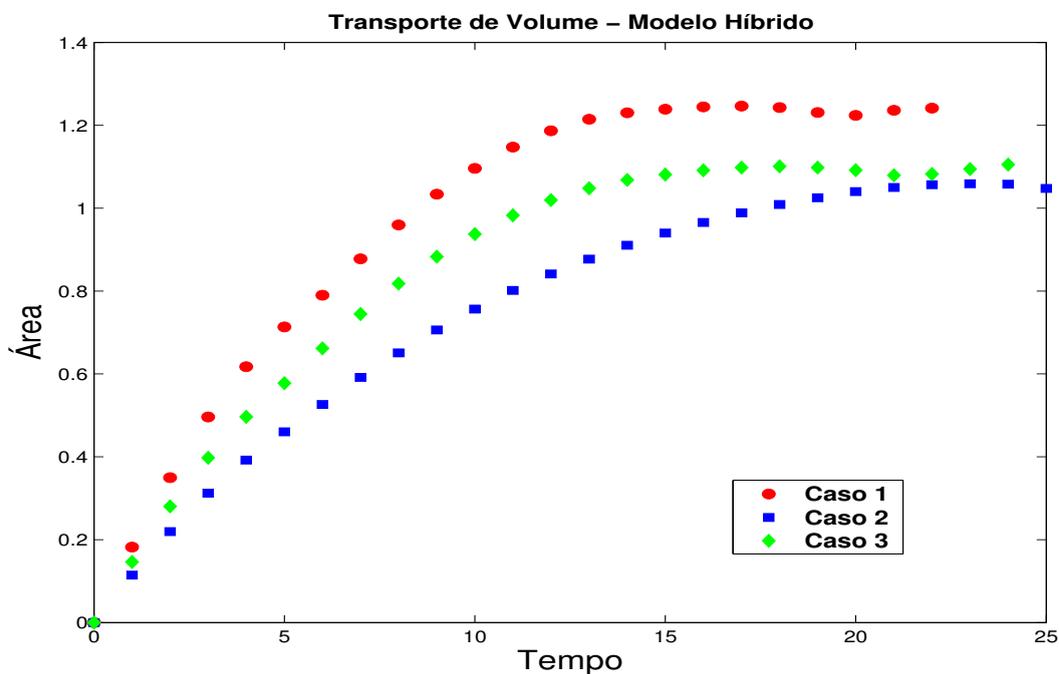


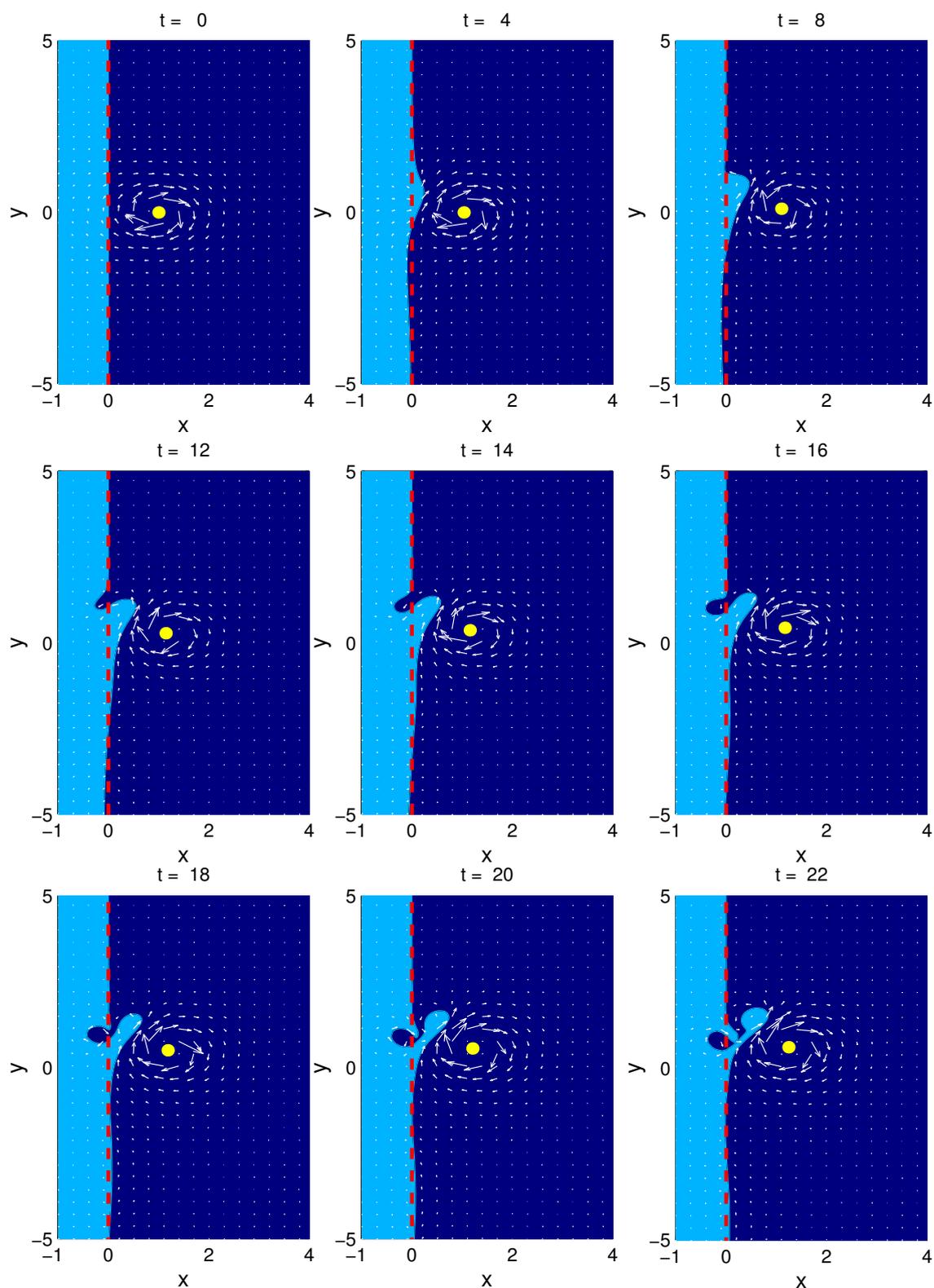
Figura 3.53: Transporte de volume através da Margem Continental, para o experimento 1, casos 1, 2 e 3.

O experimento **Exp3-1** (Figura 3.54), apresenta um padrão de evolução bem diferente do modelo barotrópico (Figura 3.23), com a formação de vórtices topográficos anticiclônico e ciclônico em  $t = 22$ . Esta diferença de comportamento é devida principalmente às anomalias secundárias formadas na frente possuírem amplitudes menores. A inibição do desenvolvimento destas possibilita que o vórtice singular anticiclônico interaja de forma efetiva com a anomalia ciclônica fazendo-a crescer.

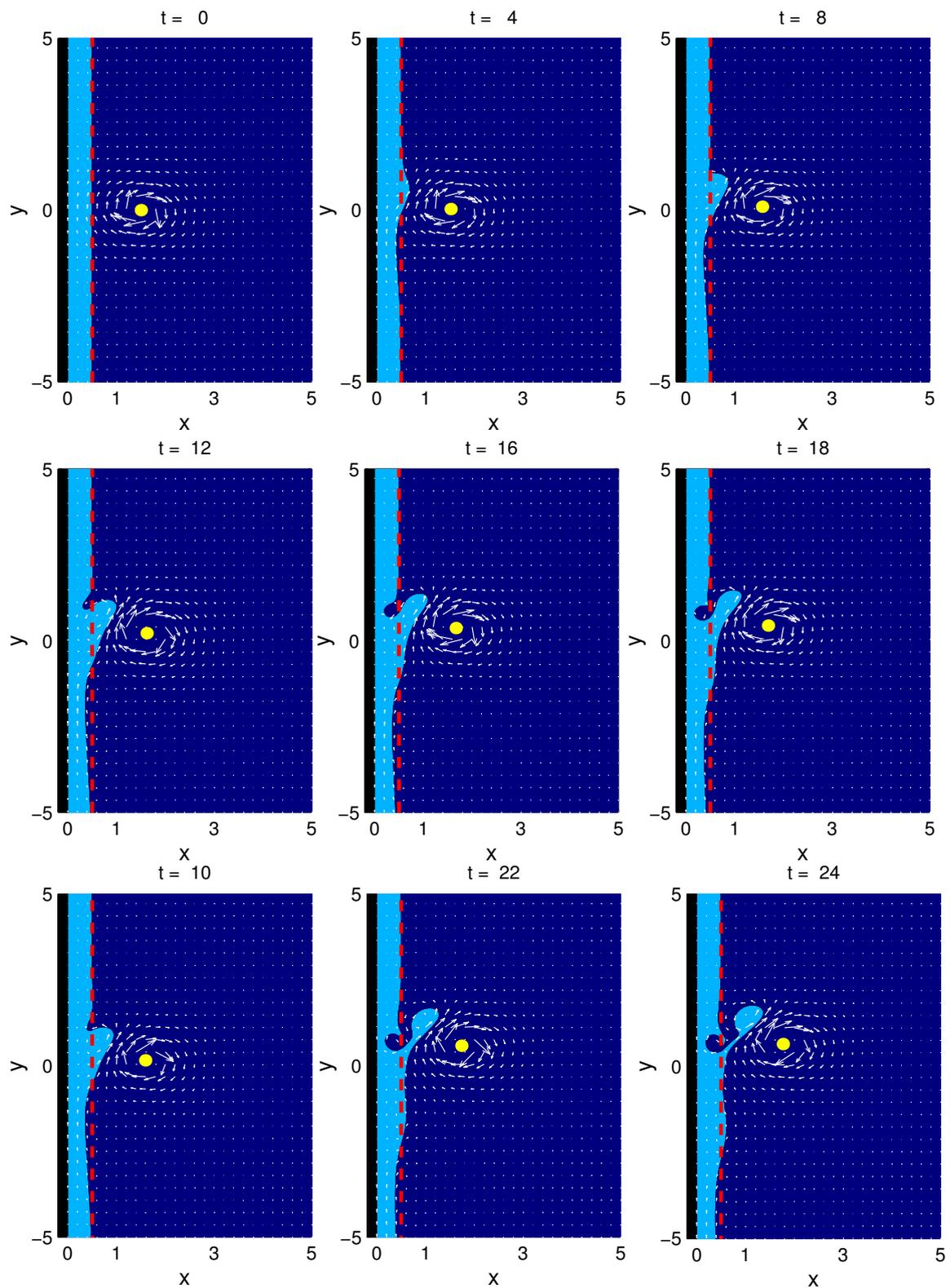
No experimento onde a plataforma possui largura finita, **Exp3-2** (Figura 3.55) e **Exp3-3** (Figura 3.56), observamos que a interação entre o vórtice singular e a margem continental apresenta um padrão de evolução qualitativamente semelhante ao modelo barotrópico, com a formação de vórtices topográficos ciclônicos e anticiclônicos. Os vórtices topográficos ciclônicos nestes experimentos são formados mais próximos a frente.

O vórtice singular nos experimentos **Exp3-1**, **Exp3-2** e **Exp3-3** propaga-se para nordeste com trajetórias qualitativamente semelhantes (Figura 3.57). O transporte de volume é maior no experimento com a plataforma infinita (Figura 3.58)

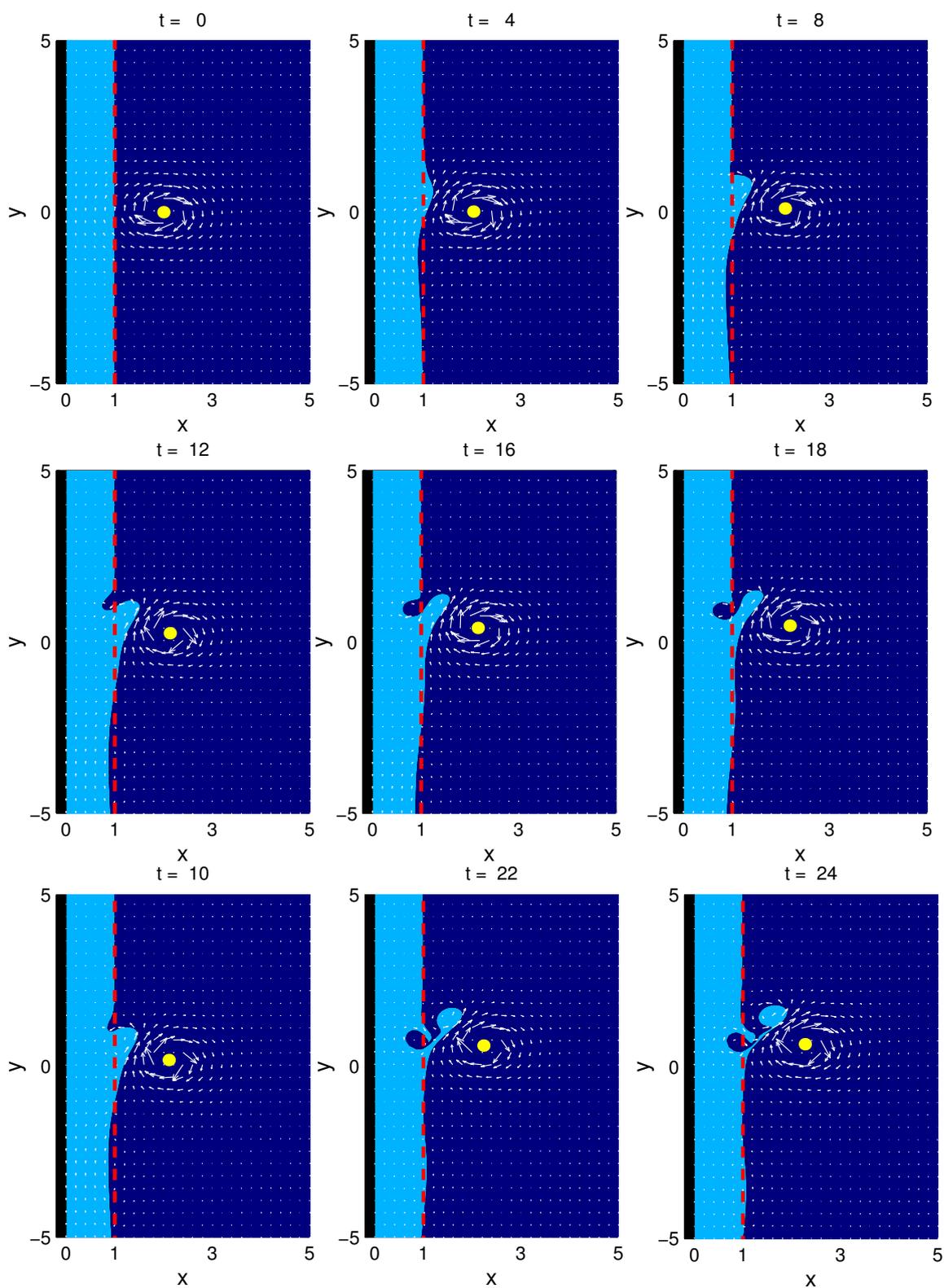
Nos experimentos onde o vórtice singular anticiclônico está posicionado inicialmente a uma distância  $x_v - x_t \geq 1,25$  a interação torna-se muito fraca, impossibilitando o desenvolvimento de vórtices topográficos. O vórtice perturba a frente criando anomalias que vão atuar de maneira apenas a advectá-lo para Norte (Figura 3.59).



**Figura 3.54:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 3, caso 1* da Tabela 5.3.



**Figura 3.55:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 3, caso 2* da Tabela 5.3.



**Figura 3.56:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 3, caso 3* da Tabela 5.3.

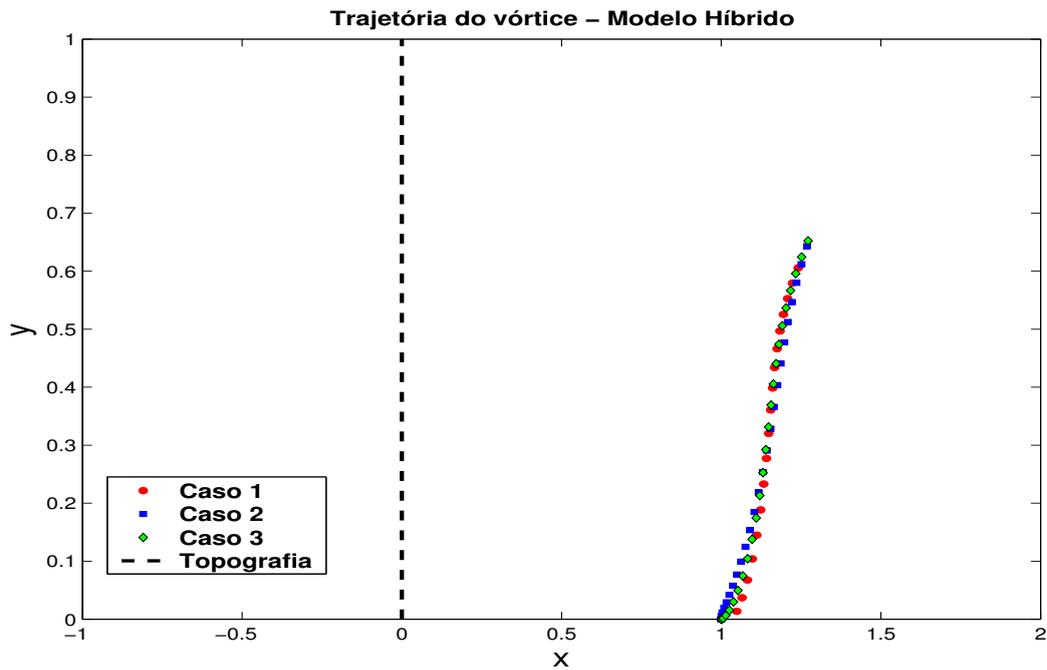


Figura 3.57: Trajetória do vórtice anticlônico do experimento 3, para os casos 1, 2 e 3.

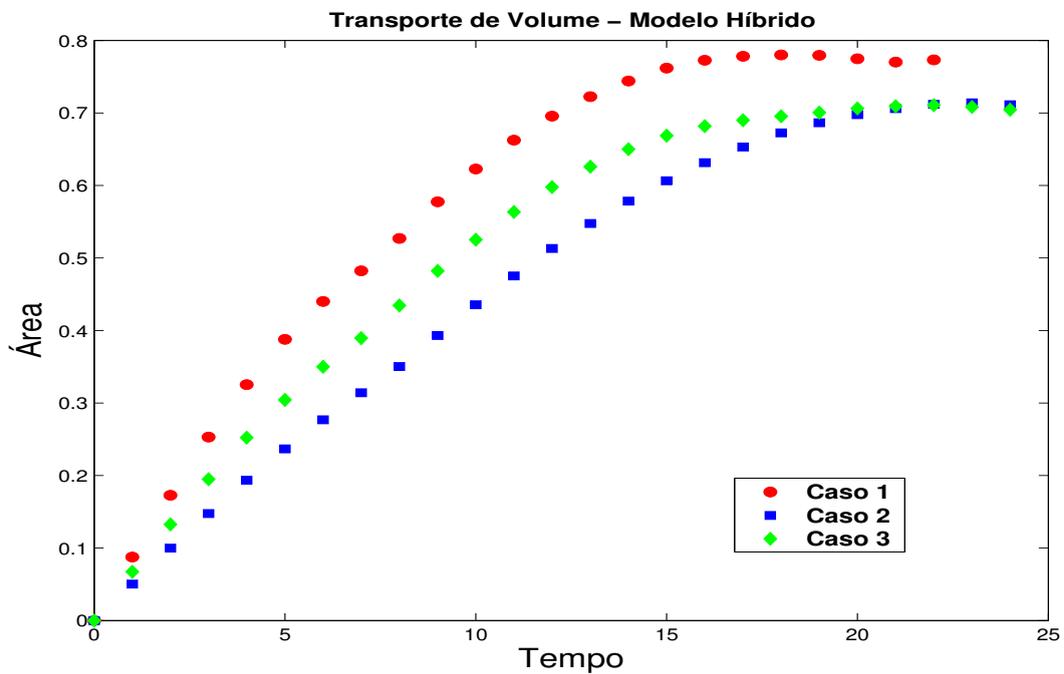


Figura 3.58: Transporte de volume através da Margem Continental, para o experimento 3, casos 1, 2 e 3.

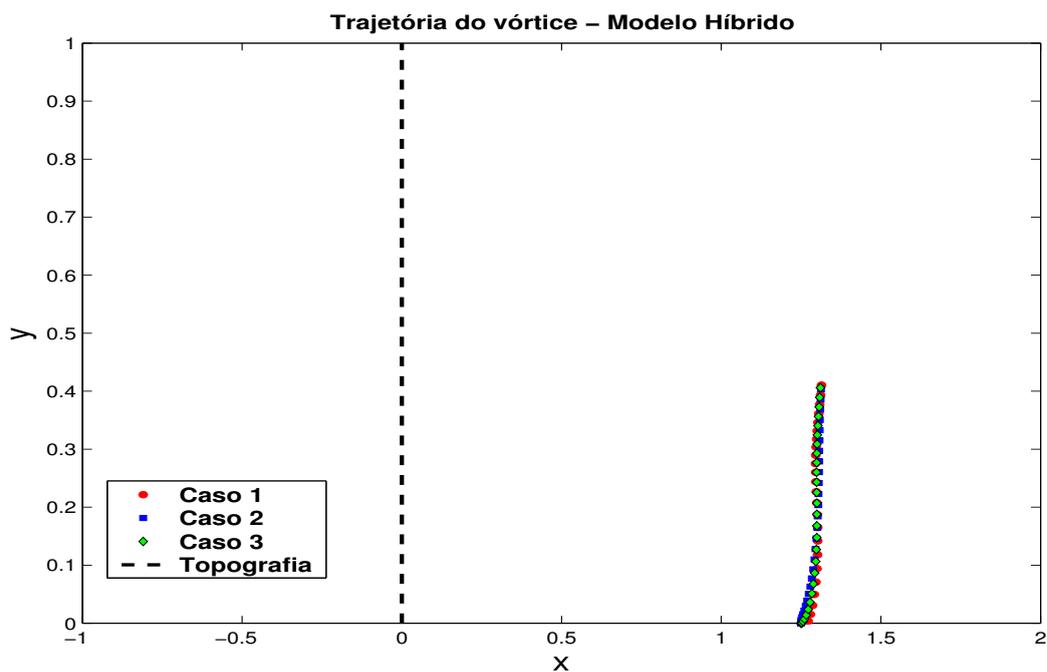


Figura 3.59: Trajetória do vórtice anticlônico do experimento 4, para os casos 1, 2 e 3.

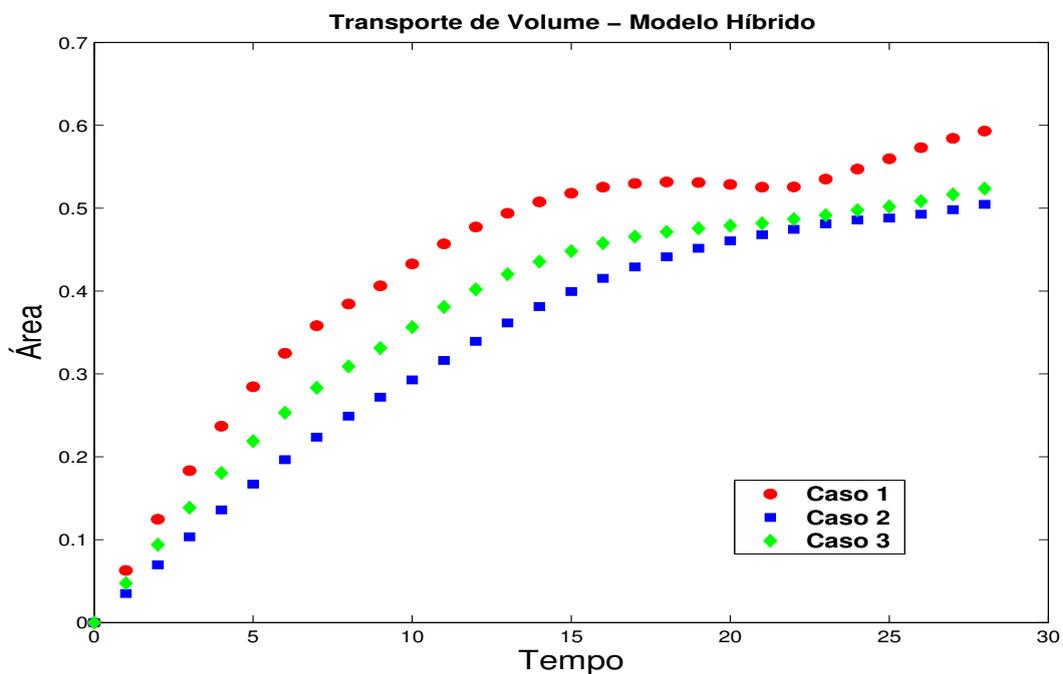


Figura 3.60: Transporte de volume através da Margem Continental, para o experimento 4, casos 1, 2 e 3.

- **Vórtice Ciclônico**

Nos experimentos **Exp5-1**, **Exp5-2** e **Exp5-3** o padrão de evolução do sistema frente-vórtice é qualitativamente semelhante ao do modelo barotrópico. Nesta configuração o vórtice singular é capturado pela frente, atravessando a margem continental. O transporte de volume entre o oceano profundo e a margem continental é inferior ao do modelo barotrópico.

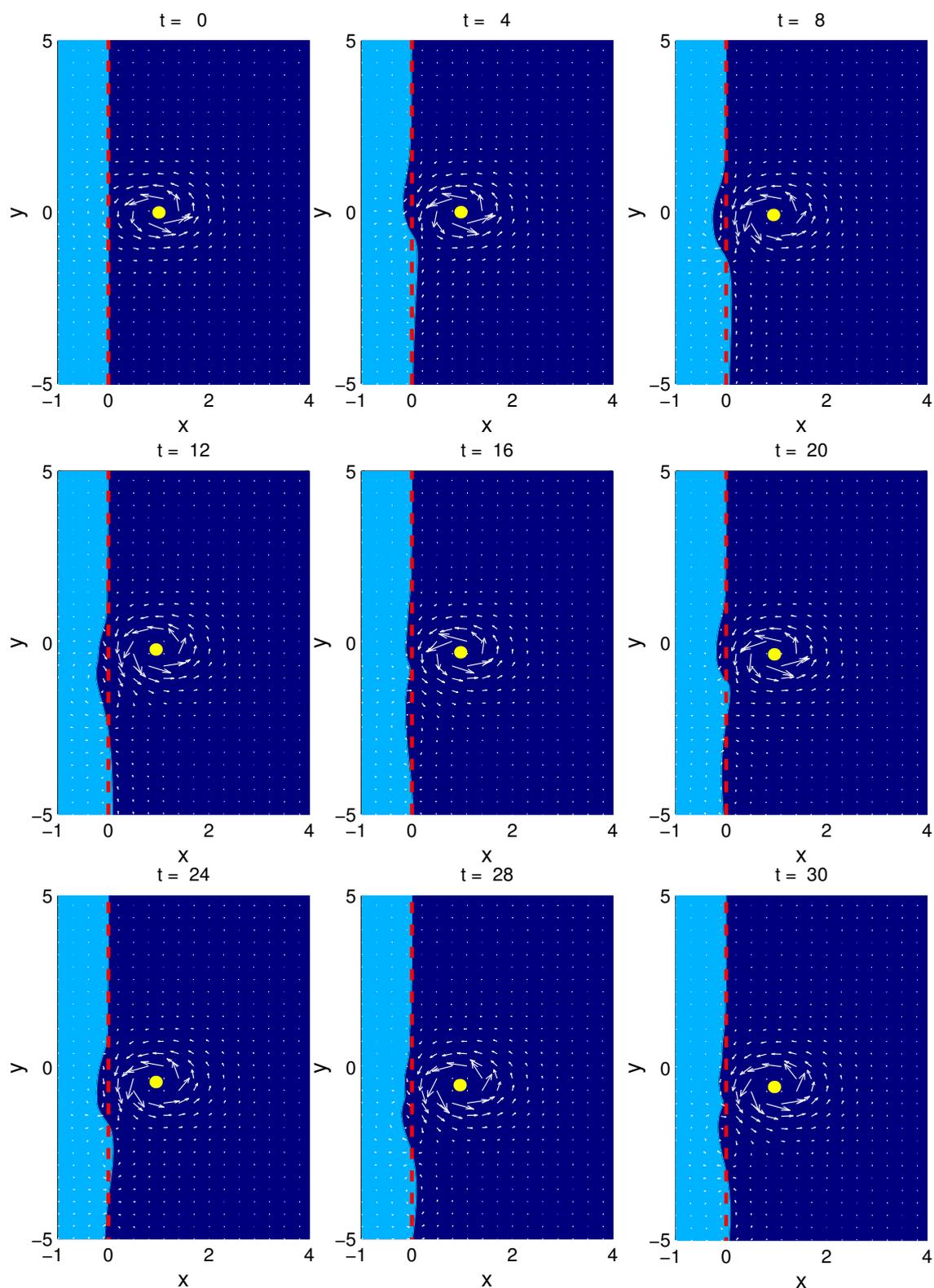
Nos demais experimentos onde a distância inicial do vórtice singular  $x_v - x_t$  é maior ou igual a 0,75, o vórtice singular não consegue atravessar a margem continental propagando-se inicialmente no sentido Oeste em direção à frente e posteriormente paralelo a esta na direção Sul.

Vamos ilustrar este comportamento através do experimento **Exp7-1** (Figura 3.61). O vórtice singular nos instantes iniciais cria anomalias ciclônica a sua esquerda e anticiclônica a sua direita. Estas anomalias propagam-se como uma onda topográfica com velocidade de fase para sul como visto na teoria linear. Nos instantes iniciais  $t = 0$  a 4 o vórtice singular é atraído pela frente. Em  $t = 4$  a 12 a anomalia anticiclônica se desenvolve mais que a ciclônica fazendo com que o vórtice singular propague-se paralelo a frente na direção Sul. Devido em  $t = 16$  a onda topográfica ter dispersado, o vórtice não mais interage com ela. A partir de  $t = 20$  uma nova onda semelhante a anterior é gerada na frente dando continuidade a propagação do vórtice para Sul paralelo à margem continental. Em  $t = 30$ , inicia-se a formação de uma nova onda que provavelmente atuará de forma a advectar o vórtice para Sul. Neste instante interrompemos a simulação.

A Figura 3.62 apresenta a trajetória do vórtice singular do experimento 7 para os três casos de estudo, onde observa-se que a trajetória é paralela à margem continental.

Tabela 3.5: Modelo Híbrido

Interação Margem Continental-Vórtice Ciclônico					
Experimentos	Casos	Costa	$x_t$	$x_v - x_t$	Resposta da Interação
Exp5	1	Não	0.0	0,5	Filamentação e absorção do vórtice
	2	Sim	0,5		Filamentação
	3	Sim	1,0		Filamentação, absorção do vórtice e inundação da plataforma
Exp6	1	Não	0.0	0,75	Filamento e perturbação
	2	Sim	0,5		Filamentação e inundação da plataforma
	3	Sim	1,0		Perturbação e filamentação
Exp7	1	Não	0.0	1,0	Onda topográfica
	2	Sim	0,5		
	3	Sim	1,0		
Exp8	1	Não	0.0	1,25	Onda topográfica
	2	Sim	0,5		
	3	Sim	1,0		



**Figura 3.61:** Evolução temporal da frente de vorticidade topográfica e do vórtice subjacente ao campo de velocidade total, *experimento 7, caso 1* da Tabela 5.4.

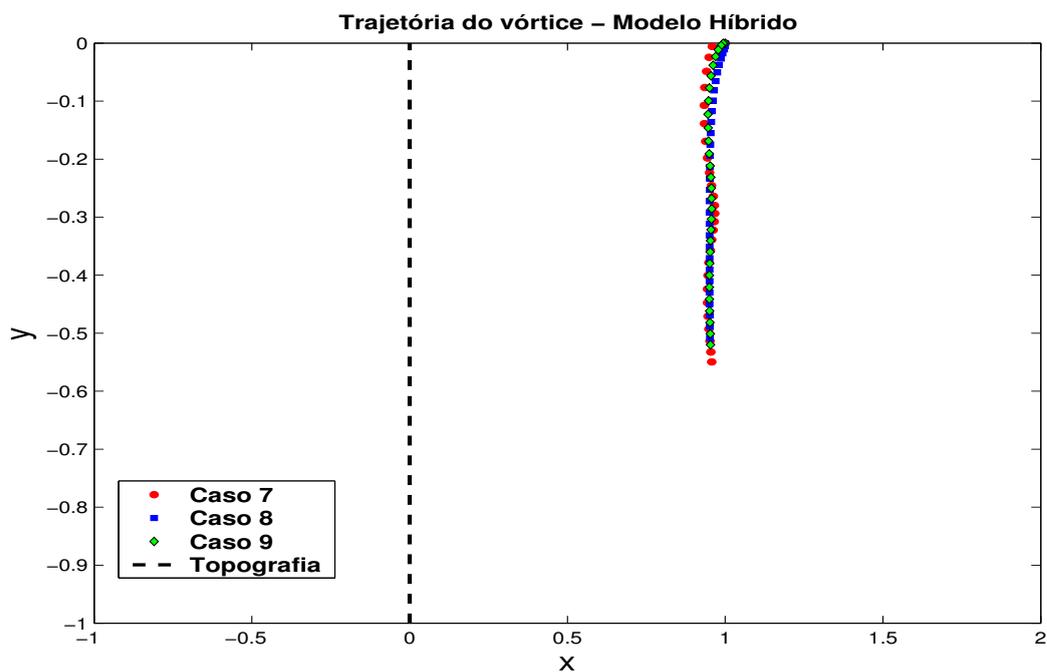


Figura 3.62: Trajetória do vórtice ciclônico do experimento 7, para os casos 1, 2 e 3.

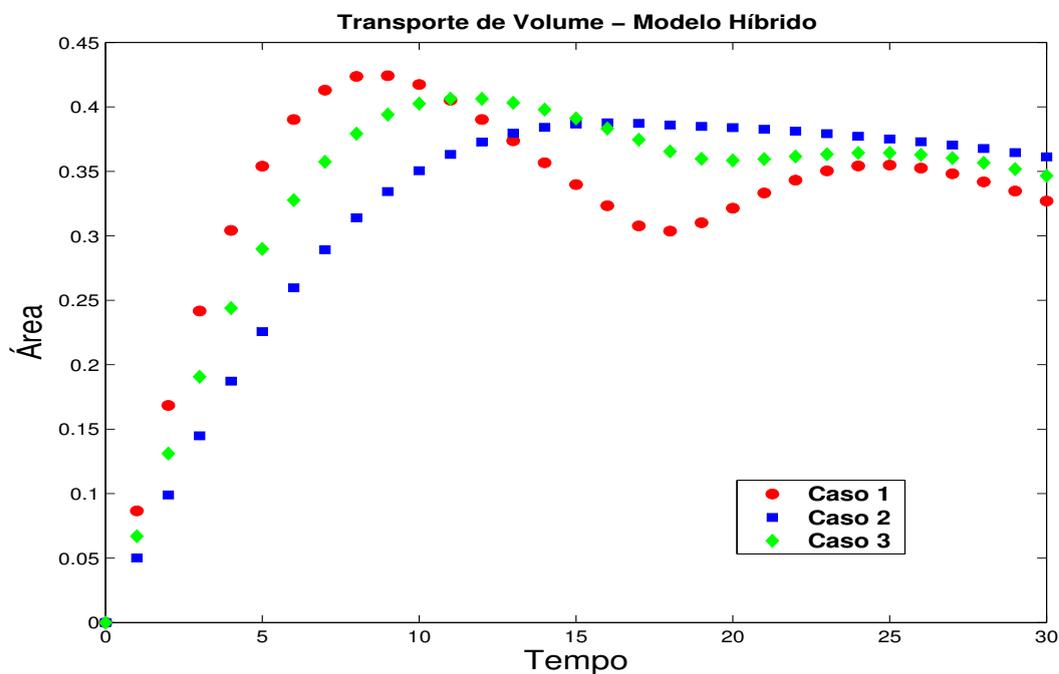


Figura 3.63: Transporte de volume através da Margem Continental, para o experimento 7, casos 1, 2 e 3.

### 3.4 Abordagem barotrópica x híbrida

A principal diferença observada entre as duas abordagens na dinâmica da interação da margem continental com os vórtices, foi na escala espacial do movimento. Nos experimentos com a abordagem barotrópica a escala espacial do movimento, tanto das anomalias como do vórtice é bem maior que nos experimentos com o modelo híbrido.

Vórtices anticiclônicos e ciclônicos interagem de forma distinta com a margem continental. Os anticiclônicos são repelidos pela frente deslocando-se na direção Norte. Os ciclônicos, por sua vez, são atraídos pela frente, deslocando-se na direção Sul.

#### • Trajetória e Propagação do Vórtice

O vórtice anticiclônico, como descrito por *Wang* [1992], apresenta uma trajetória ciclóide. Isto significa que a interação do anticiclone com a frente é intermitente e que múltiplas interações ocorrem durante sua evolução. Nos experimentos barotrópicos, onde a plataforma é finita, esta característica não é observada.

O vórtice ciclônico apresentou trajetória ciclóide apenas nos experimentos barotrópicos com plataforma infinita em que a distância do vórtice singular em relação a frente ( $x_v - x_t$ ) é maior ou igual a 1 (**Exp7-1** e **Exp8-1**).

Nos experimentos híbridos o vórtice singular anticiclônico e ciclônico não apresenta trajetória ciclóide.

O vórtice anticiclônico, nos casos em que sua posição inicial  $x_v - x_t \leq 0,75$ , propaga-se para nordeste devido a formação de dipolo. Nos casos em que  $x_v - x_t \geq 0,75$  sua propagação é praticamente para Norte.

No modelo barotrópico quando o vórtice ciclônico está posicionado inicialmente a uma distância ( $x_v - x_t \leq 0,75$ ) propaga-se para sudoeste atravessando a margem continental, depois de atravessá-la devido a formação de dipolo passa a propagar-se para oeste. Se a distância inicial do vórtice ( $x_v - x_t$ ) for maior que 0,75, o mesmo não consegue atravessar a margem, e passa a se propagar apenas no sentido de sua imagem. No modelo híbrido, o vórtice propaga para sudoeste atravessando a

margem apenas quando sua posição inicial é menor ou igual 0, 5. Nos demais casos, ele se propaga para sul paralelo à margem no sentido de sua imagem.

A largura da plataforma retarda e inibe a travessia do vórtice ciclônico em direção à margem continental. Observamos que quanto mais estreita a plataforma, mais difícil é para o vórtice atravessá-la.

A propagação do vórtice paralela à frente e no sentido de sua imagem, foi primeiramente descrita por *Flierl* [1987] e *Bell* [1990a]. Este fenômeno foi estudado posteriormente de forma analítica por *Dunn et al.* [2001], recebendo a denominação de *Pseudo-imagem*. *Dunn et al.* [2001] descreve a *Pseudo-imagem* como sendo formada por uma anomalia de vorticidade relativa criada na frente, que possui precisamente a magnitude correta para advectar o vórtice como se fosse sua imagem. O autor ainda sugere que esta anomalia é não dispersiva e que se propaga uniformemente com o vórtice. Entretanto em nossos experimentos, tanto barotrópicos como híbridos, observamos que a propagação do vórtice no sentido de sua imagem é devido a criação não de uma anomalia de vorticidade relativa não dispersiva que se propaga uniformemente com o vórtice mais sim de uma sucessão de anomalias dispersivas.

Os resultados observados neste trabalho podem ser utilizados para explicar e corroborar aspectos de resultados experimentais e numéricos observados por *Sanson e van Heijst* [2000]. Estes autores investigaram a interação de vórtices barotrópicos com a margem continental, obtendo resultados semelhantes aos exibidos pela dinâmica de contornos, como:

- Vórtices anticiclônicos (ciclônicos) posicionados no lado raso (profundo) da margem continental são capazes de atravessá-la.
- Vórtices ciclônicos (anticiclônicos) posicionados no lado raso (profundo) eram refletidos devido a formação de dipolo.

#### • Troca de Volume

A conservação de vorticidade potencial foi utilizada como um traçador para avaliar a troca de águas entre a margem continental e o oceano profundo. Como em *Wang* [1992], definimos a troca de volume entre a margem e o oceano profundo

como sendo o volume de fluido constituído pela anomalia de vorticidade em um lado da margem. Este inclui o volume das ondas topográficas na frente e dos vórtices formados.

Observamos nos experimentos numéricos que a troca de volume entre a margem continental e o oceano profundo, no caso do vórtice singular anticiclônico, diminui à medida que afastamos o vórtice. Observamos também que a troca é maior no modelo barotrópico que no híbrido, e que a presença da costa inibe as trocas de volume em ambas as abordagens. O volume trocado no caso do vórtice ciclônico não segue um padrão definido como no caso anticiclônico. Mas novamente a troca de volume é maior na abordagem barotrópica do que na híbrida.

A troca de volume no caso anticiclônico é maior que no caso ciclônico em ambas as abordagens.

#### • Formação de Dipolo e Vórtices Topográficos

Observamos na interação do vórtice anticiclônico com a margem continental, no modelo barotrópico na ausência da costa, que a formação de dipolo e vórtices topográficos ciclônicos ocorrem, se a distância inicial do vórtice  $x_v - x_t \leq 0,75$ . Se adicionarmos a costa esta condição se modifica para  $x_v - x_t \leq 1,25$ , no caso da largura da plataforma igual a 0,5 e  $x_v - x_t \leq 1,0$  para a plataforma com largura igual a 1,0.

No modelo híbrido, a formação de dipolo e vórtice topográfico ciclônico ocorre independente da presença da costa para  $x_v - x_t \leq 1,0$ . Na presença da costa, a formação é mais pronunciados. Assim, os resultados mostram que a presença da costa favorece a formação de dipolos e vórtices topográficos tanto no modelo barotrópico como no híbrido.

A formação de dipolo é uma característica observada da interação da margem continental com o vórtice singular, independente do sentido de circulação da estrutura. A costa atua de modo a favorecer sua formação.

Vórtices topográficos anticiclônicos ocorrem sobre a margem continental e são devidos principalmente a interação entre as anomalias na frente e auxiliadas pela presença da costa.

# Capítulo 4

## Interação Margem Continental-Jato Geofísico

### 4.1 Introdução

As CCO's são jatos geofísicos intensos que fluem ao largo da margem continental, apresentando como principal característica sua grande atividade vortical. Estas estruturas vorticais representam importante mecanismo na interação e troca de propriedades entre as águas da plataforma e do oceano aberto.

No capítulo anterior, investigamos a interação de um vórtice com a margem continental, utilizando dois modelos com características geométricas (estrutura vertical) e dinâmicas diferentes. Com esta configuração pudemos simular de maneira rudimentar a estrutura vertical e dinâmica da interação da margem continental com as estruturas vorticais, isolando o efeito da interação de um vórtice com a margem continental e conseguimos destacar os mecanismos essenciais na dinâmica desta interação.

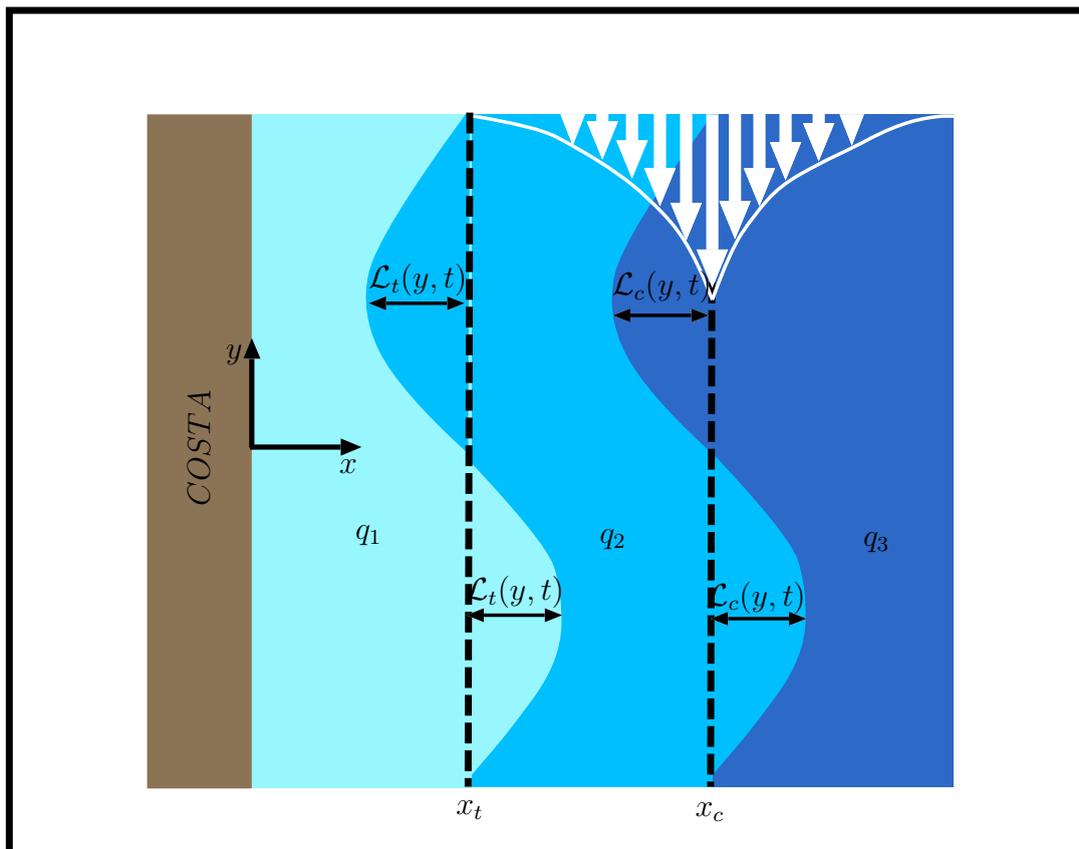
Neste capítulo, estudaremos a interação da margem continental com jatos geofísicos instáveis, onde o eixo do jato é representado por uma frente de VP associada ao cisalhamento horizontal da corrente. Tal configuração pode ser vista como uma tentativa de melhor representar o sistema composto pela margem continental e as correntes de contorno Oeste. Como sabemos, correntes de contorno oeste, são ja-

tos intensos e relativamente estreitos que fluem ao largo das margens continentais e freqüentemente apresentam instabilidades e vórtices. Por esta razão, se pretendemos compreender os aspectos físicos presentes na interação da frente oceânica com a margem continental precisamos incluir no modelo anterior um jato geofísico que represente idealizadamente a CCO.

Nas próximas seções apresentaremos a formulação do modelo proposto e os resultados obtidos com esta nova configuração.

## 4.2 Geometria do Modelo

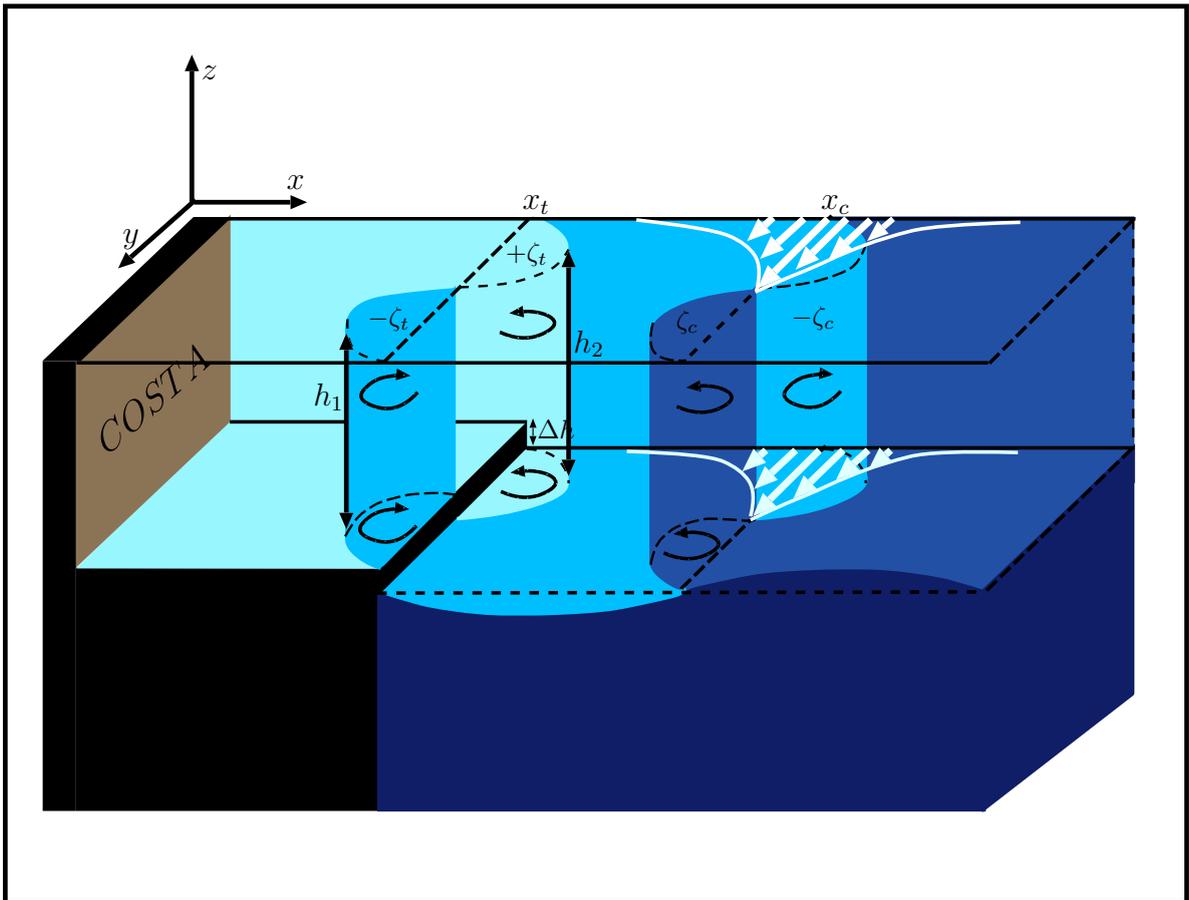
Do ponto de vista geométrico acrescentamos mais uma frente de VP localizada em  $x = x_c$ , a qual é devida a presença do jato geofísico. A Figura 4.1 ilustra a geometria horizontal do sistema margem continental-jato geofísico. No plano vertical,



**Figura 4.1:** Sistema margem continental-jato geofísico no plano  $-(xy)$ .

### 4.3 Formulação do Modelo Híbrido Interação Margem Continental-Jato Geofísico

o sistema apresenta a mesma configuração da seção 3.3 (Figura 3.46). Entretanto, no presente modelo, o vórtice anteriormente localizado em  $x = x_v$  é agora substituído por uma frente de VP, associada ao jato geofísico, localizada em  $x = x_c$  como representado na Figura 4.2. A região I ( $x < x_t$ ) possui profundidade  $h_1$  e a região II ( $x > x_t$ ) profundidade  $h_2$ , sendo  $h_1 < h_2$ .



**Figura 4.2:** Representação do sistema margem continental-Jato geofísico no plano- $(xyz)$ .

### 4.3 Formulação do Modelo Híbrido

Do ponto de vista dinâmico o sistema será representado através da mesma estrutura vertical, apresentada na seção 3.3 (Figura 3.46). A configuração agora adotada permite, devido a presença de uma segunda frente, a possibilidade de instabilidade

### 4.3 Formulação do Modelo Híbrido **Interação Margem Continental-Jato Geofísico**

barotrópica, pois esta nova configuração pode satisfazer a condição necessária para a ocorrência deste tipo de instabilidade, requerida pelo teorema Rayleigh.

A equação da VP no modelo de duas frentes é escrita como:

$$\left[ \nabla^2 - \frac{1}{R_d^2} \mathcal{H}(x - x_t) \right] \psi = \begin{cases} q_1 & : & x < \mathcal{L}_t(y, t) \\ q_2 & : & \mathcal{L}_t(y, t) < x < \mathcal{L}_c(y, t) \\ q_3 & : & x > \mathcal{L}_c(y, t), \end{cases} \quad (4.1)$$

a qual deve satisfazer a condição de fronteira (3.5) e as condições de continuidade (3.6) e (3.7). A distribuição horizontal de VP assume os valores discretos  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ . A adimensionalização foi realizada utilizando as escalas da tabela 4.3. Diferentemente das seções anteriores onde definimos as escalas do movimento em função da circulação do vórtice, nesta seção definiremos as escalas de comprimento e tempo em função da largura e do máximo valor da vorticidade potencial no jato respectivamente. Separaremos novamente a função de corrente total  $\psi(x, y, t)$  em uma  $\bar{\psi}(x)$ , associada a posição retilínea das frentes e  $\psi'(x, y, t)$ , associada às perturbações. Assim,

$$\psi(x, y, t) = \bar{\psi}(x) + \psi'(x, y, t). \quad (4.2)$$

Substituindo (4.2) em (4.1), obtemos a equação de VP associada ao escoamento básico,

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \gamma^2 \mathcal{H}(x - x_t) \right] \bar{\psi} = q_1 + (q_2 - q_1) \mathcal{H}(x - x_t) + (q_3 - q_2) \mathcal{H}(x - x_c). \quad (4.3)$$

A solução da função de corrente  $\bar{\psi}(x)$  é,

$$\bar{\psi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} q_1 x^2 + v_0 x + A & : & 0 < x < x_t \\ B \exp[-\gamma x] + C \exp[\gamma x] - \frac{q_2}{\gamma^2} & : & x_t < x < x_c \\ D \exp[-\gamma x] - \frac{q_3}{\gamma^2} & : & x > x_c, \end{cases} \quad (4.4)$$

e a velocidade meridional associada é,

$$\bar{v}(x) = \begin{cases} q_1 x + v_0 & : & 0 < x < x_t \\ -\gamma B \exp[-\gamma x] + \gamma C \exp[\gamma x] & : & x_t < x < x_c \\ -\gamma D \exp[-\gamma x] & : & x > x_c. \end{cases} \quad (4.5)$$

**Tabela 4.1:** Escalas do Modelo

Definição	Convenção
Escala de comprimento horizontal (= raio de deformação de Rossby)	$R_d$
Velocidade horizontal (= velocidade do jato centrado no plano- $f$ )	$U$
Escala de Tempo	$R_d U^{-1}$
Vorticidade potencial	$U R_d^{-1}$

As constantes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ , são dadas por,

$$\begin{aligned}
 A &= -\frac{1}{2}x_t^2 - v_0x_t - \frac{1}{\gamma}q_1x_t - \frac{q_2}{\gamma} + \frac{1}{\gamma^2}(q_2 - q_3) \exp[-\gamma(x_c - x_t)] \\
 B &= -\frac{1}{\gamma}(q_1x_t + v_0) \exp[\gamma x_t] + \frac{1}{2\gamma^2} \exp[-\gamma(x_c - 2x_t)] \\
 C &= \frac{1}{2\gamma^2}(q_2 - q_3) \exp[-\gamma x_c] \\
 D &= -\frac{1}{\gamma}(q_1x_t + v_0) \exp[\gamma x_t] - \frac{1}{2\gamma^2}(q_2 - q_3) [\exp[-\gamma(x_c - 2x_t)] - \exp[\gamma x_c]] \quad (4.6)
 \end{aligned}$$

As condições de fronteira e continuidade adotadas foram as condições (3.5), (3.6) e (3.7).

Os perfis zonais da velocidade meridional associada ao escoamento básico, são frutos da distribuição do horizontal campo de VP. Apresentamos na Figura 4.3 como ilustração, algumas distribuições de VP e seus respectivos perfiz zonais de velocidade.

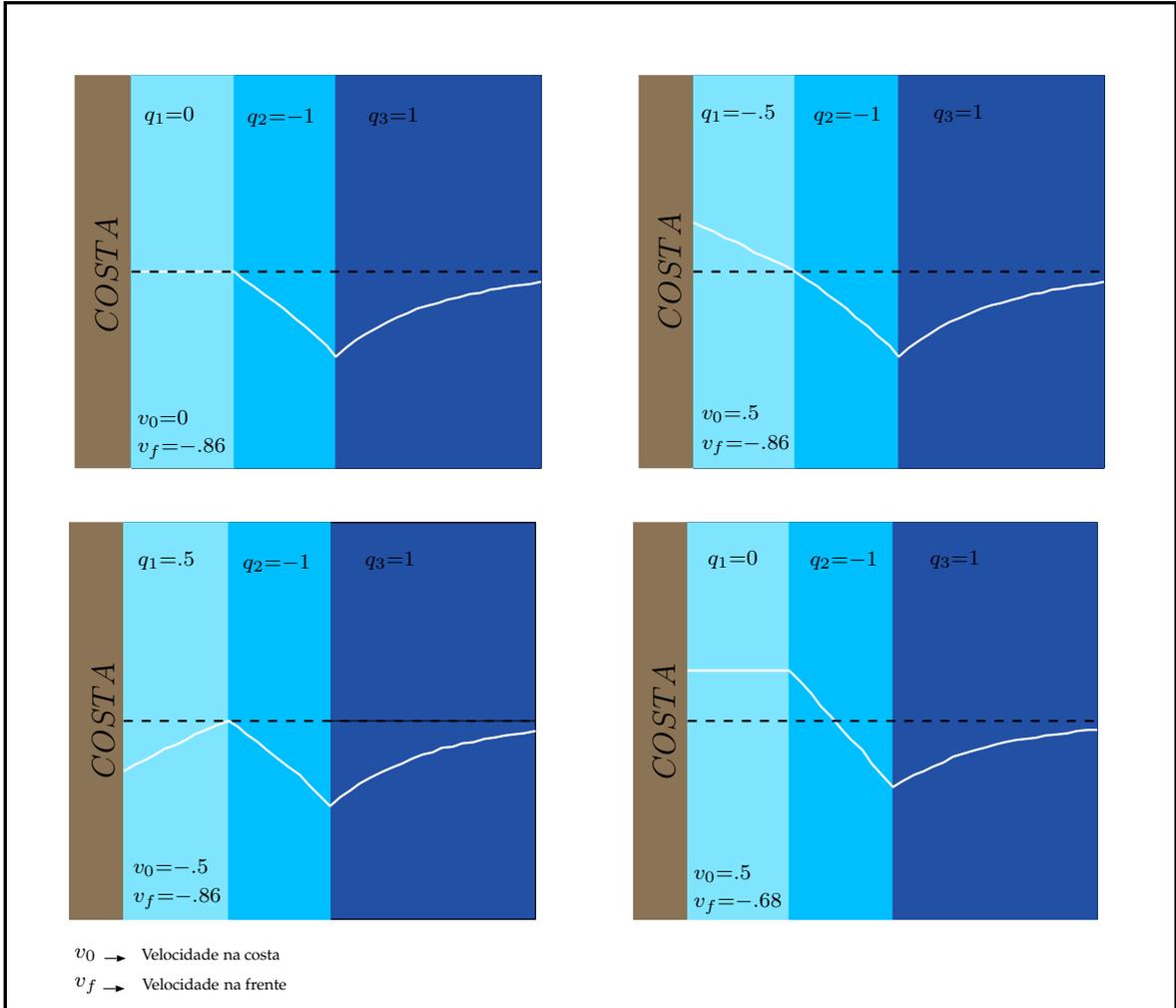
Afim de resolvermos o campo perturbado separamos a função de corrente  $\psi'(x, y, t)$  em duas partes:

$$\psi'(x, y, t) = \psi_p(x, y, t) + \psi_h(x, y), \quad (4.7)$$

onde  $\psi_p$  e  $\psi_h$  representam, como definido anteriormente, as funções de corrente

### 4.3 Formulação do Modelo Híbrido Interação Margem Continental-Jato Geofísico

particular e homogênea.



**Figura 4.3:** Perfiz zonais do escoamento básico.

A equação da vorticidade potencial adimensional, associada às anomalias, é

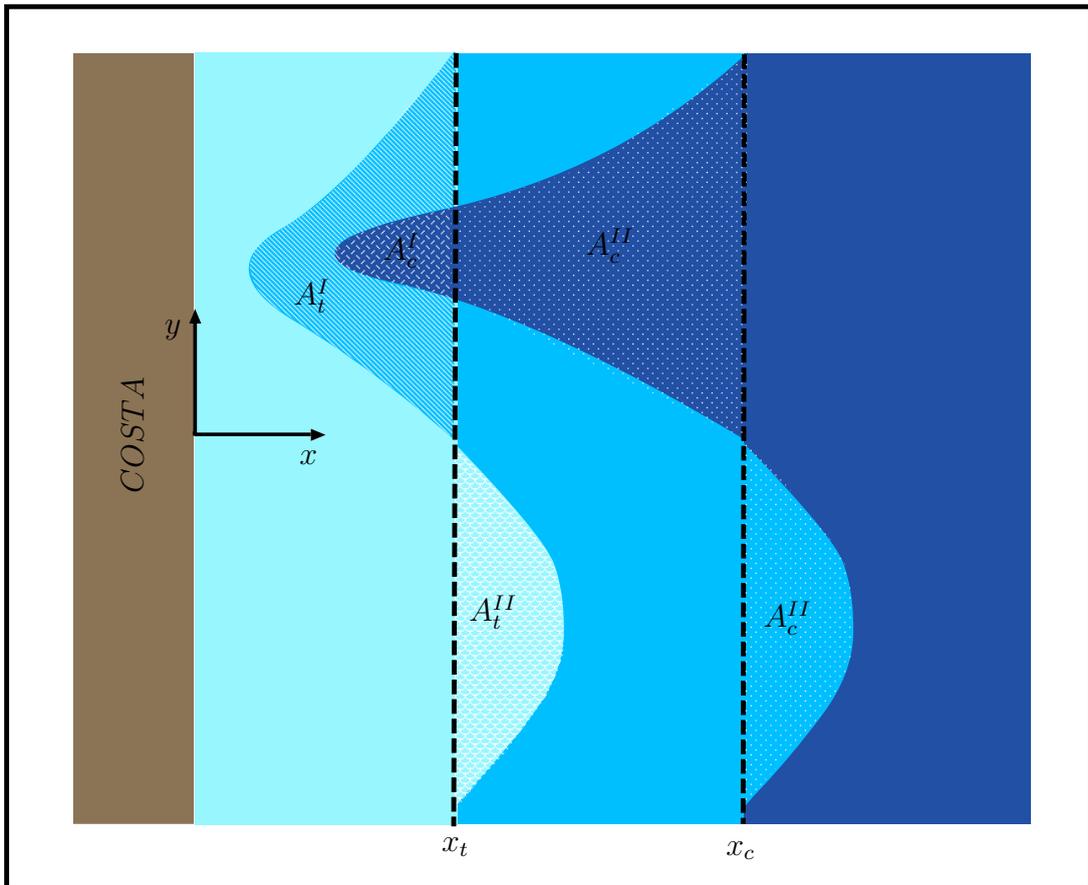
$$[\nabla^2 - \gamma^2 \mathcal{H}(x - x_t)] \psi_p = \begin{cases} \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} + \left[ \frac{h_1}{h_2} q_2 - q_1 \right] & : x_t > x > x_t - \mathcal{L}_t(y, t) \\ -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} + \left[ \frac{h_2}{h_1} q_1 - q_2 \right] & : x_t < x < x_t + \mathcal{L}_t(y, t) \\ (q_2 - q_3) & : x_c < x < \mathcal{L}_c(y, t) \\ (q_3 - q_2) & : x_c > x > \mathcal{L}_c(y, t) \end{cases} \quad (4.8)$$

### 4.3 Formulação do Modelo Híbrido **Interação Margem Continental-Jato Geofísico**

A função de corrente  $\psi_p(x, y, t)$  é encontrada através das integrais de Green,

$$\psi_p(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} + \left[ \frac{h_1}{h_2} q_2 - q_1 \right] \right] \iint_{A_t^I} [-\ln(r) + \ln(r^*)] dx' dy' \\ \quad + (q_2 - q_3) \iint_{A_c^I} [-\ln(r) + \ln(r^*)] dx' dy' \quad : \quad x < x_t \\ \left[ -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} + \left[ \frac{h_2}{h_1} q_1 - q_2 \right] \right] \iint_{A_t^{II}} K_0(\gamma r) dx' dy' \\ \quad + (q_2 - q_3) \iint_{A_c^{II}} K_0(\gamma r) dx' dy' \quad : \quad x > x_t \end{array} \right. \quad (4.9)$$

Onde as áreas  $A_t^I$ ,  $A_t^{II}$ ,  $A_c^I$  e  $A_c^{II}$ , são as áreas das anomalias referentes respectivamente a margem continental e ao jato geofísico, representadas na Figura 4.4.



**Figura 4.4:** Representação das áreas das Anomalias.

### 4.3 Formulação do Modelo Híbrido **Interação Margem Continental-Jato Geofísico**

As expressões das componentes da velocidade com as singularidades removidas são,

$$u_p(x, y, t) = -\frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} + \left[ \frac{h_1}{h_2} q_2 - q_1 \right] \right] \left[ \oint_{\partial A_t^I} (x-x') \frac{dr^2}{r^2} + \oint_{\partial A_t^I} (x+x') \frac{dr_I^2}{r^{*2}} \right] \\ \quad + (q_2 - q_3) \left[ \oint_{\partial A_c^I} (x-x') \frac{dr^2}{r^2} + \oint_{\partial A_c^I} (x+x') \frac{dr_I^2}{r^{*2}} \right] \\ \hspace{15em} : \quad x < x_t \\ \left[ -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} + \left[ \frac{h_2}{h_1} q_1 - q_2 \right] \right] \left[ \oint_{\partial A_t^{II}} (x-x') K_1(\gamma r) \frac{dr^2}{r} \right] \\ \quad + (q_2 - q_3) \left[ \oint_{\partial A_c^{II}} (x-x') K_1(\gamma r) \frac{dr^2}{r} \right] \\ \hspace{15em} : \quad x > x_t \end{array} \right. \quad (4.10)$$

$$v_p(x, y, t) = -\frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{array}{l} \left[ -\frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_2} + \left[ \frac{h_1}{h_2} q_2 - q_1 \right] \right] \left[ \oint_{\partial A_t^I} (y-y') \frac{dr^2}{r^2} + \oint_{\partial A_t^I} (y-y') \frac{dr^{*2}}{r^{*2}} \right] \\ \quad + (q_2 - q_3) \left[ \oint_{\partial A_c^I} (y-y') \frac{dr^2}{r^2} + \oint_{\partial A_c^I} (y-y') \frac{dr^{*2}}{r^{*2}} \right] \\ \hspace{15em} : \quad x < x_t \\ \left[ \frac{1}{R_o} \frac{\Delta h}{h_1} + \left[ \frac{h_2}{h_1} q_1 - q_2 \right] \right] \left[ \oint_{\partial A_t^{II}} (y-y') K_1(\gamma r) \frac{dr^2}{r} \right] \\ \quad + (q_2 - q_3) \left[ \oint_{\partial A_c^{II}} (y-y') K_1(\gamma r) \frac{dr^2}{r} \right] \\ \hspace{15em} : \quad x > x_t. \end{array} \right. \quad (4.11)$$

A função de corrente homogênea, a qual acopla as regiões *I* e *II*, é encontrada aplicando-se a transformada de Fourier (3.25) à equação de VP nula, dada por

$$[\nabla^2 - \gamma^2 \mathcal{H}(x - x_t)] \psi_h = 0. \quad (4.12)$$

A solução de  $\psi_h(x, y)$  e suas velocidades zonais e meridionais são dadas pelas equações (3.57), (3.58) e (3.59) da seção 3.2.3, respectivamente.

Os coeficientes de Fourier  $A_l$  e  $B_l$  são dados por,

$$A_l = \frac{h_1 \alpha \hat{u}_p^I(x_t, l) - i l h_2 \hat{v}_p^I(x_t, l) - h_2 \alpha \hat{u}_p^{II}(x_t, l) + i l h_2 \hat{v}_p^{II}(x_t, l)}{i l [h_1 \alpha \sinh(l x_t) + h_2 l \cosh(l x_t)]} \quad (4.13)$$

$$B_l = \frac{\cosh(lx_t)(h_2\hat{u}_p^{II}(x_t, l) - h_1\hat{u}_p^I(x_t, l)) + i \sinh(lx_t)(h_1\hat{v}_p^{II}(x_t, l) - h_1\hat{v}_p^I(x_t, l))}{i e^{-\alpha x_t} [h_1 \alpha \sinh(lx_t) + h_2 l \cosh(lx_t)]} \quad (4.14)$$

O movimento de cada contorno é calculado através das equações Lagrangeanas,

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{L}_j}{dt} &= u'(\mathcal{L}_j, y, t) \\ \frac{dy_j}{dt} &= \bar{v}(x) + v'(\mathcal{L}_j, y, t), \end{aligned} \quad (4.15)$$

onde o índice  $j = 1, 2$ , representa a  $j$ -ésima frente, sendo que  $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_t$  e  $\mathcal{L}_2 = \mathcal{L}_c$ .

## 4.4 Teoria Linear

A suposição básica da teoria linear é que as perturbações (anomalias) geradas nas frentes de vorticidade possuam amplitudes infinitesimais, isto é,  $|\mathcal{L}_j| \ll 1$ . Em termos dimensionais isto significa que as perturbações nos contornos que formam a margem continental e o jato devem ser muito menores que a largura do jato e do comprimento de onda característico da perturbação.

Vamos desenvolver a teoria linear na ausência da forçante (vórtice) a partir de uma forma mais generalizada e depois particularizaremos para o caso de interesse.

A equação de VP quase-geostrófica, na ausência do vórtice singular é,

$$[\nabla^2 - \gamma^2 \mathcal{H}(x - \bar{x}_j)]\psi = q, \quad (4.16)$$

onde a distribuição de VP para n-frentes é escrita da seguinte forma,

$$q = q_1 + \sum_{j=1}^n \Delta_j \mathcal{H}[x - \bar{x}_j - \mathcal{L}_j(y, t)], \quad (4.17)$$

tal que  $\Delta_j = q_{i+1} - q_j$ . Substituindo a distribuição de vorticidade (4.17) na equação de conservação de VP,

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} = 0, \quad (4.18)$$

obtemos a condição de contorno cinemática,

$$\frac{\partial \mathcal{L}_j}{\partial t} + v \frac{\partial \mathcal{L}_j}{\partial y} = u, \quad \text{em } x = \mathcal{L}_j(y, t) \quad (4.19)$$

As velocidades podem ser obtidas, através das fórmulas de inversão,

$$[\nabla^2 - \gamma^2 \mathcal{H}(x - \bar{x}_j)]u = \sum_{j=1}^n \Delta_j \frac{\partial \mathcal{L}_j}{\partial y} \delta(x - \bar{x}_j - \mathcal{L}(y, t)) \quad (4.20)$$

$$[\nabla^2 - \gamma^2 \mathcal{H}(x - \bar{x}_j)]v = \sum_{j=1}^n \Delta_j \delta(x - \bar{x}_j - \mathcal{L}(y, t)) \quad (4.21)$$

Com o intuito de obter as propriedades de estabilidade linear, linearizamos as equações (4.19), (4.20) e (4.20), obtendo,

$$\frac{\partial \mathcal{L}_j}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial \mathcal{L}_j}{\partial y} = u', \quad \text{em } x = \bar{x}_j \quad (4.22)$$

As velocidades podem ser obtidas, através das fórmulas de inversão lineares,

$$[\nabla^2 - \gamma^2 \mathcal{H}(x - \bar{x}_j)]u' = \sum_{j=1}^n \Delta_j \frac{\partial \mathcal{L}_j}{\partial y} \delta(x - \bar{x}_j), \quad (4.23)$$

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \gamma^2 \mathcal{H}(x - \bar{x}_j) \right] \bar{v} = \sum_{j=1}^n \Delta_j \delta(x - \bar{x}_j), \quad (4.24)$$

onde  $u'$  e  $\bar{v}$  são respectivamente as velocidades associadas as anomalias e ao escoamento básico. As soluções de  $u'$  e  $\bar{v}$  são encontradas aplicando-se as funções de Green às fórmulas de inversão (4.23) e (4.24). Assumindo uma dependência em  $y$  e  $t$  da seguinte forma,

$$\mathcal{L}_j = \hat{\mathcal{L}}_j e^{ik(y-ct)}, \quad (4.25)$$

obtemos,

$$\bar{v} = \sum_{j=1}^n \Delta_j G_0(x|\bar{x}_j), \quad (4.26)$$

$$u' = ik \sum_{j=1}^n \Delta_j G_k(x|\bar{x}_j) \mathcal{L}_j, \quad (4.27)$$

tal que a função de Green deve satisfazer a seguinte equação,

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} - [k^2 + \gamma^2 \mathcal{H}(x - \bar{x}_j)] \right\} G_k(x|\bar{x}_j) = \delta(x - \bar{x}_j), \quad (4.28)$$

respeitando as seguintes condições de fronteiras,

$$G_k(0, \bar{x}_j) = 0, \quad (4.29)$$

$$G_k(\bar{x}_j^- | \bar{x}_j) = G_k(\bar{x}_j^+ | \bar{x}_j), \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial G_k}{\partial x} \Big|_{\bar{x}_j^+} - \frac{\partial G_k}{\partial x} \Big|_{\bar{x}_j^-} = 1. \quad (4.31)$$

A função de Green é dada por,

$$G_k(x | \bar{x}_j) = -\frac{e^{\alpha \bar{x}_j}}{\alpha + k \cotgh(k \bar{x}_j)} \begin{cases} \frac{e^{-\alpha \bar{x}_j}}{\sinh(k \bar{x}_j)} \sinh(kx) & : x < \bar{x}_j \\ e^{-\alpha x} & : x > \bar{x}_j, \end{cases} \quad (4.32)$$

onde  $\alpha = \sqrt{k^2 + \gamma^2}$ .

As propriedades de estabilidade linear para o modelo de  $n$ -frentes são obtidas substituindo-se as equações (4.25), (4.26) e (4.27) na equação (4.22), fornecendo o problema clássico de autovalores,

$$\left\{ [\bar{v}(\bar{x}_j) - c] \delta_{ij} - \sum_{j=1}^n \Delta_j G_k(\bar{x}_i | \bar{x}_j) \right\} \hat{\mathcal{L}}_j = 0, \quad (4.33)$$

resultando num sistema quadrático de  $n \times n$  da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} \bar{v}(\bar{x}_1) - c - \Delta_1 G_k(\bar{x}_1 | \bar{x}_1) & \dots & -\Delta_n G_k(\bar{x}_1 | \bar{x}_n) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ -\Delta_1 G_k(\bar{x}_n | \bar{x}_1) & \dots & \bar{v}(\bar{x}_n) - c - \Delta_n G_k(\bar{x}_n | \bar{x}_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathcal{L}}_1 \\ \vdots \\ \hat{\mathcal{L}}_n \end{bmatrix} = 0, \quad (4.34)$$

cujas soluções nos permite avaliar as propriedades de estabilidade linear do sistema.

Vamos agora particularizar e avaliar tais propriedades para o caso de duas frentes, onde a primeira frente está associada a margem continental e a segunda ao jato.

A velocidade de fase, no caso de duas frentes tem a seguinte forma,

$$c = \frac{1}{2} \left\{ [\bar{v}_1 + \bar{v}_2 - \Delta_2 G_k(\bar{x}_2 | \bar{x}_2) - \Delta_1 G_k(\bar{x}_1 | \bar{x}_1)] \pm \left[ (\bar{v}_1 + \bar{v}_2 - \Delta_2 G_k(\bar{x}_2 | \bar{x}_2) - \Delta_1 G_k(\bar{x}_1 | \bar{x}_1))^2 + 4(\bar{v}_1 \Delta_2 G_k(\bar{x}_2 | \bar{x}_2) + \bar{v}_2 \Delta_1 G_k(\bar{x}_1 | \bar{x}_1) - \Delta_1 \Delta_2 G_k(\bar{x}_1 | \bar{x}_1) G_k(\bar{x}_2 | \bar{x}_2) + \Delta_1 \Delta_2 G_k(\bar{x}_1 | \bar{x}_2) G_k(\bar{x}_2 | \bar{x}_1) - \bar{v}_1 \bar{v}_2) \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (4.35)$$

No nosso caso em particular a velocidade  $\bar{v}_1 = 0$  e a velocidade  $\bar{v}_2$  é dada por,

$$\bar{v}_2 = \Delta_1 G_0(\bar{x}_2|\bar{x}_1) + \Delta_2 G_0(\bar{x}_2|\bar{x}_2), \quad (4.36)$$

onde a função de Green associada ao estado básico é,

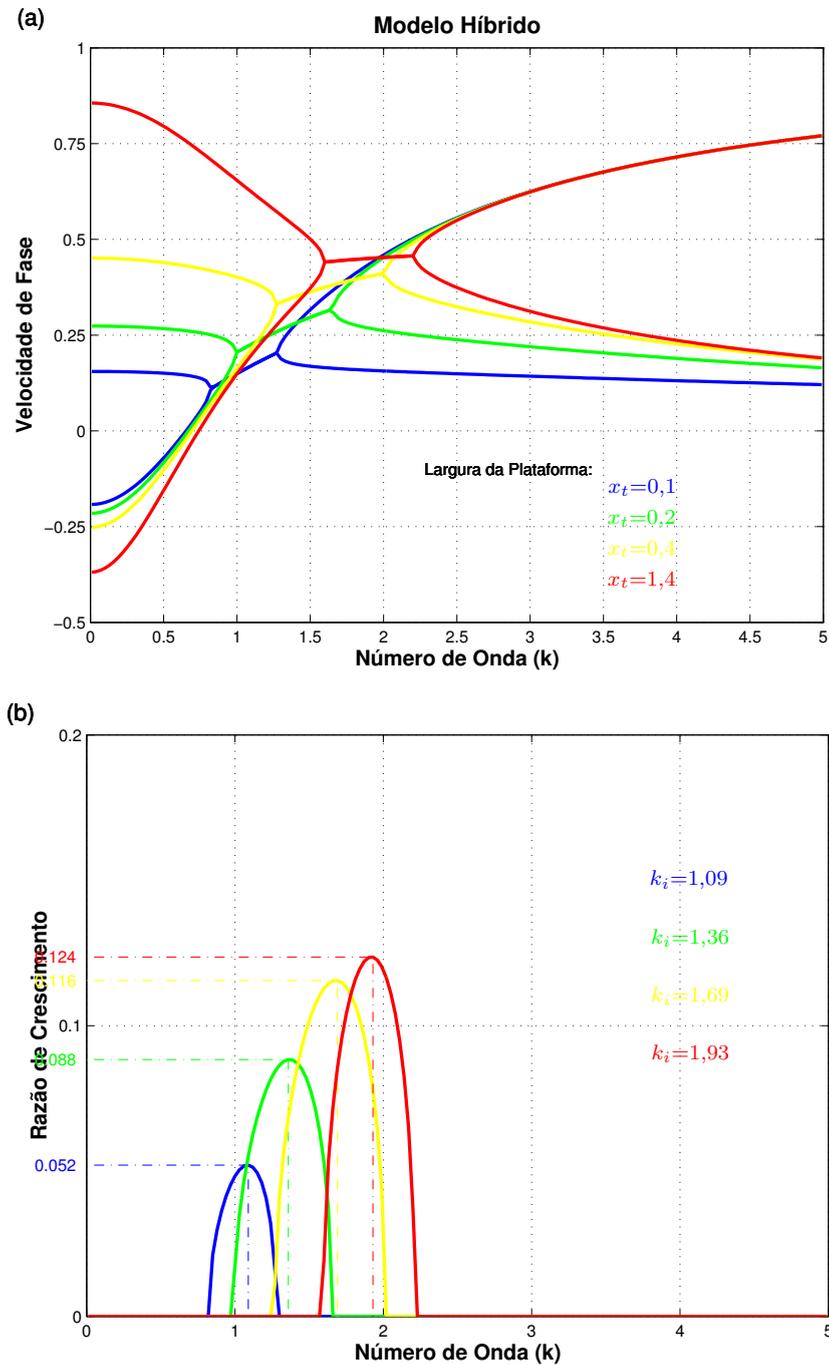
$$G_0(x|\bar{x}_j) = \begin{cases} 0, & x < \bar{x}_1, \\ -\frac{1}{2} \left[ e^{-\gamma|x-\bar{x}_j|} - e^{-\gamma\bar{x}_2} e^{-\gamma(2\bar{x}_j-x)} \right], & x > \bar{x}_1. \end{cases} \quad (4.37)$$

Avaliamos as propriedades de estabilidade linear variando a largura da margem e a distância entre as frentes e mantendo a magnitude da velocidade na segunda frente sempre constante e igual a 1. Os saltos de VP  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  estão associados respectivamente à margem continental e ao jato geofísico. Mantendo a distância entre as frentes fixas e variando a largura da plataforma, obtemos as velocidades de fase (c) e as taxas de crescimento (Figura 4.5). Observamos um limite de instabilidade para ondas curtas e longas, que se altera em função da largura da plataforma. O espectro de ondas instáveis aumenta a medida que a plataforma se torna mais larga, sendo que há um limite superior igual  $1,5R_d$ . Quanto mais estreita a plataforma, mais longas são as ondas instáveis e menores são as suas razões de crescimento. Os números de onda mais instáveis  $k_i$  e suas taxas de crescimento aumentam à medida que alargamos a plataforma (Figura 4.5 (b)). No caso da plataforma com largura igual 0,1 a máxima instabilidade é encontrada para  $k_i = 1,09$  ( $\lambda \approx 5.7R_d$ ). Se considerarmos escalas típicas de latitudes subtropicais, o raio de deformação interno terá aproximadamente a ordem de 50 km. Desta forma o comprimento das ondas instáveis seria da ordem de 288 km e a taxa de crescimento da ordem de 0,05. No caso da plataforma com largura igual  $1,4R_d$ , a máxima instabilidade é encontrada para  $k_i = 1,09$ , onde a onda mais instável teria um comprimento igual a 163 km e taxa de crescimento igual a 0,12. Quando a plataforma possui largura  $> 1,5R_d$  a costa não mais altera as propriedades de instabilidade.

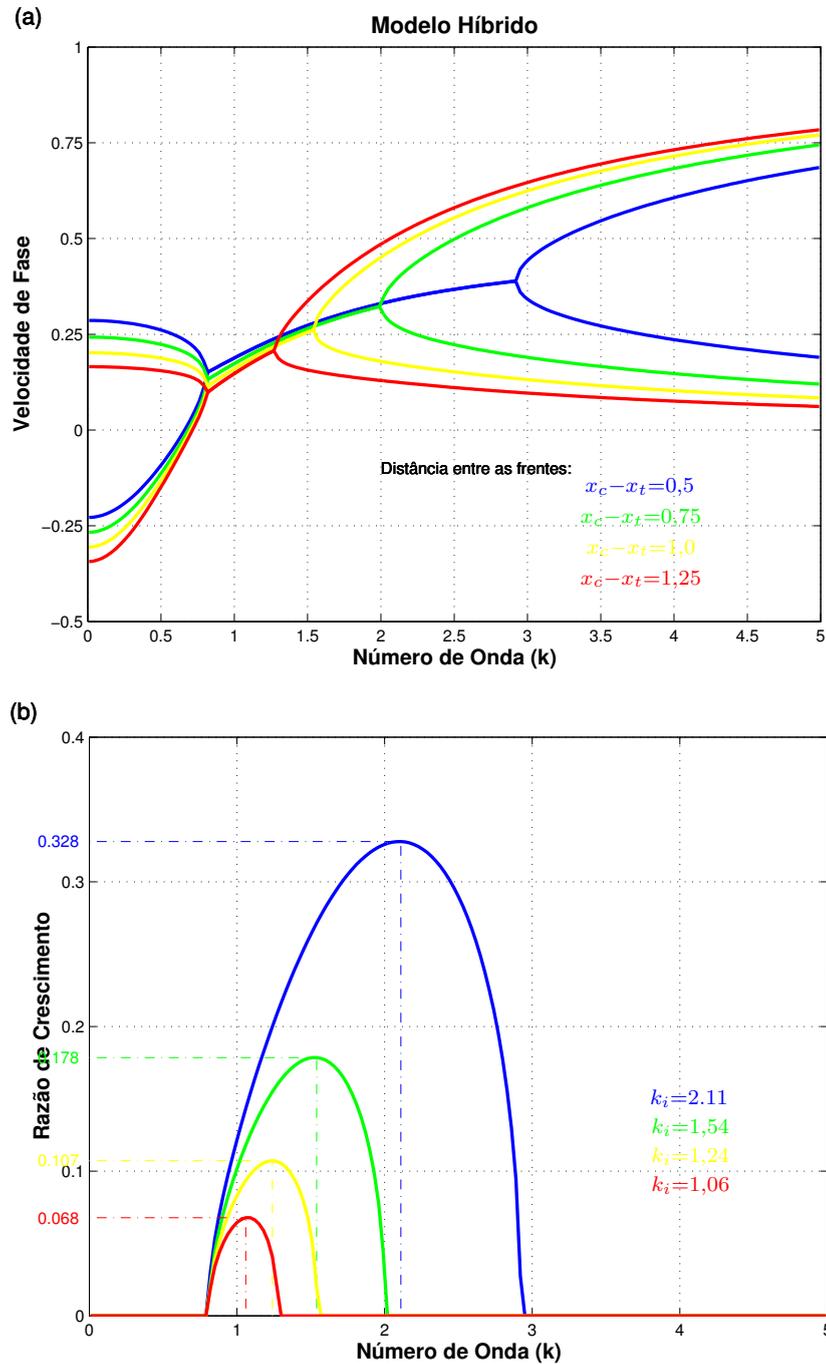
Calculamos também as velocidades de fase e taxas de crescimento no modelo híbrido em função do espaçamento entre as frentes (Figura 4.6), mantendo a largura da plataforma e a velocidade na segunda frente fixas e iguais a 0,5 e 1,0. Obtemos novamente limites de ondas curtas e longas. O limite de instabilidade de ondas longas não é alterado sendo dependente da largura da plataforma e não da distância

entre as frentes. Observamos como esperado que quanto menor a distância entre as frentes maior é a razão de crescimento e o espectro das ondas instáveis. Os números de onda mais instáveis  $k_i$  e suas taxas de crescimento aumentam à medida que diminuimos a distância entre as frentes (Figura 4.6(b)). No caso da menor distância entre as frentes considerado ( $x_c - x_t = 0,5$ ), obtemos para as ondas mais instáveis uma taxa de crescimento igual a 0,32 e número de onda igual 2.11 ( $\lambda_i \approx 149$  km). No caso de máxima distância entre as frentes considerado ( $x_c - x_t = 1,25$ ), a onda instável apresenta um comprimento de onda bem mais longo da ordem de 296 km e taxa de crescimento bem menor, igual a 0,06.

No modelo Híbrido as ondas instáveis propagam fase e grupo ( $c_g$ ) para Norte, sendo que  $c_g > c$ .



**Figura 4.5:** Diagramas de instabilidade linear para o modelo híbrido com a distância entre as frentes e a velocidade na segunda frente mantidas fixas e iguais a 1, 0. (a) Velocidade de fase e (b) razão de crescimento, em função da largura da plataforma.



**Figura 4.6:** Diagramas de instabilidade linear para o modelo híbrido com a largura da plataforma e a velocidade na segunda frente mantidas fixas e iguais a 0,5 e 1,0. (a) Velocidade de fase e (b) razão de crescimento, em função da distância entre as frentes.

## 4.5 Experimentos Numéricos

Nesta secção discutiremos os resultados da DCM na presença ou não da costa meridional, utilizando os resultados do cálculo de estabilidade linear apresentado na secção anterior como guia para nossas discussões. Os experimentos realizados satisfazem a condição necessária de Rayleigh para instabilidade barotrópica.

Nos experimentos a seguir a distribuição horizontal de VP foi escolhida de maneira que a velocidade no centro do jato tivesse magnitude 1 e que dentro da plataforma a velocidade fosse zero.

Os parâmetros independentes do sistema margem continental-jato geofísico são: a intensidade da topografia  $\Delta = \frac{1}{R_0} \frac{\Delta h}{h}$ , a distribuição horizontal de VP ( $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ ), a largura da plataforma continental e a distância inicial do jato geofísico em relação a margem continental dada por  $x_c - x_t$ .

Em todos os experimentos realizados tomamos o limite quase-geostrófico, desta forma a altura da margem continental, isto é, a diferença das profundidades  $\Delta h = h_2 - h_1$  dividida pela profundidade do fluido  $h$  tem que ser da ordem do número de Rossby  $R_o = U/f_0L$ , onde  $U$  é a escala de velocidade,  $L$  a do comprimento do movimento e  $f_0$  o parâmetro de Coriolis. Fixamos a intensidade da vorticidade devida à topografia e a intensidade da velocidade no centro do jato, os quais possuem magnitude 1.

Utilizamos três configurações de plataforma. Na primeira fazemo-a infinita posicionando a margem continental em  $x_t = 0, 0$ , na segunda e na terceira configuração a plataforma possui largura finita, igual a  $0,5$  e  $1,0R_d$  e a margem continental é posicionada em  $x_t = 0,5$  e  $1,0$  respectivamente. A posição inicial do jato geofísico em relação a frente associada à margem continental é variada de acordo com  $x_c - x_t = 0,5; 0,75; 1,0$  e  $1,25$ .

Utilizamos uma perturbação gaussiana na frente associada ao jato geofísico na forma,

$$x_c = \bar{x}_c + Ae^{-(y_c/\bar{w})^2}, \quad (4.38)$$

onde adotamos  $|A| = 0,2$  e  $\tilde{w} = 1$ .

#### • Perturbação Anticiclônica

As principais características observadas nas simulações numéricas da interação entre as frentes de vorticidade, em resposta a perturbação gaussiana anticiclônica aplicada ao jato geofísico e os parâmetros utilizados, são apresentados na Tabela 4.2.

Descrevemos de forma qualitativa a evolução das frentes de VP associada à margem continental e ao jato geofísico, buscando extrair as principais características físicas presentes na interação.

Descreveremos os experimentos Exp.1, caso 3 (**Exp1-3**); Exp.2, caso 1 (**Exp2-1**) e Exp.2, caso 3 (**Exp2-3**). Em todos os experimentos o sistema é perturbado em  $t = 0$  por um meandro gaussiano de amplitude  $0,2R_d$  e largura  $1R_d$ .

O experimento **Exp1-3** (Figura 4.8), corresponde à configuração com plataforma finita de largura  $1R_d$  na qual a primeira frente está localizada a  $1R_d$  da costa e a distância relativa entre as frentes ( $x_c - x_t$ ) é  $0,5R_d$ . Em  $t = 0$  a perturbação na segunda frente induz a formação de meandros, um ciclônico e outro anticiclônico, na primeira frente ( $t = 2$ ). Em  $t = 6$  ocorre o fechamento de fase das ondas instáveis e o processo de instabilidade barotrópica é desencadeado, fazendo com que as ondas cresçam em amplitude. Em  $t = 8$ , os mecanismos não-lineares começam a agir efetivamente, levando à formação de um vórtice anticiclônico que translada em direção à costa ( $t = 10$ ). O efeito imagem aprisiona o vórtice que passa a se deslocar para norte em  $t = 12$ . Em  $t = 14$ , vemos a formação de um segundo vórtice, menor que o primeiro, que também parece transladar em direção à costa da mesma maneira que seu predecessor.

O experimento **Exp2-1** (Figura 4.7) corresponde à configuração onde a plataforma é infinita e a distância relativa entre as frentes ( $x_c - x_t$ ) é  $0,75R_d$ . A perturbação introduzida novamente na segunda frente em  $t = 0$  induz a formação de meandros, um ciclônico e outro anticiclônico na primeira frente ( $t = 4$ ). As ondas instáveis geradas se acoplam em  $t = 8$  e os meandros formados passam a se desenvolver. Em  $t = 16$  percebemos que os processos não-lineares passam a agir levando à formação

de um par de vórtices anticiclônicos que passam a transladar para noroeste ( $t = 24$ ), para dentro da plataforma. Em  $t = 30$ , quando interrompemos a simulação, vemos a formação de um terceiro vórtice que também passa a transladar para noroeste. É interessante notar que os três vórtices formados apresentam tamanhos consecutivamente menores e derivam para noroeste. O efeito dessa deriva atribuímos as ondas instáveis propagarem fase e grupo para Norte.

O experimento **Exp2-3** é o último discutido para o caso de uma perturbação anticiclônica. Neste experimento a plataforma é finita e possui largura igual  $1R_d$ . A distância relativa entre as frentes ( $x_c - x_t$ ) é  $0,75R_d$ . Um meandro anticiclônico mais uma vez perturba a segunda frente em  $t = 0$  e novamente induz a formação de meandros ciclônicos e anticiclônicos na primeira frente. O processo de instabilidade barotrópica começa a ser desencadeado em  $t = 8$  com o fechamento de fase das ondas instáveis e o conseqüente crescimento dos meandros. Em  $t = 16$ , os mecanismos não-lineares começam a atuar provocando a quebra e fechamento das estruturas vorticais ciclônicas ( $t = 22$ ). As estruturas formadas, passam então a sentir o efeito imagem provocado pela presença da costa, dando origem a um vórtice costeiro, enquanto o segundo vórtice permanece afastado da costa. Essas duas estruturas passam então a ser advectadas para norte. Ao final da simulação ( $t = 28, 30$ ) percebemos a formação de um terceiro vórtice, que também inicia translação em direção à costa.

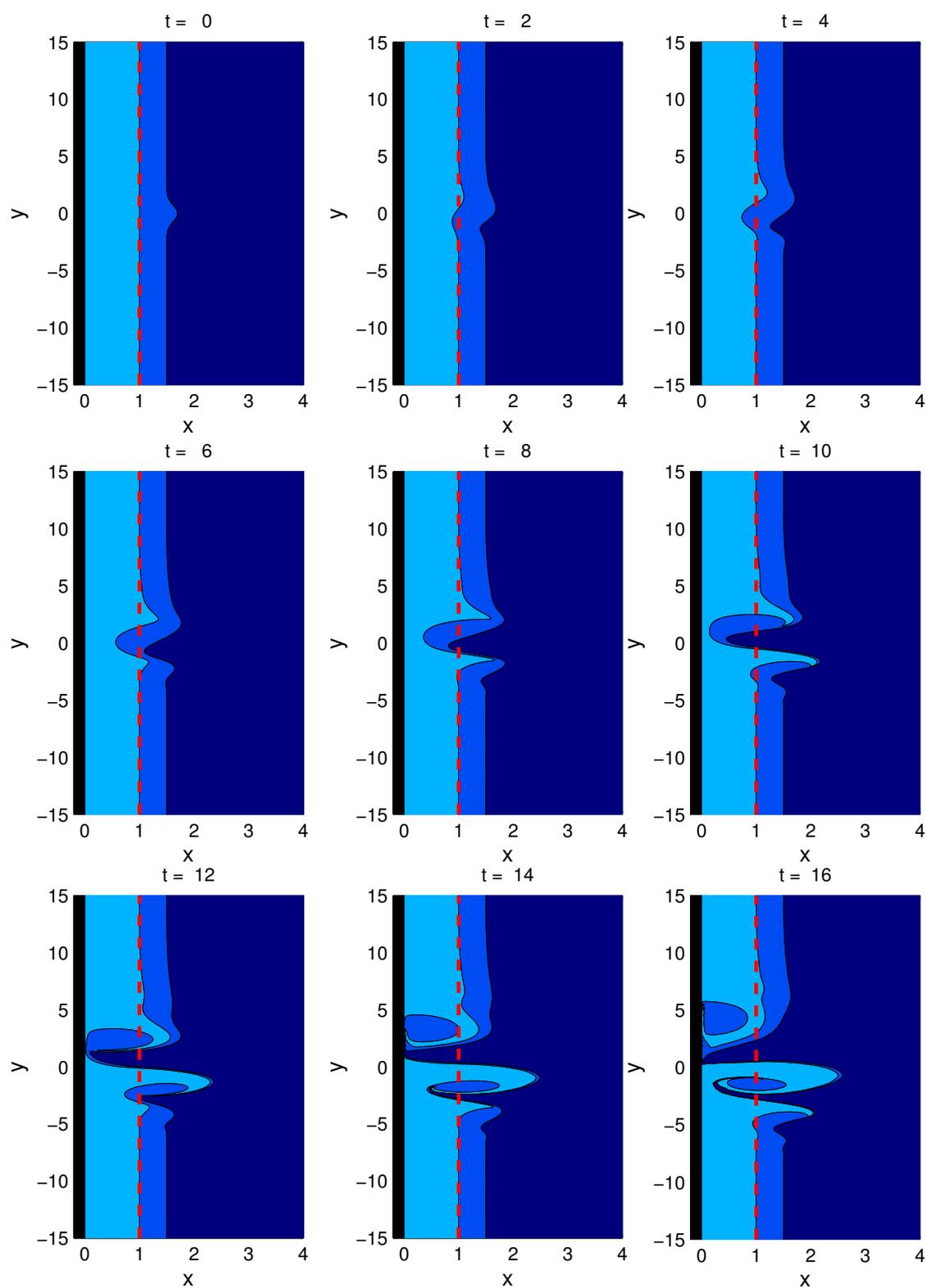
O comportamento observado nos experimentos mostra-nos que o modelo segue os resultados previstos pela teoria linear (Figura 4.5) em relação às taxas de crescimento e intervalo de comprimento de ondas instáveis. No experimento **Exp2** o caso 3 apresenta taxas de crescimento e intervalo de ondas instáveis sensivelmente menores que as apresentadas para o caso 1.

Os resultados da teoria linear mostram ainda que ondas instáveis propagam fase para Norte.

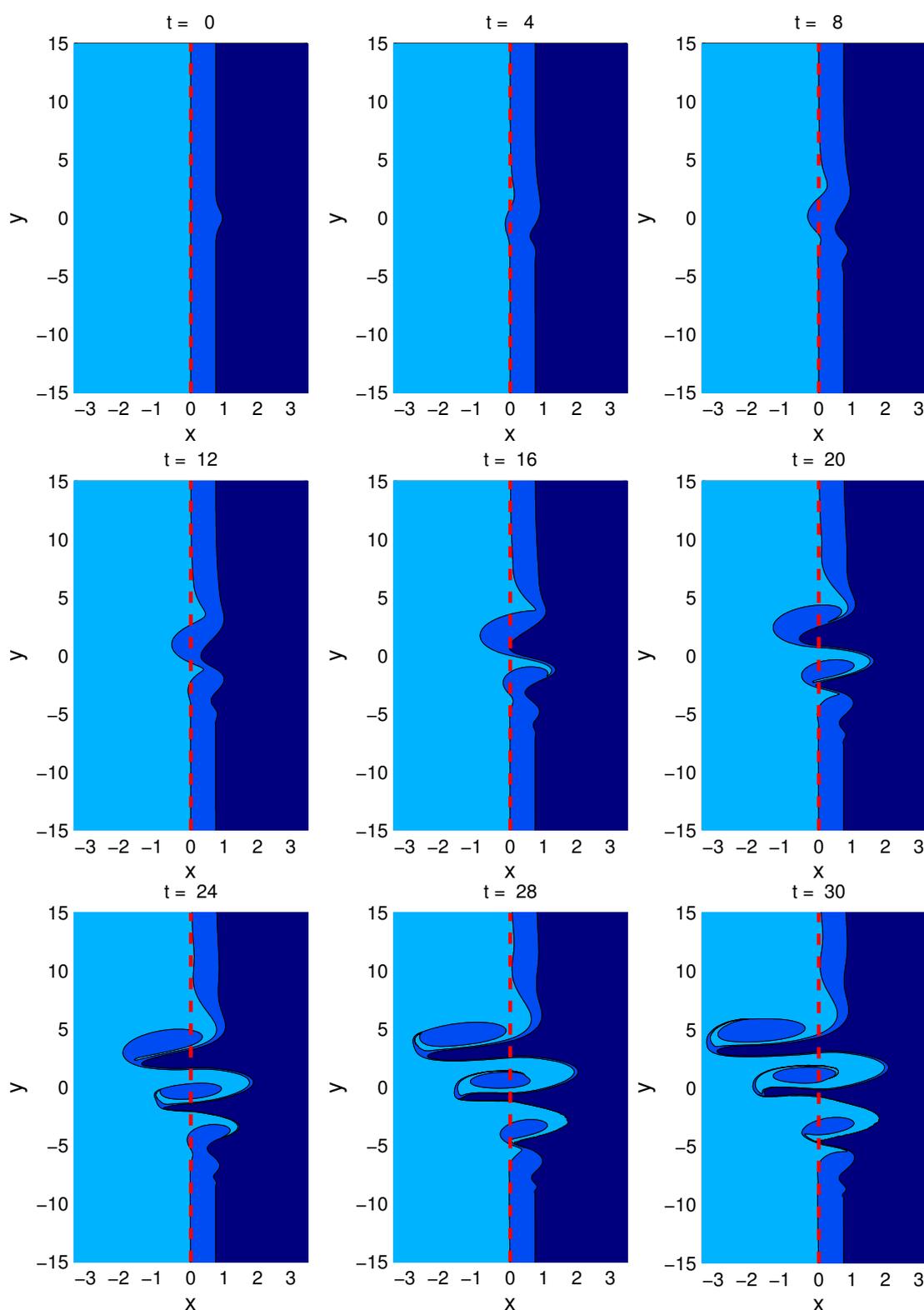
No experimento **Exp2-1**, a deriva para noroeste dos vórtices tem origem à vorticidade relativa induzida pela interação entre as frentes, enquanto que nos experimentos onde há costa se faz presente, a deriva para Norte tem origem na imagem.

Tabela 4.2: Modelo Híbrido

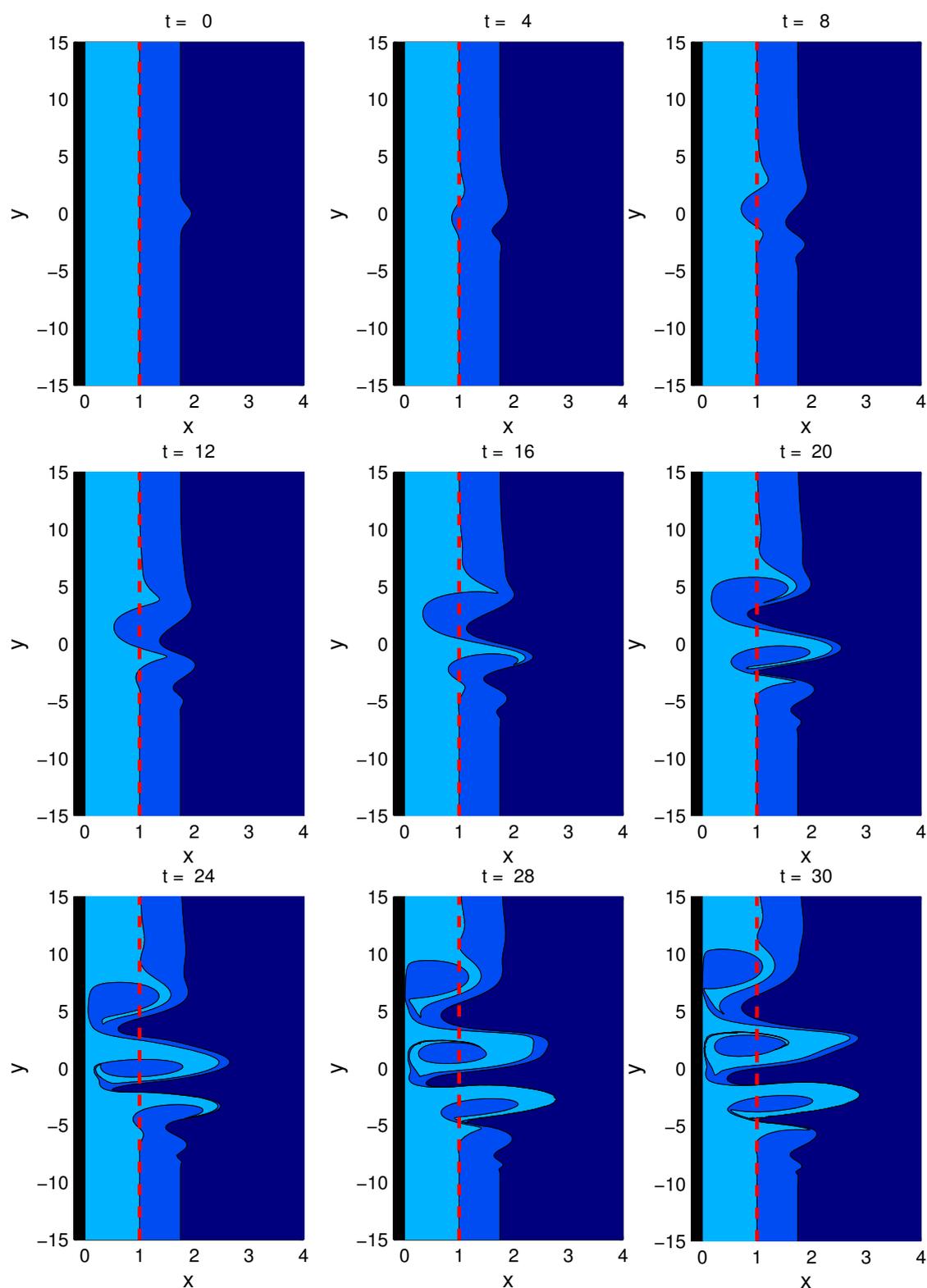
Interação Margem Continental–Jato Geofísico					
Perturbação Anticiclônico					
Experimentos	Casos	Costa	$x_t$	$x_v - x_t$	Resposta da Interação
Exp1	1	Não	0,0	0,5	Filamentação e vórtice ciclônico
	2	Sim	0,5		Filamentação e vórtice ciclônico costeiro
	3	Sim	1,0		Filamentação e vórtice ciclônico
Exp2	1	Não	0,0	0,75	Filamentação e dois Vórtices ciclônicos
	2	Sim	0,5		Filamentação, vórtices ciclônico e ciclônico costeiro
	3	Sim	1,0		Filamentação e vórtice ciclônico
Exp3	1	Não	0,0	1,0	Filamentação e vórtice ciclônico
	2	Sim	0,5		Indício de Formação de Vórtice ciclônico
	3	Sim	1,0		Filamentação e vórtice ciclônico
Exp4	1	Não	0,0	1,25	Padrão de onda
	2	Sim	0,5		Padrão de onda
	3	Sim	1,0		Padrão de onda



**Figura 4.7:** Evolução temporal das frentes de vorticidades associadas a margem continental e jato geofísico, **experimento 1, caso 3** da tabela 4.2.



**Figura 4.8:** Evolução temporal das frentes de vorticidades associadas a margem continental e jato geofísico, **experimento 2, caso 1** da tabela 4.2.



**Figura 4.9:** Evolução temporal das frentes de vorticidades associadas a margem continental e jato geofísico, **experimento 2, caso 3** da tabela 4.2.

**• Perturbação Ciclônica**

Aplicando uma perturbação gaussiana ciclônica na frente de vortacidade associada ao jato geofísico, estudamos a evolução do sistema margem-jato numericamente empregando a dinâmica de contornos modificada. Os experimentos numéricos realizados, tal como os parâmetros utilizados e as principais características físicas observadas na interação estão sumariados na Tabela 4.3.

Descreveremos de forma qualitativa a evolução das frentes de VP dos casos que apresentaram os padrões mais interessantes, buscando apontar os principais mecanismos físicos presentes na interação.

Descreveremos agora os experimentos **Exp5-2**, **Exp6-2** e **Exp6-3**. Em todos os experimentos o sistema é perturbado em  $t = 0$  por um meandro gaussiano de amplitude  $0,2R_d$  e largura  $1R_d$ .

O experimento **Exp5-2** corresponde à configuração em que as duas frentes encontram-se mais próximas à costa, com a primeira frente localizada a  $0,5R_d$  e a distância relativa entre as frentes ( $x_c - x_t$ ) dada por  $0,5R_d$ . Em  $t = 0$ , a perturbação na segunda frente induz a formação de meandros ciclônicos e anticiclônicos na primeira frente ( $t = 2$ ). As ondas instáveis formadas se acoplam e em  $t = 4$  observamos que o processo de instabilidade barotrópica faz com que os meandros excitados comecem a se desenvolver, levando à formação de um vórtice anticiclônico afastado da costa ( $t = 12$ ).

No experimento **Exp6-2**, há a presença da costa e a primeira frente está novamente localizada a  $0,5R_d$  da costa, porém agora a separação entre as frentes é maior, com as mesmas apresentando distância relativa de  $0,75R_d$ . Quando o sistema é perturbado em  $t = 0$ , o meandro ciclônico novamente na segunda frente induz a formação de meandros ciclônicos e anticiclônicos na primeira frente ( $t = 4$ ). As ondas instáveis geradas fecham fase em  $t = 4$  iniciando novamente o processo de crescimento dos meandros via instabilidade barotrópica. Em  $t = 12$ , os mecanismos não-lineares começam a se destacar e levam à formação de um vórtice anticiclônico ( $t = 22$ ), que imediatamente sente a influência do efeito imagem e é aprisionado na costa em  $t = 24$ . Ao final da simulação ( $t = 26$ ), vemos que o vórtice passa a

transladar para norte devido à advecção induzida pela imagem.

O experimento **Exp6-3** apresenta geometria análoga ao caso anterior, porém agora a distância da primeira frente à costa é  $1R_d$ , enquanto a distância relativa entre as frentes é mantida  $0,75R_d$ . A perturbação ciclônica imposta em  $t = 0$ , novamente induz a formação de meandros ciclônicos e anticiclônicos em  $t = 4$ . O fechamento de fase das ondas instáveis ocorre em  $t = 4$  quando os mecanismos de instabilidade barotrópica começam a promover o crescimento dos meandros. Em  $t = 12$ , os mecanismos não-lineares passam a agir efetivamente e observamos a formação de um vórtice anticiclônico afastado da costa ( $t = 20$ ). De  $t = 20$  em diante podemos observar a translação do vórtice para norte, e em  $t = 26$  observamos a formação de um segundo vórtice que também começa a transladar na mesma direção até  $t = 28$ , quando interrompemos a simulação.

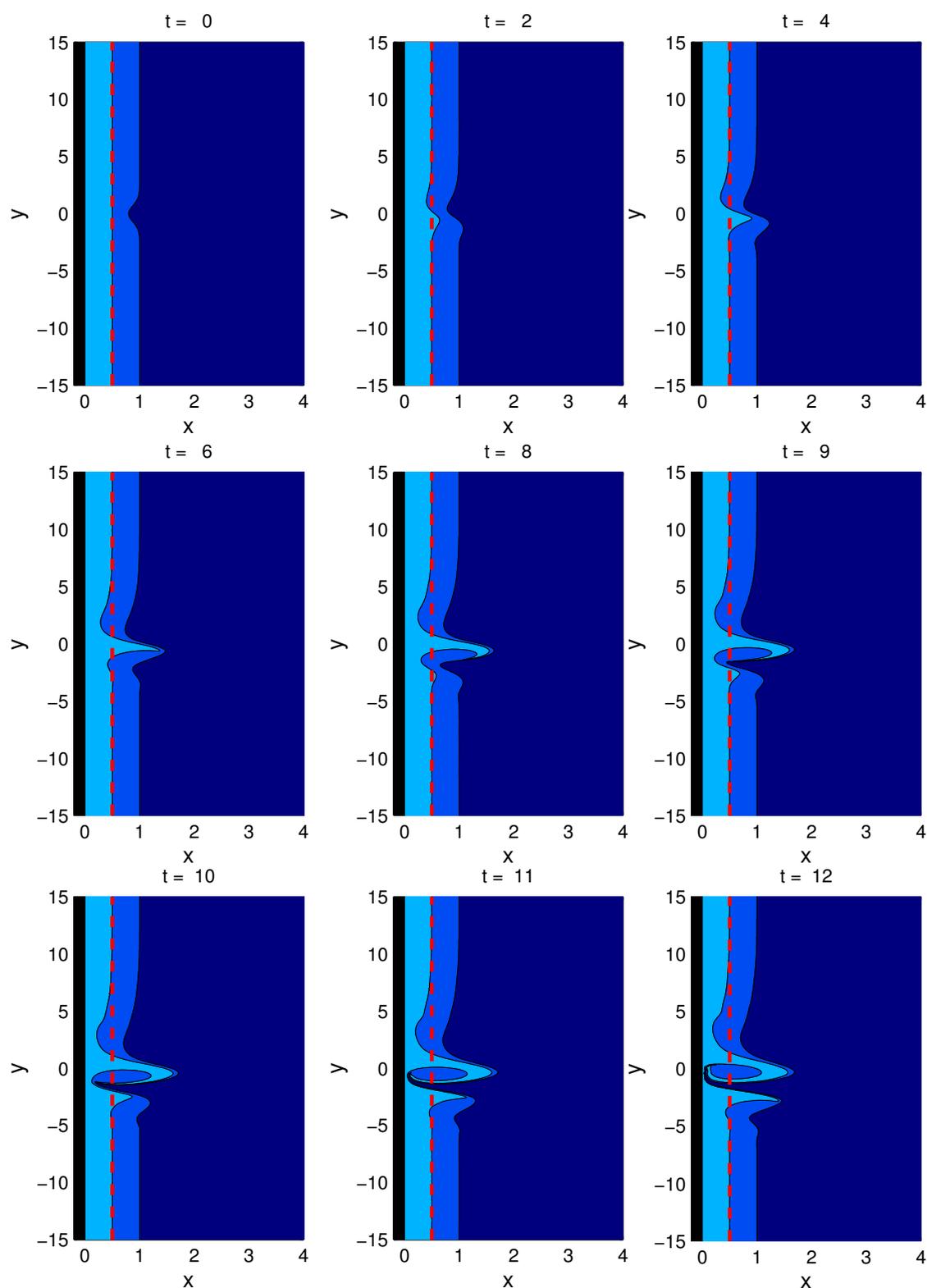
O comportamento observado nos experimentos com as frentes perturbadas ciclonicamente nos mostra mais uma vez que os resultados seguem aqueles previstos pelo modelo linear (Figura 4.5) em relação às taxas de crescimento e intervalo de comprimento de ondas instáveis. Os casos 2 e 3 do experimento **Exp.6** apresentam taxas de crescimento e intervalo de ondas instáveis sensivelmente menores que as apresentadas para o caso 2 do experimento **Exp.5** devido ao aumento da distância entre as frentes, que diminui sua interação.

Os resultados do modelo linear são os mesmos obtidos para o caso de uma perturbação anticiclônica e mostram que ondas instáveis propagam fase para norte, sendo responsáveis pela formação de estruturas unicamente anticiclônicas, por fazer com que os meandros formados na primeira frente tendam a "quebrar" anticiclonicamente.

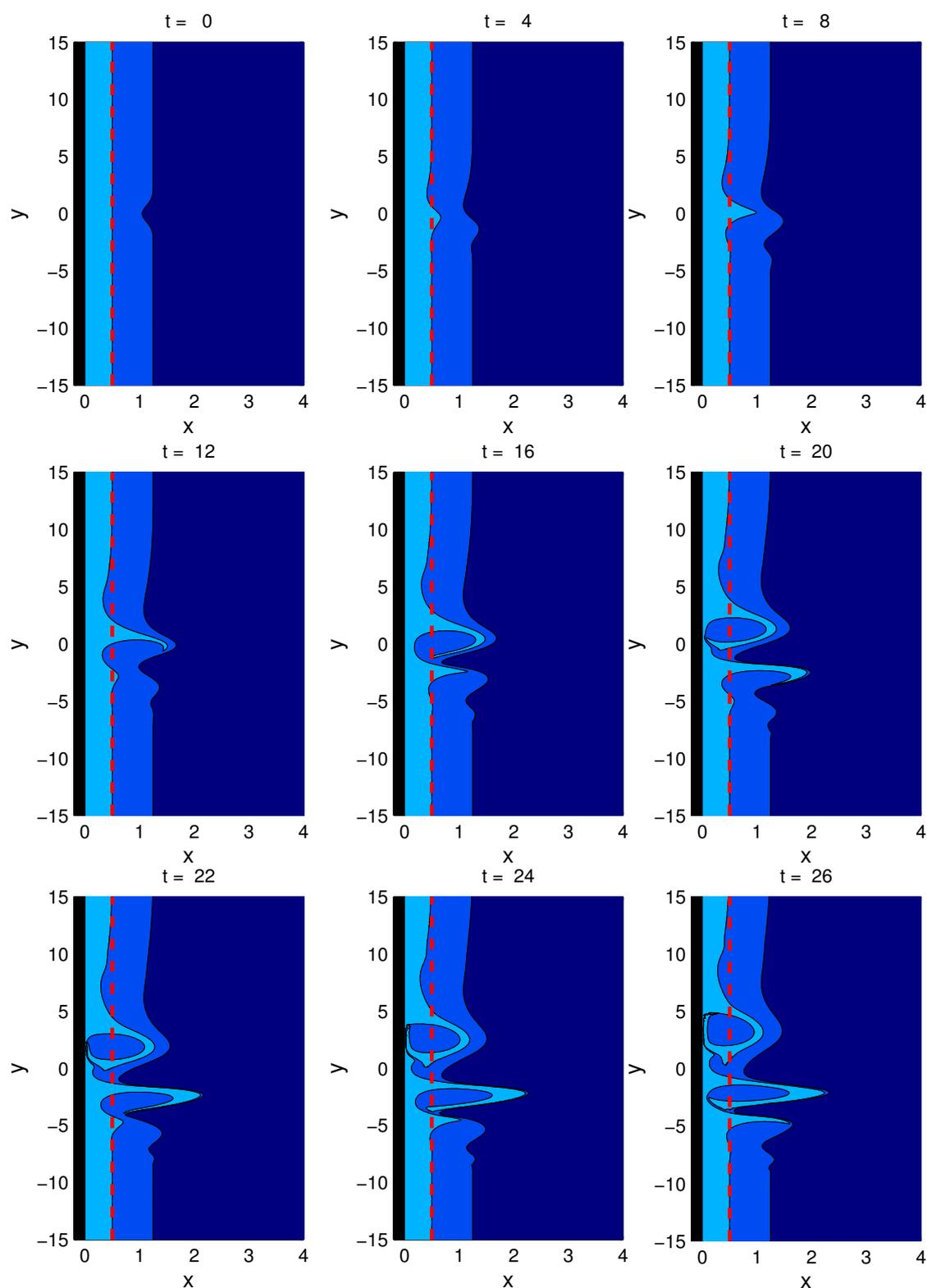
A translação dos vórtices, observada nos três experimentos, tem como causa a atuação do efeito imagem sobre os mesmos, deslocando-os para norte.

Tabela 4.3: Modelo Híbrido

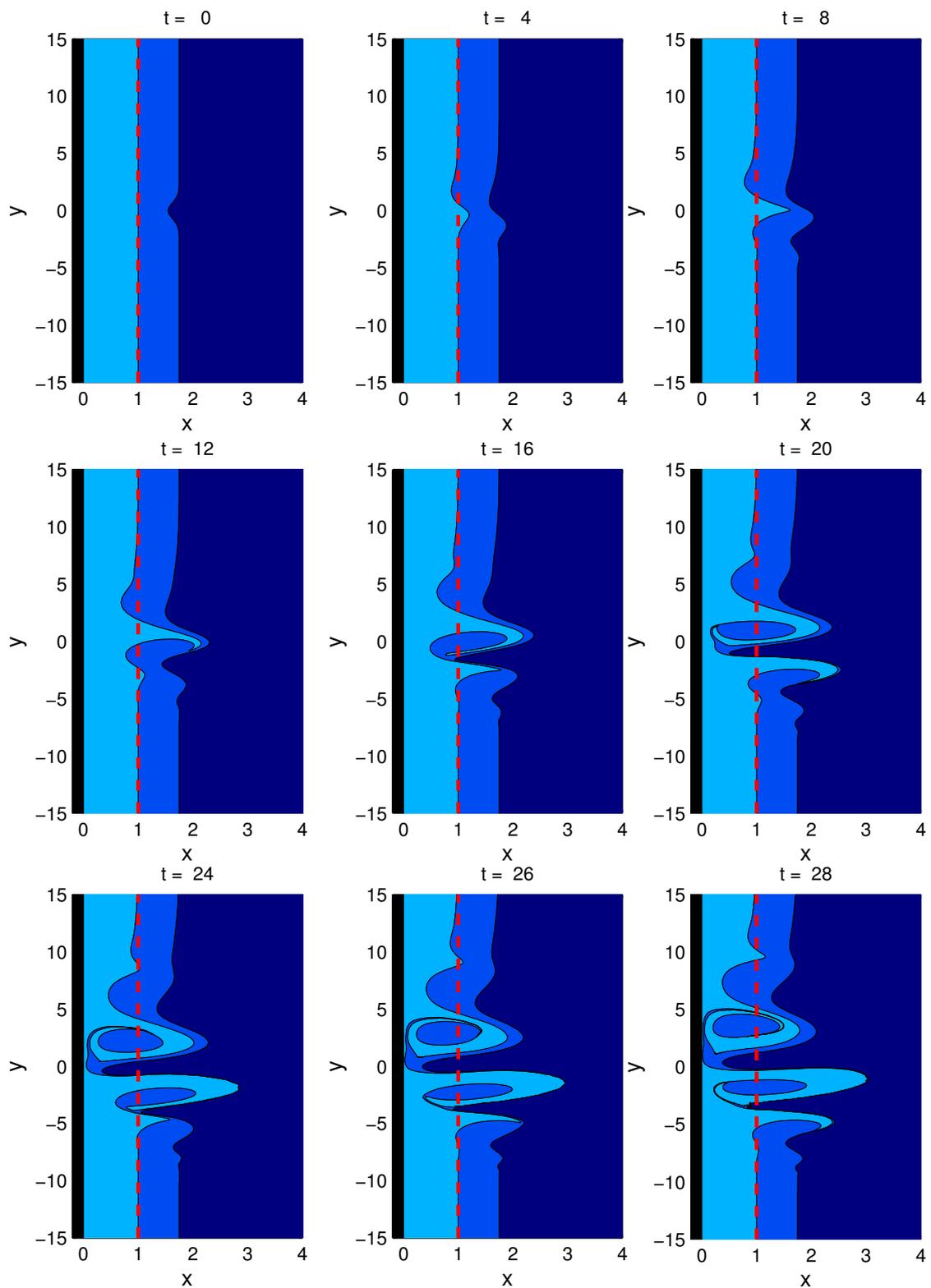
Interação Margem Continental-Jato Geofísico					
Perturbação Ciclônica					
Experimentos	Casos	Costa	$x_t$	$x_v - x_t$	Resposta da Interação
Exp5	1	Não	0,0	0,5	Dois vórtices ciclônicos
	2	Sim	0,5		Dois vórtices ciclônicos costeiros
	3	Sim	1,0		Vórtices ciclônico e ciclônico costeiro
Exp6	1	Não	0,0	0,75	Três vórtices ciclônicos
	2	Sim	0,5		Vórtice ciclônico costeiro
	3	Sim	1,0		Vórtices ciclônico e ciclônico costeiro
Exp7	1	Não	0,0	1,0	Vórtice ciclônico
	2	Sim	0,5		Formação de "Shingle"
	3	Sim	1,0		Vórtice ciclônico
Exp8	1	Não	0,0	1,25	Padrão de onda
	2	Sim	0,5		Padrão de onda
	3	Sim	1,0		Padrão de onda



**Figura 4.10:** Evolução temporal das frentes de vorticidades associadas a margem continental e jato geofísico, **experimento 5, caso 2** da tabela 4.2.



**Figura 4.11:** Evolução temporal das frentes de vorticidades associadas a margem continental e jato geofísico, **experimento 6, caso 2** da tabela 4.2.



**Figura 4.12:** Evolução temporal das frentes de vorticidades associadas a margem continental e jato geofísico, **experimento 6, caso 2** da tabela 4.2.

# Capítulo 5

## Interação Margem Continental Curvilínea-Vórtice

### 5.1 Introdução

Como vimos no Capítulo 1 a grande atividade vortical desenvolvida pela **CB** na região de Cabo Frio é atribuída a mudança de orientação da costa e ao gradiente da topografia de fundo [*Campos, 1995*]. Com esta proposição em mente nos perguntamos se realmente a mudança de geometria e orientação da costa pode causar alterações dinâmicas significativas na interação da margem continental com vórtices. Não pretendemos verificar a primeira asserção, mas sim testar está hipótese em nosso modelo de interação da margem continental com vórtices. Pretendemos assim verificar se características dinâmicas importantes observadas no Capítulo 3, como formação de vórtices topográficos, dipolos, etc são preservadas. Para avaliar está hipótese realizamos um conjunto de experimentos similares ao do Capítulo 3, Seção 3.2, onde variamos a geometria e orientação da costa.

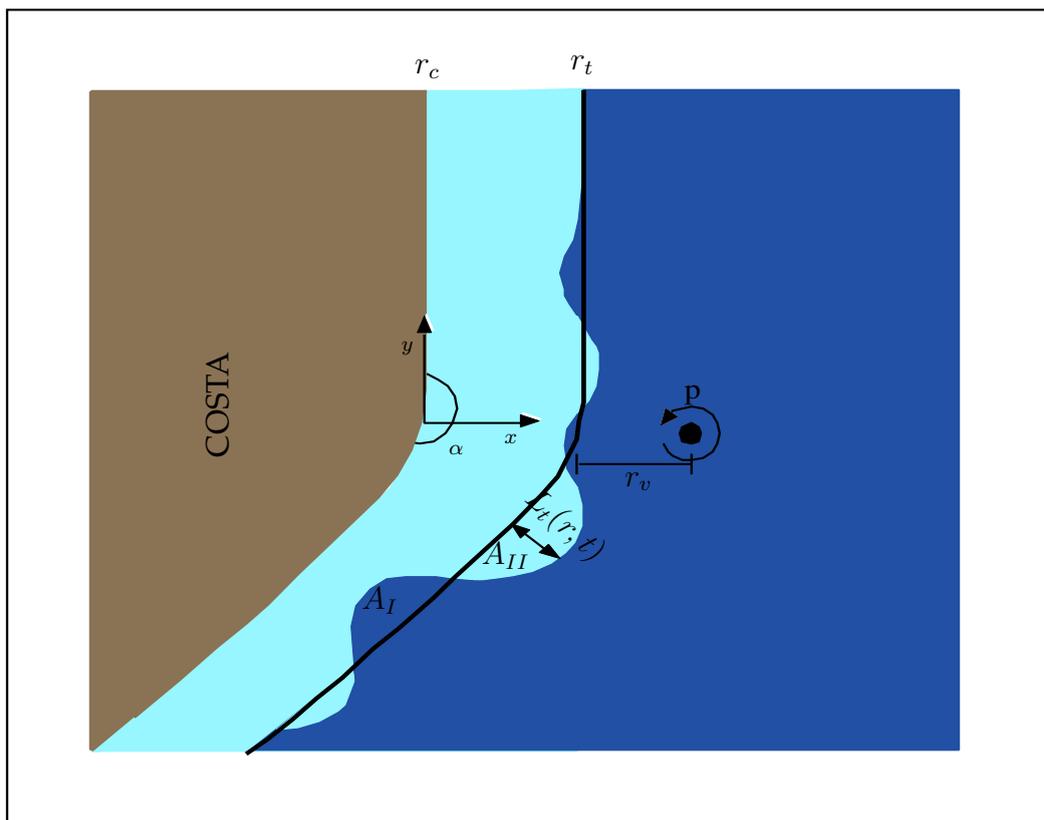
Construímos um modelo simples do ponto de vista dinâmico, mas complexo do ponto de vista geométrico, pois permitimos que a costa assuma a forma curvilínea. A **DC** tradicional, assim como a **DCM** não nos possibilita tratar este tipo de problema. Propomos como uma possível solução a extensão da **DCM** para casos onde a configuração de costa é curvilínea. Esta metodologia porém, só é válida para

escoamentos barotrópicos.

Aplicaremos esta nova metodologia para estudar a interação da margem continental com o vórtice singular, sob o efeito da mudança de orientação da costa. A configuração dinâmica proposta possibilita que isolemos o efeito da mudança de orientação da costa, pois não há outro mecanismo de instabilidade geofísica presente e assim podemos verificar a hipótese levantada por *Campos* [1995].

## 5.2 Geometria do Modelo

Utilizamos uma representação simples na qual tratamos a Corrente de Contorno Oeste através de um vórtice singular. Tal simplificação foi realizada nos capítulos anteriores.



**Figura 5.1:** Ilustração Esquemática da Interação Margem Continental-Vórtice Singular na Presença da Costa.

### 5.3 Formulação

A equação da VP na presença do vórtice singular localizado em  $(x_v, y_v)$ , em uma configuração barotrópico é dada por

$$\nabla^2 \psi = q(x, y) + \Gamma_0 \delta(x - x_v) \delta(y - y_v), \quad (5.1)$$

onde  $q(x, y)$  representa a vorticidade relativa associada à margem continental e  $\Gamma_0$  é a intensidade do vórtice singular. Adotamos como condição de fronteira aplicada a costa, a condição (2.18).

Devido neste capítulo permitirmos que a costa assuma configurações mais complexas, através da variação de sua geometria, não pudemos aplicar a Dinâmica de Contornos Modificada como havíamos aplicado anteriormente para a costa meridional retilínea. Estendemos assim, a técnica desenvolvida por *Thompson e Flierl* [1993], a qual possibilita a utilização de dinâmica de contornos em domínios circulares. A técnica apresentada no Capítulo 2 consiste basicamente em:

1. Calcular as anomalias e o vórtice singular no domínio infinito.
2. Avaliar seus efeitos na fronteira (costa).
3. Adicionar soluções homogêneas de modo a satisfazer as condições de fronteira (Equação (2.18)).

Separamos a função de corrente em três partes,

$$\psi(x, y, t) = \psi_p(x, y, t) + \psi_v(x, y, t) + \psi_h(x, y, t) \quad (5.2)$$

onde  $\psi_p(x, y, t)$  e  $\psi_v(x, y, t)$  são as funções de corrente associadas a perturbação e ao vórtice singular no domínio infinito e  $\psi_h(x, y, t)$  é a solução homogênea necessária para satisfazermos as condições de fronteira.

O vórtice singular na sua forma adimensional é descrito pela equação

$$\nabla^2 \psi_v = \Gamma \delta(x - x_v) \delta(y - y_v), \quad (5.3)$$

onde  $\Gamma = \Gamma_0 \frac{h}{f_0 \Delta h}$ , como visto no capítulo 3 é a razão entre a intensidade do vórtice singular e o salto de VP associado a margem continental.

O vórtice tem como soluções,

$$\psi_v(x, y) = \frac{\Gamma}{2\pi} \ln(r_v) \quad (5.4)$$

onde  $r_v = \sqrt{(x - x_v)^2 + (y - y_v)^2}$ , sendo  $(x, y)$  e  $(x_v, y_v)$ , as coordenadas de qualquer ponto do fluido e do vórtice singular respectivamente. As componentes da velocidade são encontradas, a partir da função de corrente, usando a relação (2.7),

$$u_v(x, y) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \frac{(y - y_v)}{r_v^2} \quad (5.5)$$

$$v_v(x, y) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{(x - x_v)}{r_v^2} \quad (5.6)$$

Aplicamos novamente a aproximação quase-geostrófica. Tal aproximação nos limita a topografias  $\Delta h/h$  da ordem do número de Rossby  $R_o$ . Resolvemos a equação da VP das anomalias (3.17) na aproximação quase-geostrófica no domínio infinito, utilizando as integrais de Green.

Obtemos como soluções de  $\psi_p(x, y)$ ,

$$\psi_p(x, y, t) = \frac{\Delta_t}{2\pi} \iint_A \ln(r) dx' dy', \quad (5.7)$$

onde  $\Delta_t$  é o salto de VP e  $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$ , sendo  $(x', y')$  as coordenadas das anomalias.

Aplicamos a relação (2.7) em (5.7) em conjunto com o teorema da divergência (2.11) e obtemos as componentes da velocidade em termos das integrais de contorno na forma

$$u_p(x, y, t) = \frac{\Delta_t}{2\pi} \oint_{\partial A} \ln(r) dx' \quad (5.8)$$

$$v_p(x, y, t) = \frac{\Delta_t}{2\pi} \oint_{\partial A} \ln(r) dy' \quad (5.9)$$

onde  $\partial A$  é o contorno que delimita a área  $A$  (Figura 5.1).

A partir das equações (5.6), (5.8) e (5.9) avaliamos a contribuição do vórtice singular e das anomalias na costa  $u_v(r_c)$ ,  $v_v(r_c)$ ,  $u_p(r_c)$  e  $v_p(r_c)$ , respectivamente.

O próximo passo é encontrar a solução da equação homogênea

$$\nabla^2 \psi_h = 0, \quad (5.10)$$

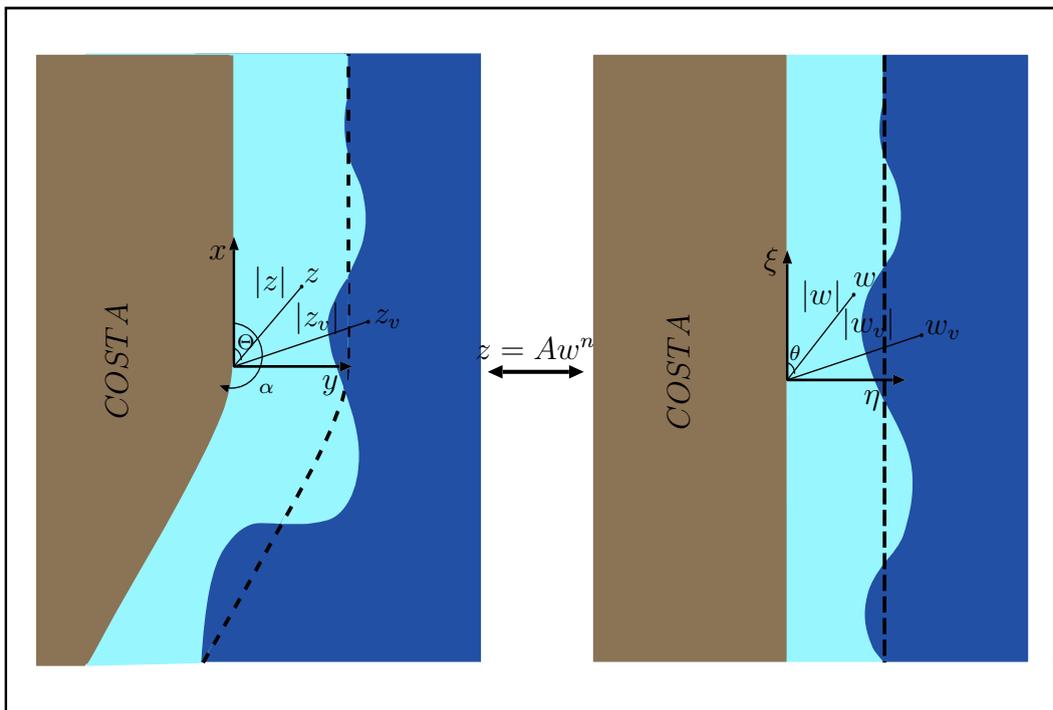
associada a fronteira.

Devido à costa apresentar uma geometria complexa, não conseguimos obter as soluções de maneira usual, pois as condições de fronteira não são satisfeitas. Para solucionarmos o problema optamos por utilizar a técnica de mapeamento conforme, onde transformamos a geometria complexa da costa em uma geometria simples (retilínea) e desta forma conseguimos satisfazer as condições de fronteira.

A transformação conforme que utilizamos foi

$$z = Aw^n \quad (5.11)$$

onde  $z$  e  $w$ , representam respectivamente as coordenadas do espaço físico e conforme, como representado na Figura 5.2.



**Figura 5.2:** Figura Esquemática da Transformação Conforme.

Reescrevendo a equação (5.11) em termos das componentes da coordenada do

espaço físico, obtemos

$$\begin{cases} x = A|w|^n \sin(n\theta) \\ y = A|w|^n \cos(n\theta) \end{cases} \quad (n \geq \frac{1}{2}) \quad (5.12)$$

onde  $A$  é uma constante real,  $n = \frac{\pi}{\alpha}$  e  $\alpha$  é o ângulo de inflexão da costa.

$$|w| = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \quad (5.13)$$

$$\theta = \arctan(\xi/\eta) \quad (5.14)$$

onde  $\xi, \eta$  são as coordenadas do espaço conforme.

As componentes da velocidade no espaço conforme ( $U^*, V^*$ ) em coordenadas cartesianas, podem ser escritas em termos de uma função de corrente  $\Psi^*(\xi, \eta)$  qualquer como

$$\begin{aligned} U^* &= -\frac{\partial \Psi^*}{\partial \eta} \\ V^* &= \frac{\partial \Psi^*}{\partial \xi}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Visto que  $\Psi^* = \Psi(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta))$ , e  $x$  e  $y$  são funções de  $\xi$  e  $\eta$ , aplicamos a regra da cadeia de derivadas parciais, da seguinte forma

$$\left(\frac{\partial \Psi^*}{\partial \eta}\right)_\xi = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)_\xi + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)_\xi \quad (5.16)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi^*}{\partial \xi}\right)_\eta = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)_\eta + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)_\eta \quad (5.17)$$

Omitindo os parênteses e subscritos, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi^*}{\partial \eta} &= An|w|^{n-2}\eta \left\{ \frac{\partial \Psi}{\partial x} \sin(n\theta) + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cos(n\theta) \right\} + \\ &+ An|w|^n \frac{\xi}{\eta^2} \left[ \frac{1}{1 + (\frac{\xi}{\eta})^2} \right] \left\{ -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \cos(n\theta) + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \sin(n\theta) \right\} \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi^*}{\partial \xi} &= An|w|^{n-2}\xi \left\{ \frac{\partial \Psi}{\partial x} \sin(n\theta) + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cos(n\theta) \right\} + \\ &+ An|w|^n \frac{1}{\eta} \left[ \frac{1}{1 + (\frac{\xi}{\eta})^2} \right] \left\{ \frac{\partial \Psi}{\partial x} \cos(n\theta) - \frac{\partial \Psi}{\partial y} \sin(n\theta) \right\}. \end{aligned} \quad (5.19)$$

As componentes da velocidade no espaço conforme são escritas como

$$U^*(\xi, \eta) = An|W|^{n-2}\eta \{-V \sin(n\theta) + U \cos(n\theta)\} + \\ + An|W|^n \frac{\xi}{\eta^2} \left[ \frac{1}{1 + (\frac{\xi}{\eta})^2} \right] \{V \cos(n\theta) + U \sin(n\theta)\} \quad (5.20)$$

$$V^*(\xi, \eta) = An|W|^{n-2}\xi \{V \sin(n\theta) - U \cos(n\theta)\} + \\ + An|W|^n \frac{1}{\eta} \left[ \frac{1}{1 + (\frac{\xi}{\eta})^2} \right] \{V \cos(n\theta) + U \sin(n\theta)\}, \quad (5.21)$$

onde  $U$  e  $V$  são as componentes da velocidade no espaço físico, também em coordenadas cartesianas. Com as equações (5.20) e (5.21), podemos avaliar as velocidades associadas ao vórtice singular e as anomalias na costa no espaço físico, transformá-las para o espaço conforme e assim utilizar a condição de fronteira (2.18), para achar a solução homogênea.

Reescrevendo a equação (5.10) no espaço conforme,

$$\frac{\partial^2 \psi_h^*}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi_h^*}{\partial \eta^2} = 0. \quad (5.22)$$

Utilizamos a transformada de Fourier para encontrar a solução. A função de corrente homogênea  $\psi_h^*$  em termos das transformadas de Fourier é dada por

$$\psi_h^*(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\psi}_h^*(\xi, l) e^{il\eta} dl. \quad (5.23)$$

A anti-transformada, por sua vez,

$$\hat{\psi}_h^*(\xi, l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_h^*(\xi, \eta) e^{-il\eta} d\eta. \quad (5.24)$$

Podemos também escrever as componentes da velocidade em termos das transformadas e anti-transformadas de Fourier, da seguinte forma

$$[u_h^*, v_h^*](\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} [\hat{u}_h^*, \hat{v}_h^*](\xi, l) e^{il\eta} dl, \quad (5.25)$$

$$[\hat{u}_h^*, \hat{v}_h^*](\xi, l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [u_h^*, v_h^*](\xi, \eta) e^{-il\eta} d\eta. \quad (5.26)$$

Usando a relação (5.15) podemos escrever os coeficientes de Fourier das velocidades em termos dos coeficientes da função de corrente, donde obtemos

$$\hat{u}_h^*(\xi, l) = -il \hat{\psi}_h^*(\xi, l) \quad (5.27)$$

$$\hat{v}_h^*(\xi, l) = \frac{\partial}{\partial \xi} \hat{\psi}_h^*(\xi, l). \quad (5.28)$$

Substituindo a equação (5.23) em (5.22), obtemos

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - l^2\right) \underbrace{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_h^*(\xi, \eta) e^{-il\eta} d\eta}_{\hat{\psi}_h^*(\xi, l)} = 0, \quad (5.29)$$

onde a solução da equação (5.28) é dada por

$$\hat{\psi}_h^*(\xi, l) = A_l e^{l\xi} + B_l e^{-l\xi}. \quad (5.30)$$

Usando a condição de fronteira

$$\hat{\psi}_h^*(\xi, l) = 0, \quad \text{quando} \quad \xi \rightarrow +\infty, \quad (5.31)$$

a solução (5.30) pode ser reescrita na forma

$$\hat{\psi}_h^*(\xi, l) = C_l e^{-|l|\xi}. \quad (5.32)$$

Podemos reescrever a solução da função de corrente em termos das transformadas de Fourier, da seguinte forma

$$\psi_h^*(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} C_l e^{-|l|\xi} e^{il\eta} dl \quad (5.33)$$

e das componentes da velocidade

$$u_h^*(\xi, \eta) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} il C_l e^{-|l|\xi} e^{il\eta} dl \quad (5.34)$$

$$v_h^*(\xi, \eta) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |l| C_l e^{-|l|\xi} e^{il\eta} dl. \quad (5.35)$$

Precisamos agora encontrar os coeficientes de Fourier para que a solução fique completa. Utilizamos as condições de fronteira (2.18), que reescritas no espaço conforme ficam

$$u_{pv}^*(\xi, \eta)|_{\xi_c, \eta_c} = u_h^*(\xi, \eta)|_{\xi_c, \eta_c}, \quad (5.36)$$

onde  $u_{pv}^* = u_p^* + u_v^*$ . A condição (5.36) nos fornece os coeficientes das transformadas de Fourier da componente zonal da velocidade na forma

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{u}_{pv}^*(\xi_c, l) e^{il\eta_c} dl &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} il C_l e^{-|l|\xi_c} e^{il\eta_c} dl \\ il C_l &= \hat{u}_{pv}^*(\xi_c, l) e^{|l|\xi_c} \end{aligned} \quad (5.37)$$

Utilizando a condição de que a velocidade meridional associada à costa é a própria velocidade meridional da anomalia,

$$v_{pv}^*(\xi, \eta)|_{\xi_c, \eta_c} = v_h^*(\xi, \eta)|_{\xi_c, \eta_c}, \quad (5.38)$$

obtemos os coeficientes de Fourier da componente meridional da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{v}_{pv}^*(\xi_c, l) e^{il\eta_c} dl &= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |l| C_l e^{-|l|\xi_c} e^{il\eta_c} dl \\ |l| C_l &= -\hat{v}_{pv}^*(\xi_c, l) e^{|l|\xi_c}. \end{aligned} \quad (5.39)$$

Substituindo (5.34) e (5.35) respectivamente em (5.37) e (5.39), obtemos

$$u_h^*(\xi, \eta) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{u}_{pv}^*(\xi_c, l) e^{-|l|(\xi-\xi_c)} e^{il\eta} dl \quad (5.40)$$

$$v_h^*(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{v}_{pv}^*(\xi_c, l) e^{-|l|(\xi-\xi_c)} e^{il\eta} dl, \quad (5.41)$$

que são as soluções das velocidades associadas à costa. As expressões que transformam as velocidades do espaço conforme nas velocidades do espaço físico são dadas por,

$$\begin{aligned} u_h(x, y) &= \frac{A^{-\frac{1}{n}}}{n} |z|^{\frac{1-2n}{n}} y \{-v_h^* \sin(\Theta/n) + u_h^* \cos(\Theta/n)\} + \\ &+ \frac{A^{-\frac{1}{n}}}{n} |z|^{\frac{1}{n}} \frac{x}{y^2} \left[ \frac{1}{1 + (\frac{x}{y})^2} \right] \{v_h^* \cos(\Theta/n) + u_h^* \sin(\Theta/n)\} \end{aligned} \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} v_h(x, y) &= \frac{A^{-\frac{1}{n}}}{n} |z|^{\frac{1-2n}{n}} x \{v_h^* \sin(\Theta/n) - u_h^* \cos(\Theta/n)\} + \\ &+ \frac{A^{-\frac{1}{n}}}{n} |z|^{\frac{1}{n}} \frac{1}{y} \left[ \frac{1}{1 + (\frac{x}{y})^2} \right] \{v_h^* \cos(\Theta/n) + u_h^* \sin(\Theta/n)\}, \end{aligned} \quad (5.43)$$

onde  $\Theta = \arctan(\frac{x}{y})$  e  $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Assim retornamos para o espaço físico com as soluções das velocidades associadas à costa determinadas.

A velocidade em qualquer ponto  $(x, y)$  do fluido no espaço físico fica determinada pelas expressões,

$$u = u_p + u_v + u_h \quad e \quad (5.44)$$

$$v = v_p + v_v + v_h. \quad (5.45)$$

Evoluímos então a posição da frente e do vórtice no tempo através das equações Lagrangeanas (3.39) e (3.40), a fim de obter o comportamento do sistema na presença da costa curvilínea.

## 5.4 Experimentos Numéricos

Realizamos uma série de experimentos utilizando a **DCM**, em conjunto com o mapeamento conforme, com o intuito de validar esta nova metodologia ao estudo da interação de vórtices com a margem continental na presença de fronteiras curvilíneas. Utilizamos uma configuração barotrópica na aproximação quase-geostrófica no plano- $f$ .

Como um dos objetivos deste capítulo é avaliar o papel da curvatura da costa e da margem continental na interação com vórtices (anticiclônicos/ciclônicos), realizamos uma conjunto de experimentos, onde variamos a curvatura da costa. Os valores da curvatura escolhidos foram:  $\alpha_1 = 225^\circ$  e  $\alpha_2 = 240^\circ$ .

Além da curvatura, os outros parâmetros que variamos nos experimentos foram a largura da margem continental ( $r_t - r_c$ ), a posição do vórtice em relação a frente topográfica ( $r_v = x_v - x_t$ ) e o sentido da circulação do vórtice (anticiclônica/ciclônica). Os parâmetros que mantivemos fixos foram o salto de VP ( $\Delta_t = 1$ ) e a intensidade do vórtice singular ( $\Gamma = |1|$ ). A forma da costa e da margem continental é dada pela expressão (5.11), onde os parâmetros utilizados nos experimentos foram: para  $\alpha_1 = 225^\circ$ ,  $A = 1$  e  $n = 5/4$  e para  $\alpha_2 = 240^\circ$ ,  $A = 1$  e  $n = 4/3$ .

### • Vórtice Anticiclônico

Os principais resultados dos experimentos de interação da margem continental nas duas configurações utilizadas ( $\alpha_1 = 225^\circ$  e  $\alpha_2 = 240^\circ$ ) com o vórtice singular anticiclônico são apresentados nas Tabelas 5.1 e 5.2.

Observamos que a formação de dipolos e vórtices topográficos é uma característica robusta da interação de vórtices anticiclônicos com a margem continental e que o mesmo não é alterado com a mudança de forma da costa e da plataforma.

Embora o mecanismo de formação do dipolo e do vórtice topográfico permaneça inalterado, observamos algumas alterações na propagação dos mesmos.

No experimento **Exp2-1- $\alpha_1$**  (Figura 5.3), o vórtice é posicionado a uma distância igual a 0,75 da margem continental e a plataforma possui largura igual a 0,5. De

$t = 0$  a  $24$ , a evolução do sistema apresenta grande semelhança qualitativa com o **Exp2-2** (pág. 67). A partir de  $t = 30$ , com a não formação do vórtice topográfico anticiclônico na margem continental, podemos continuar a simulação. O dipolo que se propagava para nordeste até então, muda de direção e começa a se propagar para sudeste até  $t = 40$ , momento em que interrompemos a simulação. A formação do vórtice topográfico anticiclônico na margem é substituído por um grande processo de mistura. O vórtice singular propaga-se inicialmente para nordeste até  $t = 30$  e depois muda de direção propagando-se para sudeste (Figura 5.5).

No experimento **Exp2-1- $\alpha_2$**  (Figura 5.4) aumentamos a curvatura da margem continental ( $\alpha = 240^\circ$ ), mantendo a distância do vórtice e largura da plataforma igual ao do experimento anterior. Observamos novamente a ocorrência de dipolo e propagação para nordeste. O vórtice topográfico ciclônico não se desenvolve como no caso anterior, no entanto forma um grande filamento que é estrangulado em  $t = 30$ . O vórtice singular propaga-se para nordeste como mostra a Figura 5.6.

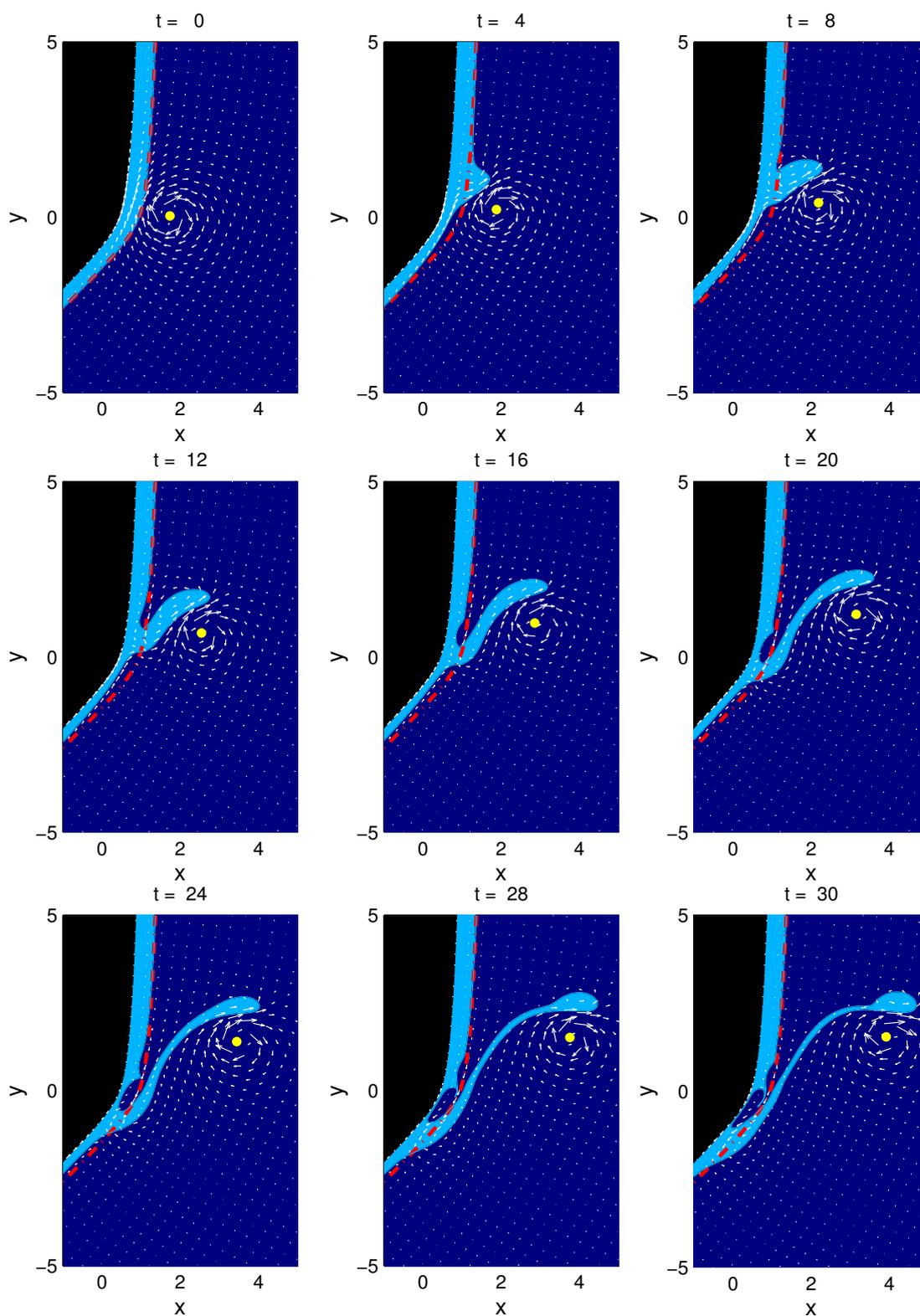
O experimento **Exp1-1- $\alpha_2$**  (Figura 5.7), o vórtice singular está posicionado a uma distância igual a  $0,5$ . Como no experimento **exp1-2** (pág. 59), uma língua de água com vorticidade relativa ciclônica rapidamente se forma e enrola-se ao redor do vórtice singular. Diferentemente do **exp1-2**, onde o vórtice singular propaga-se para nordeste, neste experimento o vórtice propaga-se principalmente para leste, vindo a propagar-se para nordeste em tempos avançados da simulação.

**Tabela 5.1: Modelo Barotrópico**

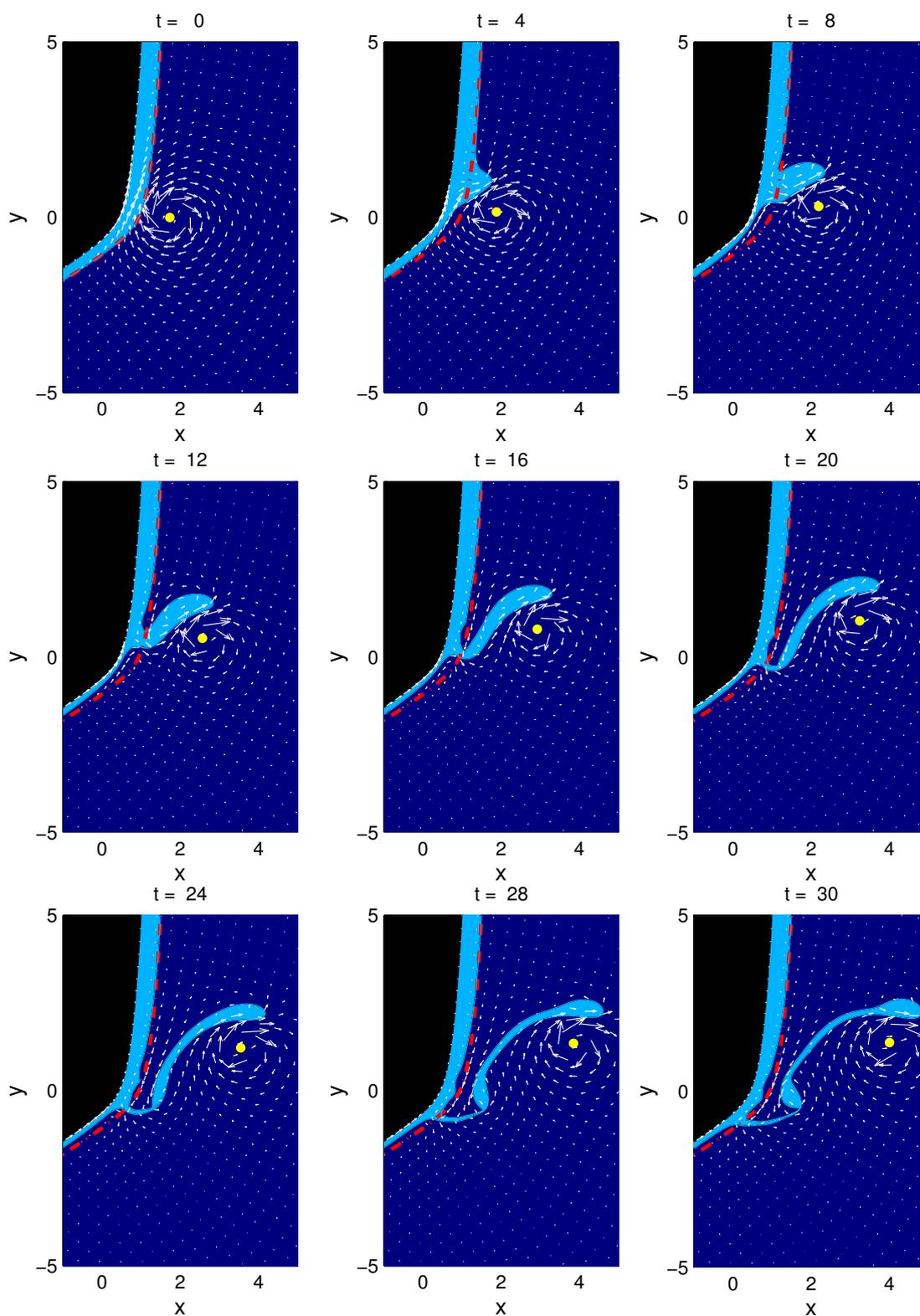
<b>Interação Margem Continental-Vórtice Anticiclônico</b>				
$\alpha_1 = 225^\circ$				
Experimentos	Casos	$r_t - r_c$	$r_v - r_t$	Resposta da Interação
Exp1	1	0,5	0,5	Vórtice ciclônico
	2	1,0		Vórtice ciclônico
Exp2	1	0,5	0,75	Filamentação e dipolo
	2	1,0		Filamentação, dipolo e Vórtice ciclônico
Exp3	1	0,5	1,0	Filamentação e dipolo
	2	1,0		
Exp4	1	0,5	1,25	Filamentação, dipolo e vórtice anticiclônico
	2	1,0		Filamentação e dipolo

**Tabela 5.2:** Modelo Barotrópico

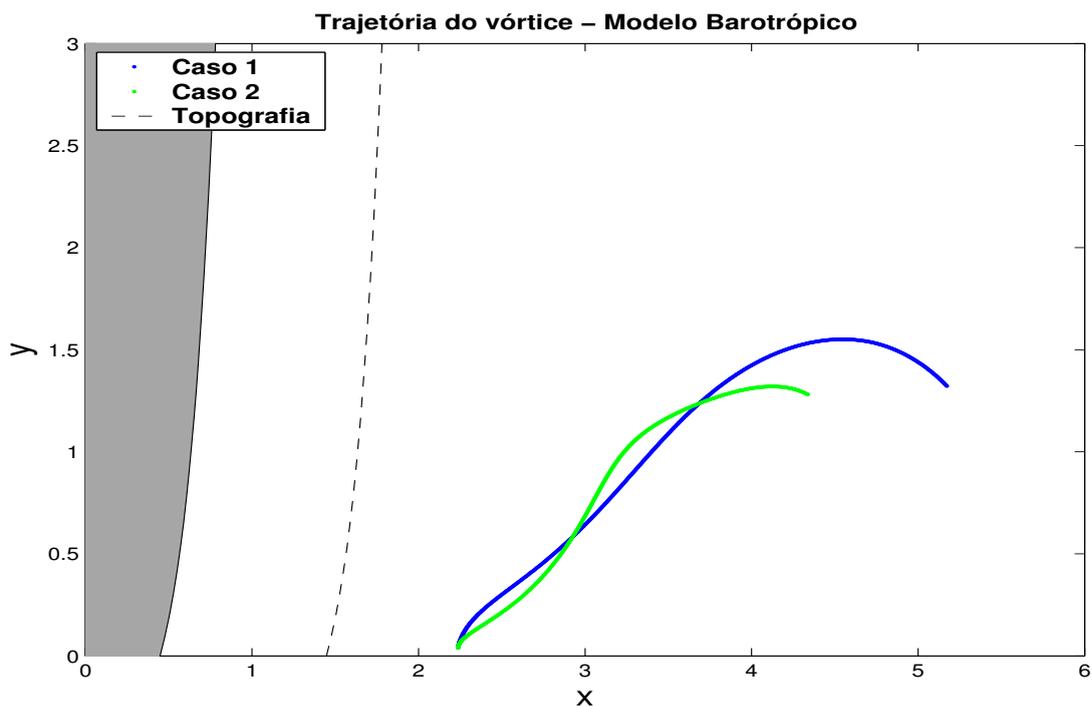
<b>Interação Margem Continental-Vórtice Anticiclônico</b>				
$\alpha_2 = 240^\circ$				
Experimentos	Casos	$r_t - r_c$	$r_v - r_t$	Resposta da Interação
Exp1	1	0,5	0,5	Vórtice ciclônico
	2	1,0		Vórtice ciclônico
Exp2	1	0,5	0,75	Filamentação e dipolo
	2	1,0		Filamentação, dipolo e Vórtice ciclônico
Exp3	1	0,5	1,0	Filamentação e dipolo
	2	1,0		
Exp4	1	0,5	1,25	Filamentação, dipolo e vórtice anticiclônico
	2	1,0		Filamentação e dipolo



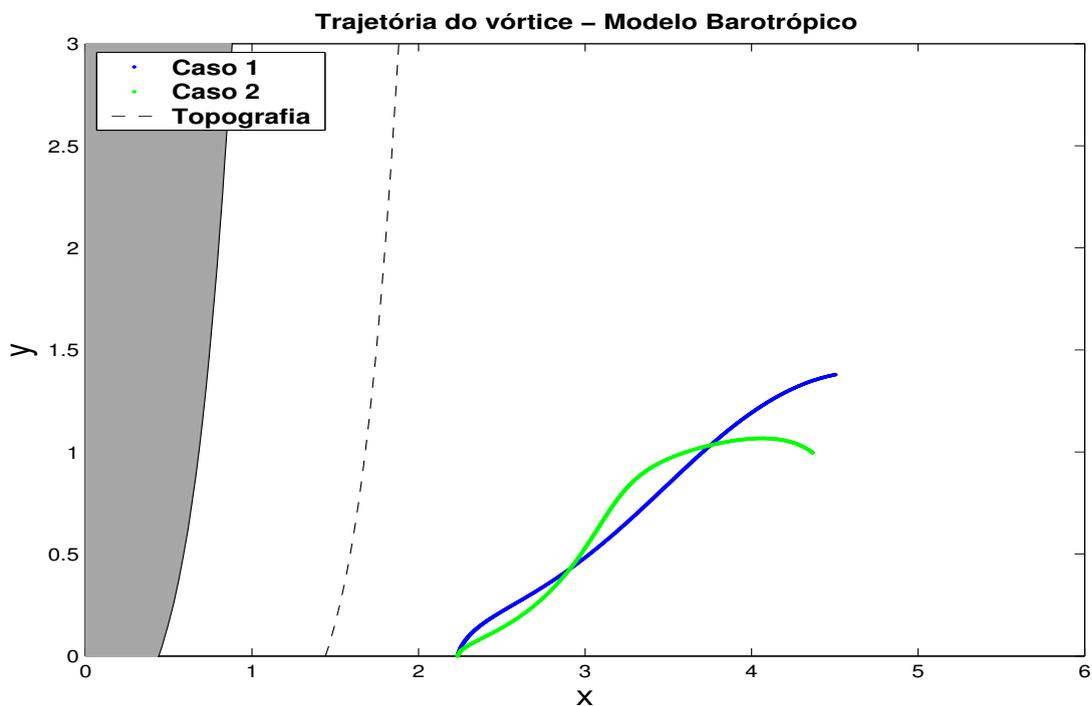
**Figura 5.3:** Evolução temporal da frente e do vórtice singular anticiclônico do **Exp2- $1-\alpha_1$**  sobreposto ao campo de velocidade total.



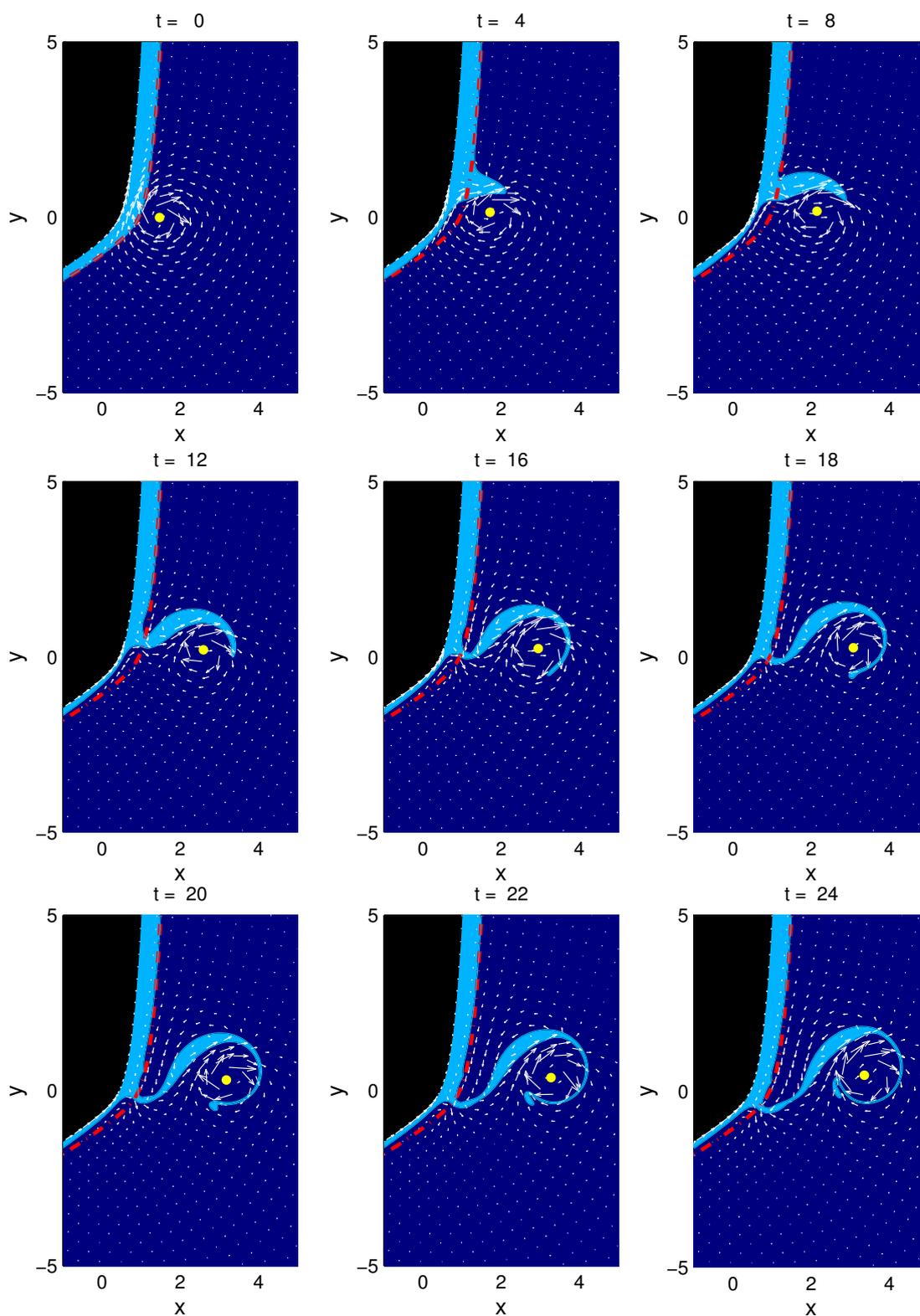
**Figura 5.4:** Evolução temporal da frente e do vórtice singular ciclônico **Exp2-1- $\alpha_2$**  sobreposto ao campo de velocidade total.



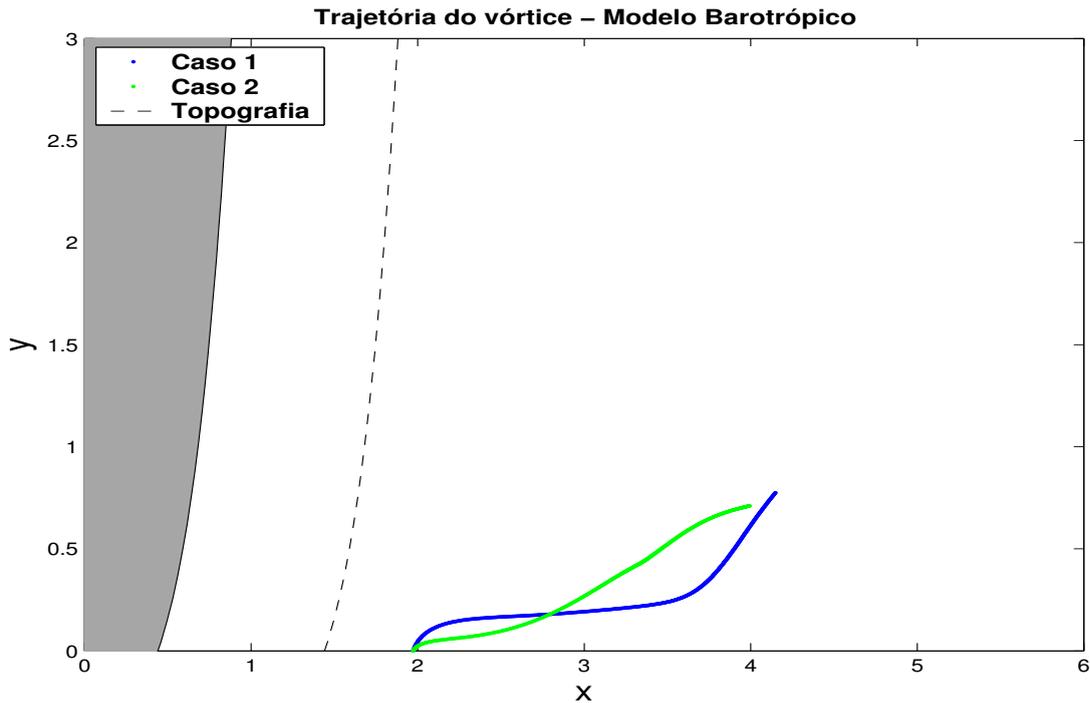
**Figura 5.5:** Trajetória do Vórtice singular anticiclônico para o **experimento 2**, casos 1 e 2,  $\alpha_1$ .



**Figura 5.6:** Trajetória do Vórtice singular anticiclônico para o **experimento 2**, casos 1 e 2,  $\alpha_2$ .



**Figura 5.7:** Evolução temporal da frente e do vórtice singular ciclônico **Exp1-1- $\alpha_2$**  sobreposto ao campo de velocidade total.



**Figura 5.8:** Trajetória do Vórtice singular anticiclônico para o **experimento 1**, casos 1 e 2,  $\alpha_2$ .

#### • Vórtice Ciclônico

Foram realizados experimentos de interação do vórtice singular ciclônico com a margem continental para duas configurações de margem escolhidas ( $\alpha_1 = 225^\circ$  e  $\alpha_2 = 240^\circ$ ). As principais características da interação e os parâmetros abordados estão sumariados nas Tabelas 5.3 e 5.4.

As principais características da interação do vórtice ciclônico com a margem continental são preservadas com a mudança da forma e orientação da margem e costa. As principais alterações ocorreram na região da plataforma com a formação de grandes filamentos. Vamos apresentar e descrever de forma qualitativa alguns dos resultados obtidos pela dinâmica de contornos.

No experimento **Exp1-2- $\alpha_1$**  (Figura 5.9), o vórtice ciclônico é posicionado inicialmente a uma distância 0,5 da margem continental. A interação inicialmente apresenta um padrão de evolução semelhante ao **Exp5-3** (pág. 82) até  $t = 8$ , com

o deslocamento do vórtice singular para sudoeste em direção à margem, levando a formação de um filamento de vorticidade relativa ciclônico ao redor do vórtice e formação de um dipolo. A partir de  $t = 9$  o filamento é advectado para norte pelo efeito imagem e notamos o crescimento de uma anomalia ciclônica em  $t = 12$ , quando interrompemos a simulação. A trajetória do vórtice singular é apresentada na Figura 5.12, onde observamos uma propagação para sudoeste, mesmo depois de atravessar a margem continental.

O experimento **Exp2-2- $\alpha_1$**  (Figura 5.10), apresenta um padrão de evolução qualitativamente semelhante ao **Exp6-3** (pág. 89). Em  $t = 24$ , ocorre a formação de um vórtice topográfico ciclônico e o vórtice singular é aprisionado na plataforma se deslocando para Sul sob o efeito de sua imagem. O vórtice singular ciclônico apresenta uma trajetória para Sudoeste (Figura 5.13).

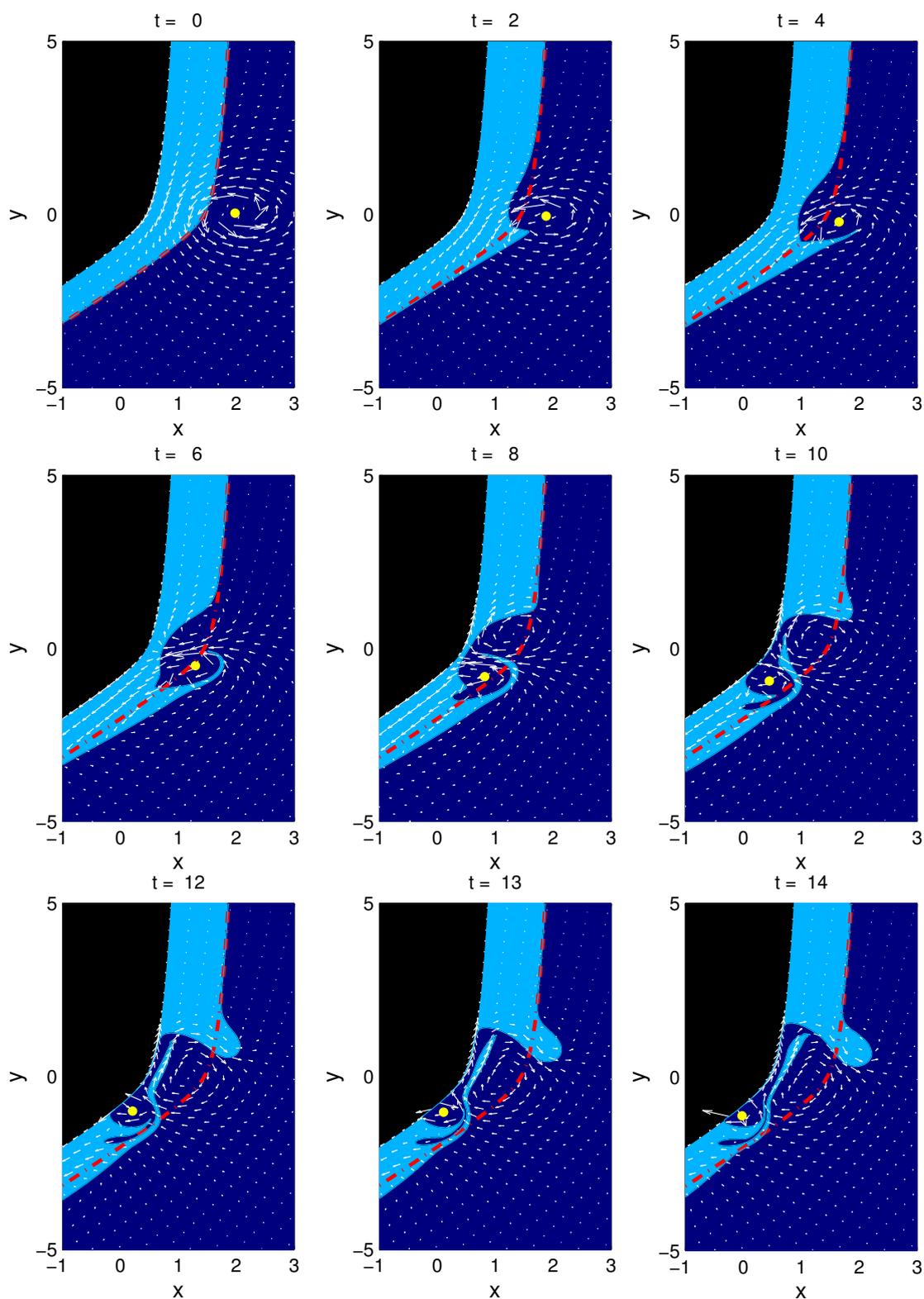
No experimento **Exp4-2- $\alpha_1$**  (Figura 5.11), o vórtice singular apenas perturba a frente, propagando-se no sentido de sua imagem como se a frente fosse uma parede rígida (efeito da *Pseudo-imagem*, Figura 5.14).

**Tabela 5.3: Modelo Barotrópico**

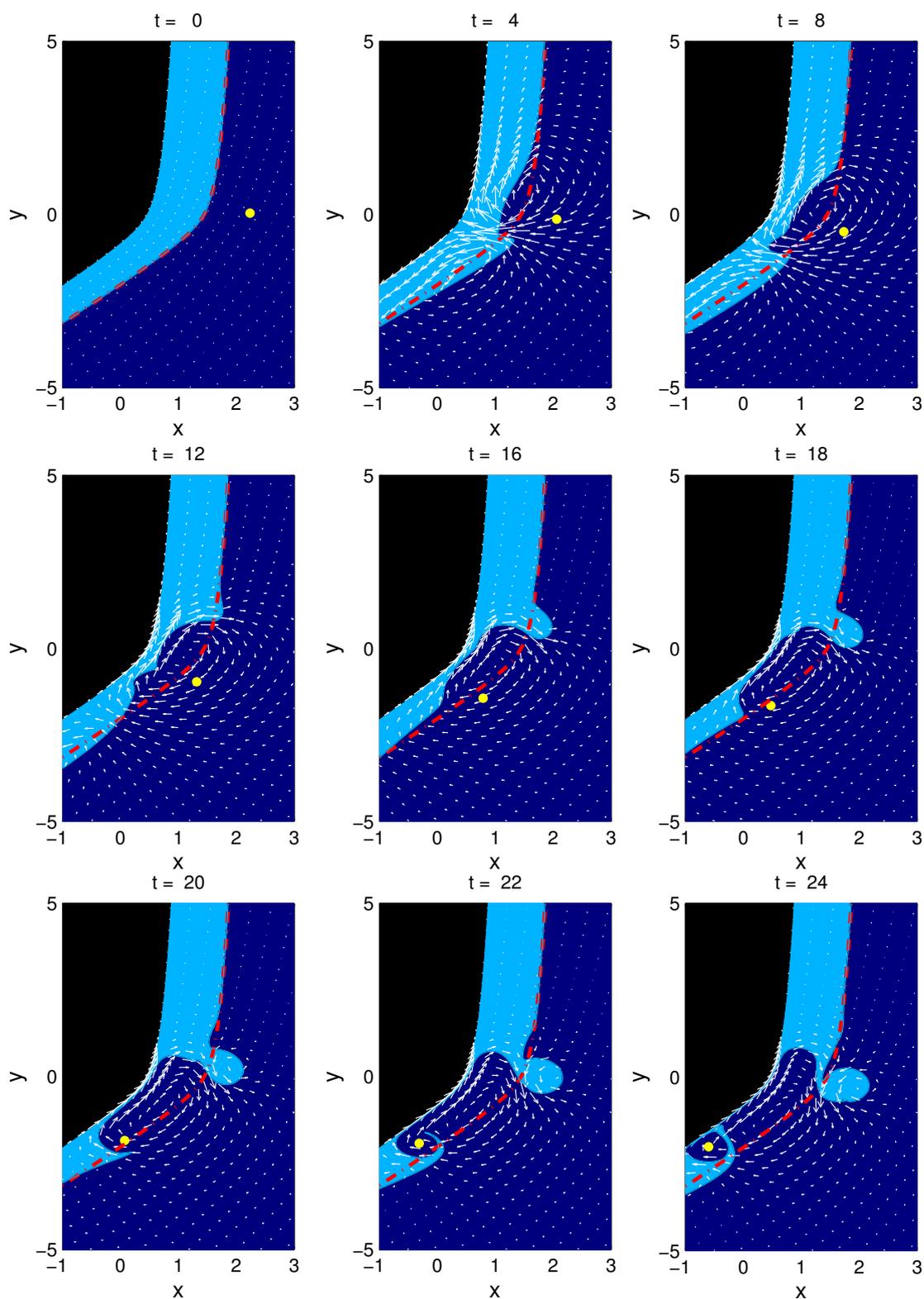
<b>Interação Margem Continental-Vórtice Ciclônico</b>				
$\alpha_1 = 225^\circ$				
Experimentos	Casos	$r_t - r_c$	$r_v - r_t$	Resposta da Interação
Exp1	1	0,5	0,5	Inundação da plataforma e filamentação
	2	1,0		
Exp2	1	0,5	0,75	Inundação da plataforma e filamentação  Inundação da plataforma e vórtice ciclônico
	2	1,0		
Exp3	1	0,5	1,0	Inundação da plataforma e filamentação  Filamentação
	2	1,0		
Exp4	1	0,5	1,25	Inundação da plataforma e filamentação  Perturbação
	2	1,0		

**Tabela 5.4:** Modelo Barotrópico

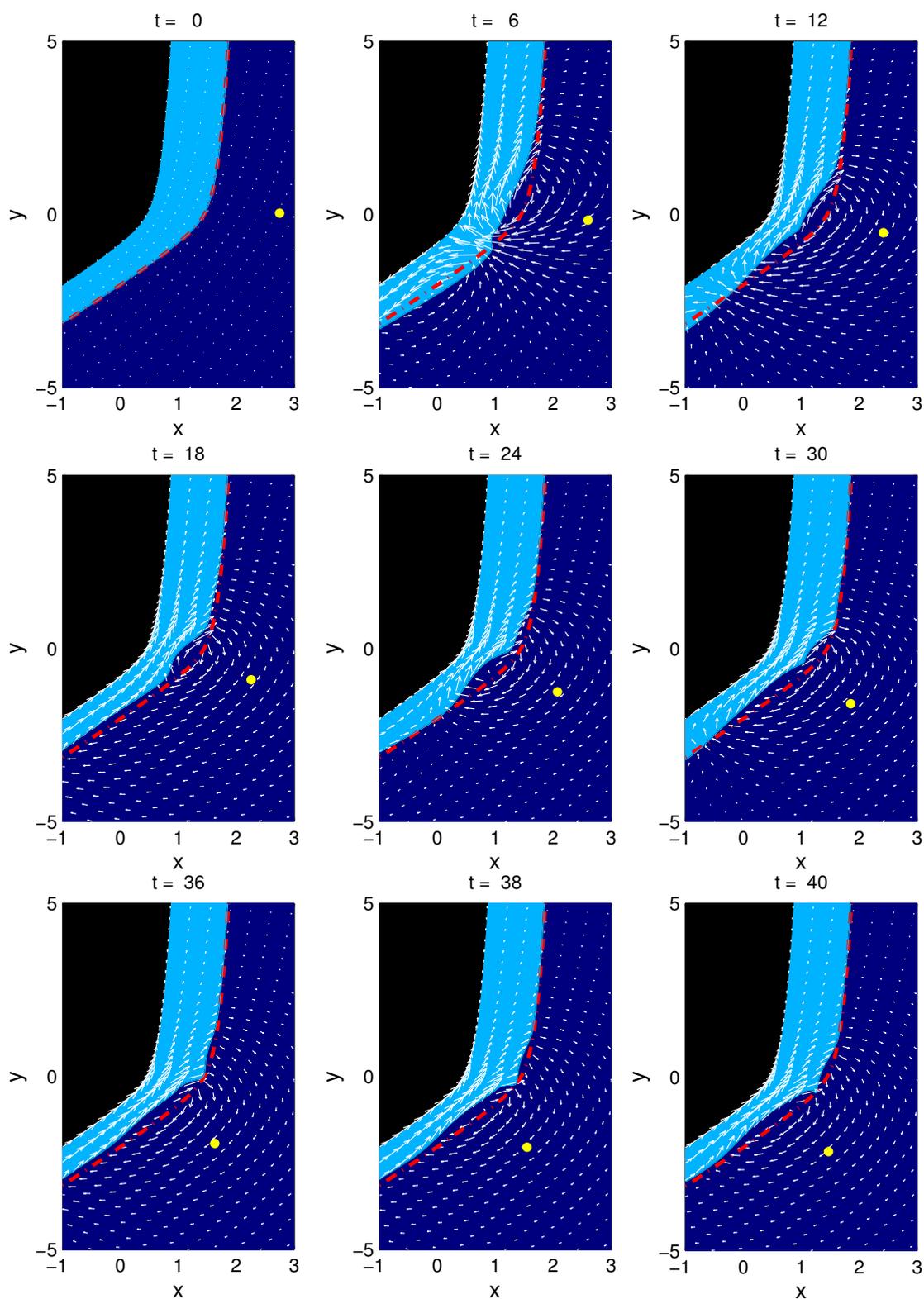
<b>Interação Margem Continental-Vórtice Ciclônico</b>				
$\alpha_2 = 240^\circ$				
Experimentos	Casos	$r_t - r_c$	$r_v - r_t$	Resposta da Interação
Exp1	1	0,5	0,5	Inundação da plataforma e filamentação
	2	1,0		
Exp2	1	0,5	0,75	Inundação da plataforma e filamentação
	2	1,0		Inundação da plataforma e vórtice ciclônico
Exp3	1	0,5	1,0	Inundação da plataforma e filamentação
	2	1,0		Filamentação
Exp4	1	0,5	1,25	Inundação da plataforma e filamentação
	2	1,0		Perturbação



**Figura 5.9:** Evolução temporal da frente e do vórtice singular ciclônico **Exp1-2- $\alpha_1$**  sobreposto ao campo de velocidade total.



**Figura 5.10:** Evolução temporal da frente e do vórtice singular ciclônico **Exp2-2- $\alpha_1$**  sobreposto ao campo de velocidade total.



**Figura 5.11:** Evolução temporal da frente e do vórtice singular ciclônico **Exp4-2- $\alpha_1$**  sobreposto ao campo de velocidade total.

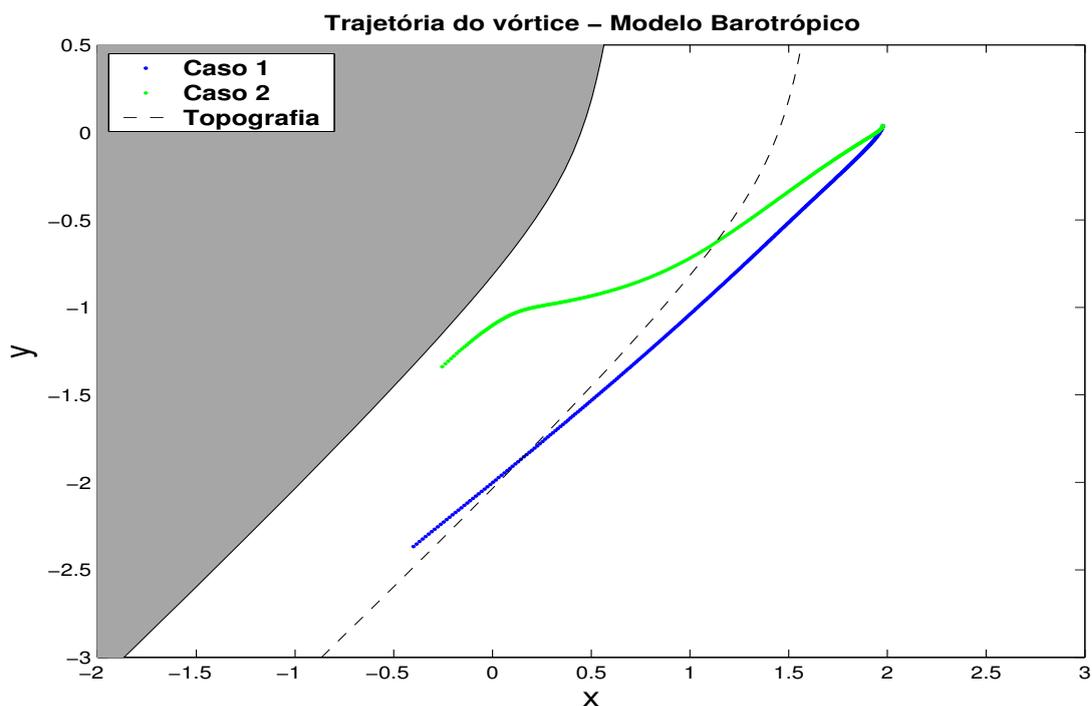


Figura 5.12: Trajetória do Vórtice singular anticiclônico para o experimento 1, casos 1 e 2,  $\alpha_1$ .

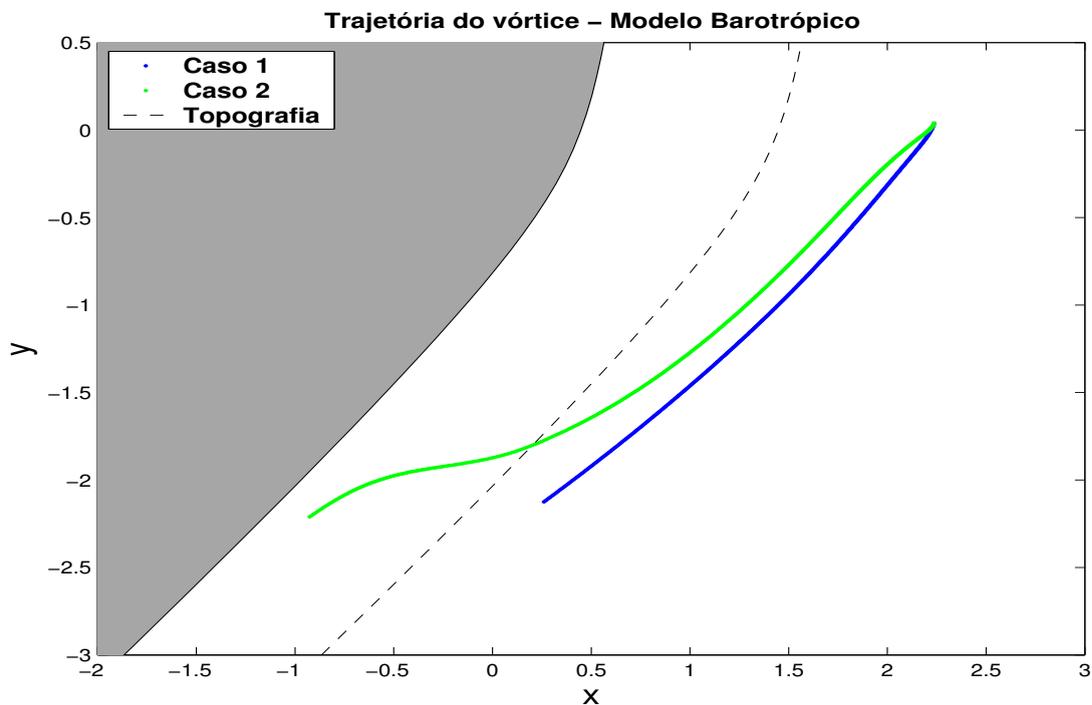
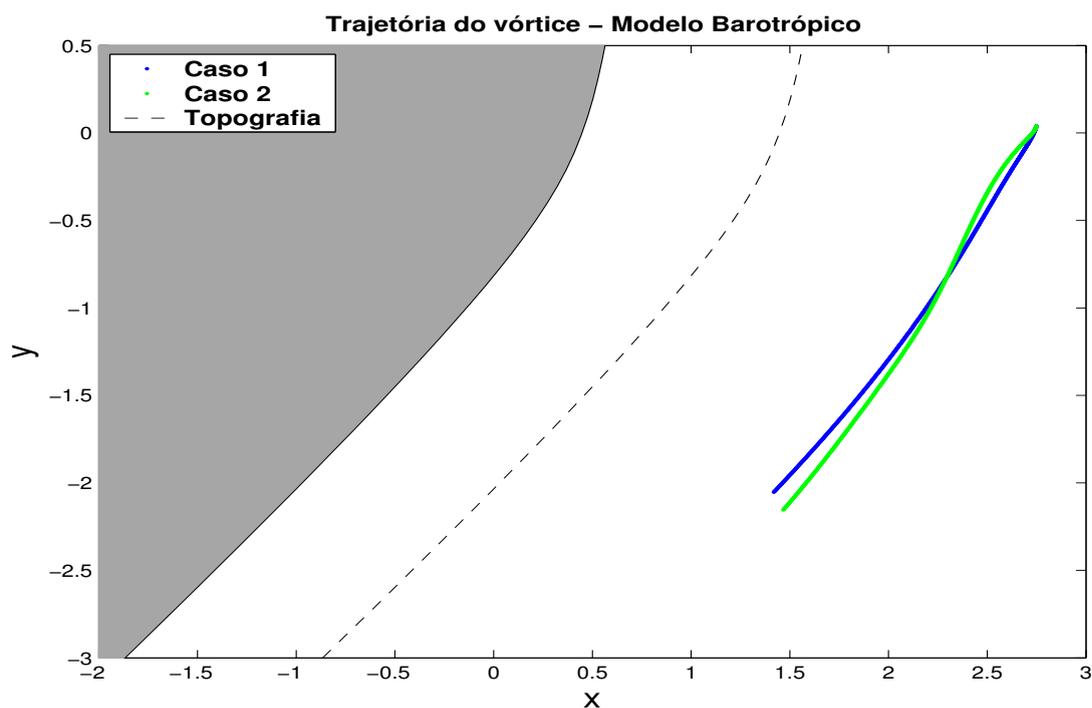


Figura 5.13: Trajetória do Vórtice singular anticiclônico para o experimento 2, casos 1 e 2,  $\alpha_1$ .



**Figura 5.14:** Trajetória do Vórtice singular anticiclônico para o **experimento 4**, **casos 1 e 2**,  $\alpha_1$ .

A dinâmica de contornos mostrou que na interação de vórtices singulares com a margem continental e costa com forma curvilínea, aspectos robustos e importantes da interação, tais como a formação de dipolos e vórtices topográficos são preservados.

Praticamente todas as características observadas nos experimentos com plataforma finita realizados no Capítulo 3, Seção 3.2 são reproduzidos.

# Capítulo 6

## Sumário e Conclusões

### 6.1 Síntese dos Resultados Obtidos

O objetivo central deste trabalho consistiu na investigação das interações entre correntes de contorno oeste e seus vórtices com águas interiores à margem continental. Almejamos a compreensão dos fenômenos da troca de massa entre as regiões costeira e oceânica, regida por conservação de vorticidade. A motivação original deste trabalho se deve à atuação da Corrente do Brasil na plataforma sudeste e formação de vórtices ciclônicos contendo água costeira que se propagam, ocasionalmente, para o interior do Giro Subtropical. Da mesma forma, a projeção dos meandros anticiclônicos da CB se projetam sobre a plataforma e constituem importante aporte de águas oligotróficas de origem oceânica na plataforma.

O cunho deste trabalho é teórico e a motivação apresentada acima é conceitualizada numa série de modelos de um oceano inercial quase-geostrófico no plano  $f$ . Tais modelos utilizam a técnica de Dinâmica de Contornos, que será modificada para ser utilizada na configuração de interesse envolvendo vórtices e/ou correntes e a margem continental. Em todos os modelos desenvolvidos, a margem continental (que compreende plataforma, talude e sopé continentais) é idealizada na forma de um degrau quase-geostrófico, onde a quebra de plataforma representa uma frente de vorticidade potencial. Esta frente, portanto, separa a região costeira da região oceânica. Aspectos inéditos em estudos teóricos foram introduzidos neste trabalho,

permitindo a presença de uma costa continental e controle, portanto, da largura da plataforma continental nos experimentos. Outro aspecto que julgamos inovador foi a introdução de geometrias de costa e plataforma curvilíneas em contra-ponto com costas retilíneas meridionalmente orientadas.

O tratamento formal dos problemas aqui e a consideração das estruturas dinâmicas da região costeira e oceano aberto nos conduziu a construção modelos de camadas que denominamos de "híbridos": na região interior à plataforma é barotrópico e na região oceânico é baroclínico (com representação de  $1 \frac{1}{2}$  – camadas). Tal arquitetura faz com que o modo barotrópico seja filtrado e as escalas dominantes sejam baroclínicas, em consonância com a estrutura das CCO's e seus vórtices no lado oceânico.

A complexidade dos sistemas elaborados nos levaram a incluir e detalhar modelos que envolvam vórtices singulares ou pontuais. Este seriam representações isoladas de meandros ciclônicos e anticiclônicos das CCOs. Entretanto, modelos considerando CCOs geofisicamente instáveis também foram elaborados. Propusemos um modelo de estabilidade linear para avaliar taxas de crescimento e velocidades de fase e de grupo sobre o estado básico da CCO idealizada. Usamos a DCM para evoluir tais sistemas temporalmente.

Assim, a seguir apresentamos sínteses e conclusões obtidas a partir dos resultados dos modelos de interação vórtices singulares-margem continental (apresentados no Cap. 3), interação margem continental-jato geofísico (Cap.4), e interação margem continental curvilínea-vórtices singulares (Cap.5).

### 6.1.1 Síntese da Interação Margem Continental-Vórtice

Os modelos de interação margem continental-vórtice consistem de modelos com uma única frente de vorticidade associada à margem continental e a fonte puntual de VP do vórtice singular. Esta configuração foi explorada tanto na abordagem barotrópica como híbrida.

Obtivemos como principais resultados deste modelo:

- Vórtices anticiclônicos são refletidos durante a interação com a frente associ-

ada à margem continental, devido a formação de um dipolo. O dipolo formado por águas oriundas da plataforma e pelo vórtice singular propaga-se para nordeste.

- Vórtices ciclônicos são atraídos em direção à frente topográfica, apresentando uma propagação para sudoeste até alcançarem a margem. Após atravessarem a margem os vórtices propagam-se para oeste devido a formação de dipolos com as águas oceânicas que invadiram a plataforma.
- Na presença do vórtice anticiclônico, em ambos os modelos, ocorre a intrusão de água da plataforma na região oceânica.
- Cálculos analíticos lineares complementares mostraram que as ondas topográficas propagam fase e grupo para Sul, isto é, com a plataforma a sua direita. As velocidades de fase e de grupo são maiores no caso do modelo barotrópico em comparação com o híbrido. Quando a plataforma é infinita (ausência da costa) o modelo barotrópico diferente do híbrido não mais propaga energia ( $c_g = 0$ ).
- Observamos que a *Pseudo-imagem Dunn et al.* [2001], é formada não por uma única anomalia de vorticidade relativa não dispersiva que propaga-se uniformemente com o vórtice como colocado por, mais sim por uma sucessão de anomalias de vorticidade relativa dispersivas.

Concluimos assim que:

A formação de dipolos é uma característica dinâmica robusta que ocorre, independente do sentido da circulação do vórtice na interação com a frente associada a margem continental.

A largura da plataforma é um parâmetro importante na formação de vórtices topográficos, devido a mesma inibir o desenvolvimento de anomalias secundárias na frente. A trajetória ciclóide descrita por [Wang, 1992], não mais ocorre na presença da costa.

O transporte de volume entre a margem continental é superior no modelo barotrópico quando comparada ao híbrido. A presença da costa atua de forma a inibir o processo de troca em ambas as abordagens.

A principal distinção observada entre a abordagem barotrópica e híbrida na interação da frente associada a margem continental com o vórtice singular se manifesta na escala espacial dos movimentos. Nos experimentos com a abordagem barotrópica a escala espacial do movimento, tanto das anomalias como do vórtice é bem maior que nos experimentos com o modelo híbrido.

### 6.1.2 Síntese da Interação Margem Continental-Jato Geofísico

Com a introdução de uma segunda frente de VP, os parâmetros do modelo se tornam numerosos e a existência de uma CCO é possível no modelo através das escolhas ou das velocidades na frente ou de valores de VP adequados (pela equação da inversibilidade). Optamos, então, por manter as velocidades sobre as frentes fixas e alterar a distância entre os contornos de VP a fim de explorar perfis de CCO's com propriedades distintas. Também apenas configurações com frentes e costa continental de orientação meridional foram consideradas. Versões lineares e não lineares do modelo foram desenvolvidas. Apenas configurações geofisicamente instáveis foram consideradas.

Obtivemos como principais resultados deste modelo:

- O comportamento observado nos experimentos com a perturbação anticiclônica na segunda frente mostra-nos que o modelo não linear segue os resultados previstos pelo modelo linear em relação às taxas de crescimento e intervalo de comprimento de ondas instáveis.
- Os experimentos numéricos mostram a formação de estruturas unicamente anticiclônicas, devido os meandros formados na primeira frente tenderem a "quebrar" anticlonicamente. Esta característica é devida a configuração de escoamento utilizado, ou seja, é característica do cisalhamento das correntes e do estado básico ser quiescente sobre a plataforma.
- Nos experimento com plataforma finita observa-se uma advecção para norte dos vórtices anticiclônicos formados na frente associada a margem continental, a qual, concluímos é causada pela ação da imagem.

- No caso em que a perturbação imposta à segunda frente é anticiclônica, os meandros formados tendem a crescer em direção à costa, originando duas estruturas vorticais quase simultaneamente, formadas a partir de um grande lóbulo formado na primeira frente em direção à costa, que pode ser observado quando se inicia o processo de instabilidade barotrópica.
- No caso da perturbação imposta à segunda frente ser ciclônica, observamos que os meandros crescem, com a primeira frente avançando sobre a segunda. Quando os mecanismos não-lineares levam ao fechamento dos vórtices, o efeito imagem passa a agir prendendo essas estruturas na costa e advectando-as a norte devido a indução de uma corrente costeira. Os vórtices subsequentes formados obedecem ao mesmo processo.
- A teoria linear mostrou que as ondas instáveis propagam fase e grupo para norte, isto é propagam com a plataforma a sua esquerda.

Concluimos assim que:

As propriedades de instabilidade são alteradas na presença da plataforma finita. Quanto mais estreita é a plataforma menores são as taxas de crescimento e velocidades de fase das ondas instáveis.

A translação dos vórtices sobre a plataforma é resultado da atuação do efeito imagem sobre os mesmos, prendendo-os à costa e deslocando-os a norte.

O resultado do deslocamento do vórtice ciclônico junto à costa é portanto afetado combinadamente pela largura da plataforma e o efeito imagem. Como plataformas longas estão associadas a CCO's mais instáveis, as anomalias são maiores e mais intensas. Por consequência, estas apresentam efeito da imagem mais robusto e a translação da estrutura vortical é portanto mais vigorosa.

Para o desenvolvimento de meandros ciclônicos é necessário enriquecer a estrutura dinâmica das CCO's aqui investigadas com a inclusão de uma terceira frente de VP.

### 6.1.3 Síntese da Interação Margem Continental Curvilínea-Vórtice

Neste elenco de modelos, abandonamos a orientação meridional da margem continental e permitimos que esta fosse curvilínea. A Dinâmica de Contornos, como mencionado anteriormente, funciona muito bem para domínios infinitos ou domínios nos quais as fronteiras são simples. Sendo assim, tivemos que desenvolver uma nova metodologia para que pudéssemos tratar a interação de vórtices com a margem continental curvilínea através da adição da técnica de mapeamento conforme à DC.

Obtivemos como principais resultados deste modelo:

- Nas duas configurações de costa exploradas,  $\alpha_1 = 225^\circ$  e  $\alpha_2 = 240^\circ$ , não observou-se diferenças marcantes na evolução da frente de VP associada a margem continental.
- Continuamos observando a formação de dipolos e vórtices topográficos, características estas, que ocorriam nos experimentos com costa meridional retilínea.
- Observamos também o fenômeno da *Pseudo-imagem* nos experimentos numéricos realizados nesta configuração.
- Os filamentos formados na frente de VP são bem mais pronunciados na configuração de costa curvilínea do que na configuração de costa com orientação meridional retilínea.

Concluimos assim que:

As características dinâmicas observadas anteriormente na interação da frente de vorticidade associada à margem continental com costa meridional retilínea são preservadas na configuração curvilínea.

A formação de dipolos são estruturas robustas que não se alteram com a mudança de configuração da margem continental, pelo menos no espectro dos parâmetros aqui abordados.

## 6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Os adendos à técnica de **DC** apresentados e desenvolvidos neste trabalho, convidam-nos a sugerir:

- A construção de um modelo híbrido que tenha ao lado direito da frente da margem continental um oceano de 2-camadas. Isto possibilitaria a inclusão de vórtices bipolares baroclínicos e uma estrutura bimodal para a **CCO**. Tal modificação permitirá a exploração de instabilidade mista (barotrópica-baroclínica).
- A introdução de sistemas de **CCO**-vórtices singulares e vórtices de área finita (“vortex patches”) e estudo do comportamento do sistema com assinaturas distintas de **VP**.
- A construção de modelos de interação de margem continental curvilínea com **CCO**'s. Este não é um problema trivial visto que o confinamento da estrutura de velocidade implica em jatos bastante instáveis, cujos estados estacionários são desconhecidos. Entretanto, a utilização do modelo de instabilidade linear pode contribuir para a escolha objetivando minimizar a instabilidade da **CCO**. Modelos de interação tripla **CCO**-vórtice-margem continental podem ser viáveis nesta situação, bem como obtenção de estados estacionários numéricos.

# Referências Bibliográficas

- A.Silveira, I. C., 1996: Meandering and Eddy Formation in Separating Western Boundary Currents. Tese de Doutorado, University of New Hampshire. 228 págs.
- Bell, G. I., 1990a: Interaction between vortices and waves in a simple-model of geophysical flow. *Phys. Fluids A-Fluid*, **2**(4), 575–586.
- Bell, G. I., 1990b: Vortex-induced radiation transported by a contour. *Physica D*, **44**(1-2), 203–228.
- Bell, G. I. e L. J. Pratt, 1992: The interaction of an eddy with an unstable jet. *J. Phys. Oceanogr.*, **22**(11), 1229–1244.
- Bell, G. I. e L. J. Pratt, 1994: Eddy jet interaction theorems for piecewise-constant potential vorticity flows. *Dynam. Atmos. Oceans*, **20**(4), 285–314.
- Berk, H. L. e K. V. Roberts, 1967: The water-bag model. *Methods Comput. Phys.*, **9**, 87.
- Brown, O. B., P. C. Cornillon, S. R. Emmerson, e H. M. Carle, 1986: Gulf-stream warm rings - a statistical study of their behavior. *Deep-Sea Res.*, **33**(11-12), 1459–1473.
- Calado, L., 2001: Dinâmica da Formação dos Meandros e Vórtices da Corrente do Brasil ao Largo do Sudeste Brasileiro. Tese de Mestrado, IOUSP, 95 págs.
- Calil, P. H. R., 2002: Dinâmica da Interação de Vórtices Isolados com Correntes de Contorno Oeste num Oceano de 1,5-Camadas. Tese de Mestrado, IOUSP, 98 págs.

- Campos, E. J. D., 1995: Estudos da irulação oceânica no atlântico tropical e região oeste do atlântico subtropical sul. Tese de Livre Docência. Universidade de São Paulo, Intituto Oceanográfico.
- Campos, E. J. D., J. E. G. calves, e Y. Ikeda, 1995: Water mass structure and geostrophic circulation in the south brazil bight – summer of 1991. *J. Geophys. Res.*, **100**(C9), 18.537–18.550.
- Campos, E. J. D., D. Velhote, e I. C. A. Silveira, 2000: Shelf break upwelling driven by brazil current cyclonic meanders. *Geophys. Res. Letters*, **27**(6), 751–754.
- Carnevale, G. F., R. C. Kloosterziel, e G. J. F. VanHeijst, 1991: Propagation of barotropic vortices over topography in a rotating tank. *J. Fluid. Mech.*, **233**, 119–139.
- Chassignet, E. P., 1992: Rings in numerical-models of ocean general-circulation - a statistical study. *J. Geophys. Res.*, **97**(C6), 9479–9492.
- Chassignet, E. P. e B. CushmanRoisin, 1991: On the influence of a lower layer on the propagation of nonlinear oceanic eddies. *J. Phys. Oceanogr.*, **21**(7), 939–957.
- Chassignet, E. P., D. B. Olson, e D. B. Boudra, 1990: Motion and evolution of oceanic rings in a numerical-model and in observations. *J. Geophys. Res.*, **95**(C12), 22.121–22.140.
- Cheney, R. E. e P. L. Richardson, 1976: Observed decay of a cyclonic gulf-stream ring. *Deep-Sea Res.*, **23**(2), 143–155.
- Cushman-Roisin, B., 1994: Introduction to Geophysical Fluid Dynamics. Prentice-Hall, Inc., 320 págs.
- Cushman-Roisin, B., E. P. Chassignet, e B. Tang, 1990: Westward motion of mesoscale eddies. *J. Phys. Oceanogr.*, **20**(5), 758–768.
- de Ruijter, W. P. M., A. Biastoch, S. S. Drijfhout, J. R. E. Lutjeharms, R. P. Matano, T. Pichevin, P. J. van Leeuwen, e W. Weijer, 1999: Indian-atlantic interocean exchange: Dynamics, estimation and impact. *JGR*, **104**(C9), 20.885–20.910.

- Dewar, W. K., 2002: Baroclinic eddy interaction with isolated topography. *J. Phys. Oceanogr.*, **32**(10), 2789–2805.
- Dewar, W. K. e C. Gailliard, 1994: The dynamics of barotropically dominated rings. *J. Phys. Oceanogr.*, **24**(1), 5–29.
- Dewar, W. K. e P. D. Killworth, 1995: On the stability of oceanic rings. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**(6), 1467–1487.
- Dottori, M., 2001: Resposta da Plataforma Continental de São Paulo à Forçante de Vento Transiente. Tese de Mestrado, Instituto Oceanográfico, Universidade de São Paulo.
- Dritschel, D. G., 1988: Contour surgery - a topological reconnection scheme for extended integrations using contour dynamics. *J. Comput. Phys.*, **77**(1), 240–266.
- Dritschel, D. G., 1989: Contour dynamics and contour surgery - numerical algorithms for extended, high-resolution modeling of vortex dynamics in two-dimensional, inviscid, incompressible flows. *Comput. Phys. Rep.*, **10**(3), 77–146.
- Dritschel, D. G., 1993: Modeling oceanic and atmospheric vortices (vol 46, pg 50, 1993). *Phys. Today*, **46**(4), 92–92.
- Dritschel, D. G., 1997: Introduction to "contour dynamics for the euler equations in two dimensions". *J. Comput. Phys.*, **135**(2), 217–219.
- Dritschel, D. G. e M. H. P. Ambaum, 1997: A contour-advective semi-lagrangian numerical algorithm for simulating fine-scale conservative dynamical fields. *Q. J. Roy. Meteor. Soc.*, **123**(540), 1097–1130.
- Dritschel, D. G. e M. E. McIntyre, 1990: Does contour dynamics go singular. *Phys. Fluids A-Fluid*, **2**(5), 748–753.
- Dritschel, D. G., L. M. Polvani, e A. R. Mohebalhojeh, 1999: The contour-advective semi-lagrangian algorithm for the shallow water equations. *Mon. Weather. Rev.*, **127**(7), 1551–1565.

- Dunn, D. C., 1999: Vortex interactions with topographic features in geophysical fluid dynamics. Tese de Doutorado, University College London.
- Dunn, D. C., 2002: The evolution of an initially circular vortex near an escarpment. part ii: numerical results. *Eur. J. Mech B-Fluid*, **21**(6), 677–699.
- Dunn, D. C., N. R. McDonald, e E. R. Johnson, 2001: The motion of a singular vortex near an escarpment. *J. Fluid. Mech.*, **448**, 335–365.
- Dunn, D. C., N. R. McDonald, e E. R. Johnson, 2002: The evolution of an initially circular vortex near an escarpment. part i: analytical results. *Eur. J. Mech B-Fluid*, **21**(6), 657–675.
- Fernandes, A. M., 2001: Dinâmica Baroclínica da Corrente do Brasil na Região Sudeste. Tese de Mestrado, Instituto Oceanográfico, Universidade de São Paulo.
- Firing, E. e R. C. Beardsley, 1976: Behavior of a barotropic eddy on a beta-plane. *J. Phys. Oceanogr.*, **6**(1), 57–65.
- Flierl, G. R., 1977: Application of linear quasi-geostrophic dynamics to gulf-stream rings. *J. Phys. Oceanogr.*, **7**(3), 365–379.
- Flierl, G. R., 1984: Rossby-wave radiation from a strongly nonlinear warm eddy. *J. Phys. Oceanogr.*, **14**(1), 47–58.
- Flierl, G. R., 1987: Isolated eddy models in geophysics. *ANNUAL REVIEW OF FLUID MECHANICS*, **19**, 493–530.
- Flierl, G. R., 1988: On the instability of geostrophic vortices. *J. Fluid. Mech.*, **197**, 349–388.
- Flierl, G. R., 1999: Thin jet and contour dynamics models of gulf stream meandering. *Dynam. Atmos. Oceans*, **29**(2-4), 189–215.
- Flierl, G. R. e K. Haines, 1994: The decay of modons due to rossby-wave radiation. *Phys. Fluids*, **6**(10), 3489–3497.

- Flierl, G. R. e A. R. Robinson, 1984: On the time-dependent meandering of a thin jet. *J. Phys. Oceanogr.*, **14**(2), 412–423.
- Flierl, G. R. e J. S. Wroblewski, 1985: The possible influence of warm core gulf-stream rings upon shelf water larval fish distribution. *Fish. B.*, **83**(3), 313–330.
- Fuglister, F. C. e R. C. Beardsley, 1972: Studies in Physical Oceanography, capítulo Cyclonic Rings formed by the Gulf Stream 1965-66, págs. 137–168. Gordon and Breach.
- Goldstein, R. E. e D. M. Petrich, 1992: Solitons, euler equation, and vortex patch dynamics. *Phys. Rev. Lett.*, **69**(4), 555–558.
- Grimshaw, R., D. Broutman, X. Y. He, e P. Sun, 1994a: Analytical and numerical study of a barotropic eddy on a topographic slope. *J. Phys. Oceanogr.*, **24**(7), 1587–1607.
- Grimshaw, R., D. Broutman, X. Y. He, e P. Sun, 1994b: Analytical and numerical study of a barotropic eddy on a topographic slope. *J. Phys. Oceanogr.*, **24**(7), 1587–1607.
- Grimshaw, R., Y. Tang, e D. Broutman, 1994c: The effect of vortex stretching on the evolution of barotropic eddies over a topographic slope. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **76**(1-4), 43–71.
- Grimshaw, R. e Z. X. Yi, 1991: Evolution of a potential vorticity front over a topographic slope. *J. Phys. Oceanogr.*, **21**(8), 1240–1255.
- Hedström, K., 1986: Interaction of an point vortex and a shear flow. In Summer study program in GFD, volume WHOI-86-45, págs. 142–152.
- Jacob, J. P., E. P. Chassignet, e W. K. Dewar, 2002: Influence of topography on the propagation of isolated eddies. *J. Phys. Oceanogr.*, **32**(10), 2848–2869.
- Kamenkovich, V. M., M. N. Koshlyakov, e A. S. Monin, 1986: Synoptic Eddies in the Ocean. D. Reidel Publishing Company.

- Kamenkovich, V. M., Y. P. Leonov, D. A. Nechaev, D. A. Byrne, e A. L. Gordon, 1996: On the influence of bottom topography on the agulhas eddy. *J. Phys. Oceanogr.*, **26**(6), 892–912.
- Killworth, P. D., 1983: On the motion of isolated lenses on a beta-plane. *J. Phys. Oceanogr.*, **13**(3), 368–376.
- LaCasce, J. H., 1998: A geostrophic vortex over a slope. *J. Phys. Oceanogr.*, **28**(12), 2362–2381.
- Lam, J. S. L. e D. G. Dritschel, 2001: On the beta-drift of an initially circular vortex patch. *J. Fluid. Mech.*, **436**, 107–129.
- Legras, B. e D. G. Dritschel, 1993: A comparison of the contour surgery and pseudospectral methods. *J. Comput. Phys.*, **104**(2), 287–302.
- Lin, S. J., 1992: Contour dynamics of tornado-like vortices. *J. Atmos. Sci.*, **49**(18), 1745–1756.
- McDonald, N. R., 1996: Topographic wave radiation and modon decay. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **83**(1-2), 51–77.
- McDonald, N. R., 1998a: The decay of cyclonic eddies by rossby wave radiation. *J. Fluid. Mech.*, **361**, 237–252.
- McDonald, N. R., 1998b: The motion of an intense vortex near topography. *J. Fluid. Mech.*, **367**, 359–377.
- McDonald, N. R., 1999: The motion of geophysical vortices. *Philos. T. Roy. Soc. A*, **357**(1763), 3427–3444.
- McDonald, N. R., 2000: The interaction of two baroclinic geostrophic vortices on the beta-plane. *P. Roy. Soc. Lond. A Mat.*, **456**(1997), 1029–1049.
- McDonald, N. R. e S. R. Clarke, 1995: Mixing induced meridional motion of modons. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **81**(1-2), 1–20.

- McDonald, N. R. e D. C. Dunn, 1999: Some interactions of a vortex with a seamount. *Nuovo Cimento C*, **22**(6), 885–898.
- McDonald, N. R. e E. R. Johnson, 2001: The interaction of two vortices on a beta-plane. *Phys. Fluids*, **13**(4), 884–893.
- McWilliams, J. C. e G. R. Flierl, 1979: Evolution of isolated, non-linear vortices. *J. Phys. Oceanogr.*, **9**(6), 1155–1182.
- McWilliams, J. C., G. R. Flierl, V. D. Larichev, e G. M. Reznik, 1981: Numerical-studies of barotropic modons. *Dynam. Atmos. Oceans*, **5**(4), 219–238.
- Meacham, S. P., 1991: Meander evolution on piecewise-uniform, quasi-geostrophic jets. *J. Phys. Oceanogr.*, **21**(8), 1139–1170.
- Meacham, S. P. e G. R. Flierl, 1991: Finite-amplitude waves on barotropic shear layers and jets. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **56**(1-4), 3–57.
- Meacham, S. P., G. R. Flierl, e U. Send, 1990: Vortices in shear. *Dynam. Atmos. Oceans*, **14**(4), 333–386.
- Mied, R. P., 1978: Instabilities of finite-amplitude barotropic rossby waves. *J. Fluid. Mech.*, **86**(maio), 225–246.
- Mied, R. P., A. D. Kirwan, e G. J. Lindemann, 1992: Rotating modons over isolated topographic features. *J. Phys. Oceanogr.*, **22**(12), 1569–1582.
- Mied, R. P. e G. J. Lindemann, 1979: Propagation and evolution of cyclonic gulf-stream rings. *J. Phys. Oceanogr.*, **9**(6), 1183–1206.
- Mied, R. P., J. C. McWilliams, e G. J. Lindemann, 1991: The generation and evolution of mushroom-like vortices. *J. Phys. Oceanogr.*, **21**(4), 489–510.
- Nof, D., 1981: On the beta-induced movement of isolated baroclinic eddies. *J. Phys. Oceanogr.*, **11**(12), 1662–1672.
- Nof, D., 1983: On the migration of isolated eddies with application to gulf-stream rings. *J. Mar. Res.*, **41**(3), 399–425.

- Olson, D. B., G. P. Podestá, R. H. Evans, e O. B. Brown, 1988: Temporal variations in the separation of brazil and malvinas currents. *DSR*, **35**(12), 1971–1990.
- Overman, E. A. e N. J. Zabusky, 1980: Stability and non-linear evolution of plasma clouds via regularized contour dynamics. *Phys. Rev. Lett.*, **45**(21), 1693–1696.
- Overman, E. A. e N. J. zabusky, 1984: Contour dynamics - an interface method for studying the evolution of large density gradient ionospheric plasma clouds. *Phys. D*, **12**(1-3), 145–153.
- Overman, E. A., N. J. Zabusky, e S. L. Ossakow, 1983: Ionospheric plasma cloud dynamics via regularized contour dynamics .1. stability and non-linear evolution of one-contour models. *Phys. Fluids*, **26**(4), 1139–1153.
- Pedlosky, J., 1987: Geophysical Fluid Dynamics. Springer, New York, 710 págs.
- Petrich, D. M. e R. E. Goldstein, 1994: Nonlocal contour dynamics model for chemical front motion. *Phys. Rev. Lett.*, **72**(7), 1120–1123.
- Polvani, L. M., 1988: Geostrophic Vortex Dynamics. Tese de Doutorado, MIT/WHOI Joint Program. WHOI-88-48, 221 págs.
- Polvani, L. M., N. J. Zabusky, e G. R. Flierl, 1989: 2-layer geostrophic vortex dynamics .1. upper-layer v-states and merger. *J. Fluid. Mech.*, **205**, 215–242.
- Pratt, L. J., 1988: Meandering and eddy detachment according to a simple (looking) path equation. *J. Phys. Oceanogr.*, **18**(11), 1627–1640.
- Pratt, L. J., J. Earles, P. Cornillon, e J. F. Cayula, 1991: The nonlinear behavior of varicose disturbances in a simple- model of the gulf-stream. *Deep-Sea Res.*, **38**, S591–S622.
- Pratt, L. J. e J. Pedlosky, 1991: Linear and nonlinear barotropic instability of geostrophic shear layers. *J. Fluid. Mech.*, **224**, 49–76.
- Pratt, L. J. e M. E. Stern, 1986: Dynamics of potential vorticity fronts and eddy detachment. *J. Phys. Oceanogr.*, **16**(6), 1101–1120.

- Radko, T. e M. E. Stern, 1999: On the propagation of oceanic mesoscale vortices. *J. Fluid. Mech.*, **380**, 39–57.
- Radko, T. e M. E. Stern, 2000: Self-propagating eddies on the stratified f plane. *J. Phys. Oceanogr.*, **30**(12), 3134–3144.
- Reznik, G. M. e W. K. Dewar, 1994: An analytical theory of distributed axisymmetrical barotropic vortices on the beta-plane. *J. Fluid. Mech.*, **269**, 301–321.
- Reznik, G. M. e R. Grimshaw, 1999: On the lifetime of an intense localized barotropic vortex on the beta-plane. *Nuovo Cimento C*, **22**(6), 899–908.
- Reznik, G. M., R. Grimshaw, e E. S. Benilov, 2000: On the long-term evolution of an intense localized divergent vortex on the beta-plane. *J. Fluid. Mech.*, **422**, 249–280.
- Reznik, G. M., R. H. J. Grimshaw, e K. Sriskandarajah, 1997: On basic mechanisms governing two-layer vortices on a beta- plane. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **86**(1-2), 1–42.
- Richardson, P. L., 1980: Gulf stream ring trajectories. *JPO*, **10**, 90–104.
- Rogerson, A. M., P. D. Miller, L. J. Pratt, e C. K. R. T. Jones, 1999: Lagrangian motion and fluid exchange in a barotropic meandering jet. *J. Phys. Oceanogr.*, **29**(10), 2635–2655.
- Sanson, L. Z., 2000: The effects of topography on rotating barotropic flows. Tese de Doutorado, Eindhoven University of Technology.
- Sanson, L. Z., 2002: Vortex-ridge interaction in a rotating fluid. *Dynam. Atmos. Oceans*, **35**(4), 299–325.
- Sanson, L. Z., F. Graef, e E. G. Pavia, 1998: Collision of anticyclonic, lens-like eddies with a meridional western boundary. *J. Geophys. Res.*, **103**(C11), 24.881–24.890.
- Sanson, L. Z. e G. J. F. van Heijst, 2000: Interaction of barotropic vortices with coastal topography: Laboratory experiments and numerical simulations. *J. Phys. Oceanogr.*, **30**(9), 2141–2162.

- Sanson, L. Z., G. J. F. van Heijst, e J. J. J. Doorschoot, 1999a: Reflection of barotropic vortices from a step-like topography. *Nuovo Cimento C*, **22**(6), 909–929.
- Sanson, L. Z., G. J. F. van Heijst, e F. J. J. Janssen, 1999b: Experiments on barotropic vortex-wall interaction on a topographic beta plane. *J. Geophys. Res.*, **104**(C5), 10.917–10.932.
- Schneider, T., I. M. Held, e S. T. Garner, 2003: Boundary effects in potential vorticity dynamics. *J. Atmos. Sci.*, **60**(8), 1024–1040.
- Send, U., 1989: Vorticity and instability during flow reversals on the continental shelf. *J. Phys. Oceanogr.*, págs. 1620–1633.
- Silva, C. A. C. L., 2000: Dinâmica da Separação de Correntes de Contorno Oeste Barotropicamente Instáveis. Tese de Mestrado, IOUSP, 104 págs.
- Silveira, I. C. A. e G. R. Flierl, 2002: Eddy formation in 2(1)/(2) layer, quasigeostrophic jets. *J. Phys. Oceanogr.*, **32**(3), 729–745.
- Silveira, I. C. A., G. R. Flierl, e W. S. Brown, 1999: Dynamics of separating western boundary currents. *J. Phys. Oceanogr.*, **29**(2), 119–144.
- Silveira, I. C. A., A. C. K. Schmidt, E. J. d'Ias Campos, S. S. de Godoi, e Y. Ikeda, 2000: A corrente do brasil ao largo da costa leste brasileira. *R. bras. Oceanogr.*, **48**(2), 171–183.
- Simmons, H. L. e D. Nof, 2002: The squeezing of eddies through gaps. *J. Phys. Oceanogr.*, **32**(1), 314–335.
- Smith, D. C. e J. J. Obrien, 1983: The interaction of a 2-layer isolated mesoscale eddy with bottom topography. *J. Phys. Oceanogr.*, **13**(9), 1681–1697.
- Smith, D. C. e R. O. Reid, 1982: A numerical study of non-frictional decay of mesoscale eddies. *J. Phys. Oceanogr.*, **12**(3), 244–255.
- Stegner, A. e D. G. Dritschel, 2000: A numerical investigation of the stability of isolated shallow water vortices. *J. Phys. Oceanogr.*, **30**(10), 2562–2573.

- Stern, M. E., 1985: Lateral wave breaking and "shingle" formation in large-scale shear flow. *J. Phys. Oceanogr.*, **15**, 1274–1283.
- Stern, M. E., 1989: Evolution of locally unstable shear-flow near a wall or a coast. *J. Fluid. Mech.*, **198**, 79–99.
- Stern, M. E., 1991: Entrainment of an eddy at the edge of a jet. *J. Fluid. Mech.*, **228**, 343–360.
- Stern, M. E., E. P. Chassignet, e J. A. Whitehead, 1997: The wall jet in a rotating fluid. *J. Fluid. Mech.*, **335**, 1–28.
- Stern, M. E. e G. R. Flierl, 1987: On the interaction of a vortex with a shear-flow. *J. Geophys. Res.*, **92**(C10), 10.733–10.744.
- Stern, M. E. e K. R. Helfrich, 2002: Propagation of a finite-amplitude potential vorticity front along the wall of a stratified fluid. *J. Fluid. Mech.*, **468**, 179–204.
- Stern, M. E. e N. Paldor, 1983: Large-amplitude long waves in a shear-flow. *Phys. Fluids*, **26**(4), 906–919.
- Stern, M. E. e L. J. Pratt, 1985: Dynamics of vorticity fronts. *J. Fluid. Mech.*, **161**, 513–532.
- Stern, M. E. e T. Radko, 1998: The self-propagating quasi-monopolar vortex. *J. Phys. Oceanogr.*, **28**(1), 22–39.
- Stern, M. E. e S. I. Voropayev, 1984: Formation of vorticity fronts in shear-flow. *Phys. Fluids*, **27**(4), 848–855.
- Stern, M. E. e J. A. Whitehead, 1990: Separation of a boundary jet in a rotating fluid. *J. Fluid. Mech.*, **217**, 41–69.
- Sutyrin, G. G. e G. R. Flierl, 1994: Intense vortex motion on the beta-plane - development of the beta-gyres. *J. Atmos. Sci.*, **51**(5), 773–790.
- Swanson, K. L., P. J. Kushner, e I. M. Held, 1997: Dynamics of barotropic storm tracks. *J. Atmos. Sci.*, **54**(7), 791–810.

- Thompson, L., 1990: Flow over Finite Isolated Topography. Tese de Doutorado, MIT/WHOI Joint Program. WHOI-91-05, 222 págs.
- Thompson, L. e G. R. Flierl, 1993: Barotropic flow over finite isolated topography - steady solutions on the beta-plane and the initial-value problem. *J. Fluid. Mech.*, **250**, 553–586.
- Vandermeirsch, F. O., X. J. Carton, e Y. G. Morel, 2003a: Interaction between an eddy and a zonal jet - part i. one-and- a-half-layer model. *Dynam. Atmos. Oceans*, **36**(4), 247–270.
- Vandermeirsch, F. O., X. J. Carton, e Y. G. Morel, 2003b: Interaction between an eddy and a zonal jet - part ii. two-and- a-half-layer model. *Dynam. Atmos. Oceans*, **36**(4), 271–296.
- Velhote, D., 1998: Modelagem Numérica da Ressurgência da Quebra de Plataforma Induzida por Vórtices Ciclônicos da Corrente do Brasil na Bacia de Santos. Tese de Mestrado, IOUSP, 134 págs.
- Viera, F. e R. Grimshaw, 1994: Topographic forcing of coastal mesoscale phenomena - filamentation, vortex formation, and eddy detachment. *J. Phys. Oceanogr.*, **24**(7), 1433–1448.
- Walsh, D. e L. J. Pratt, 1995: The interaction of a pair of point potential vortices in uniform shear. *Dynam. Atmos. Oceans*, **22**(3), 135–160.
- Wang, X., 1992: Interaction of an Eddy with a Continental Slope. Tese de Doutorado, MIT/WHOI Joint Program. WHOI-92-40, 216 págs.
- Wexler, C. e A. T. Dorsey, 1999: Contour dynamics, waves, and solitons in the quantum hall effect. *Phys. Rev. B*, **60**(15), 10.971–10.983.
- Whitehead, J. A., M. E. Stern, G. R. Flierl, e B. A. Klinger, 1990: Experimental-observations of baroclinic eddies on a sloping bottom. *J. Geophys. Res.*, **95**(C6), 9585–9610.

- Wong, T. H. e J. A. Obrien, 1990: Effects of growth-mechanism on cluster morphology studied by contour dynamics. *Phys. Rev. A*, **41**(8), 4439–4446.
- Yano, J. I. e G. R. Flierl, 1992: Isolated potential vorticity patches in quasi-geostrophic zonal shear flows. *Dynam. Atmos. Oceans*, **16**(6), 439–472.
- Zabusky, N. J., M. H. Hughes, e K. V. Roberts, 1979: Contour dynamics for the euler equations in two dimensions. *J. Comput. Phys.*, **30**(1), 96–106.